【**附件三**】**成果報告**(系統端上傳 PDF 檔)

封面 Cover Page

教育部教學實踐研究計畫成果報告

Project Report for MOE Teaching Practice Research Program

計畫編號/Project Number：PEE1101212

學門專案分類/Division：工程

執行期間/Funding Period：2021.08.01 – 2022.07.31

(計畫名稱/Title of the Project)

熟練學習基本架構再延伸貫通「模糊理論」的教學實踐研究

(配合課程名稱/Course Name)

模糊理論

計畫主持人(Principal Investigator)：黃啟光

協同主持人(Co-Principal Investigator)：

執行機構及系所(Institution/Department/Program)：中華大學電機系

成果報告公開日期：

■立即公開 □延後公開(統一於 2024 年 9 月 30 日公開)

繳交報告日期(Report Submission Date)：2022/08/01

熟練學習基本架構再延伸貫通模糊理論研究

Study on Mastery Learning of Basic Structure followed by Extended Through Fuzzy Theorem

摘要

因為模糊理論的補集至少有三種，交集與聯集至少各六種以上，若搭配參數會超過上萬種組合，較於傳統邏輯設計只有一種的組合。所以本計畫從原先上萬種組合中，提出兩個基本架構組合。期待學生先熟練此兩種基本架構後，在延伸研究方面，探討學生是否有能力延伸到原先上萬種的組合。本計畫利用問卷調查來評估成效。最重要的是問卷型態非單純選擇題，而是須附上相關資訊來證明其選擇的答案。針對教學改進部分，先讓學生熟練學習模糊基本架構，從須舉證資料的問卷評估，成效約有八成四。當學生熟悉基本架構後，進一步探討學生「延伸貫通」的能力，評估計畫成效約有六成八。本計畫強調模糊理論是具廣義價值，其三大特色：首先模糊理論非字面上的模糊，反而更精確描述文字或語言，模擬人類進行決策的模式。其次模糊理論是廣義的或然率。最後模糊理論「關係」，是廣義的函數允許 1 對多，學生皆能體會這三大特色。同時搭配 Matlab 進行做中學，發現大部分學生皆能達到知道如何延伸的程度約九成，但未熟悉或活用程度約六成，總體計劃達成率約七成五。同時發現學生皆能將「模糊理論」應用到倒單擺控制，但仍有些學生無法應用到較具挑戰的賽格威定位控制。

關鍵字：模糊理論基本架構、熟練學習、延伸貫通。

Abstract

Because the five-type fuzzy implications related to fuzzy three-type complements, six-type unions, and six-type intersections, they will become very complicate. Their combinations are more than ten thousand as compared with digital logic. Therefore, we select only two combinations from ten thousand ones as the basic structure, and teach student how to mastery learn the basic structure of fuzzy theorem is our first approach. Then in the next step, we would like to see how many students can extend and learn some from those then-thousand combinations. Specially, our questionnaires are designed that student should provide evidence to verify their responses. From these questionnaires, we find that around 84% of students can really understand these two basic structures. In the second step, their extending ability will be evaluated, and the result of evaluation is around 68%. There are three characteristics of particular value of fuzzy theorem, and we expect most of students should and can realize the importance and difference of these three characteristics. (1) It can precisely describe the human language instead of obscureness. (2) It extends the probability to possibility, so the sum of possibility can be other than one. (3) Its relationship can have the one-to-many mapping which the function is not allowed. The results of the research referred from the statistics of questionnaires are satisfied, and the outcomes of learning by doing with Matlab for inverted pendulum and Segway projects are as expected. More detail analysis, ninety percent of student can understand the extension, but only sixty percent can very familiar and use the extension. Total result of evaluation for this study

is around 75%. We find that almost every student can finish the inverted pendulum project based on fuzzy theorem, but only half of student can extend it to the position control of Segway projector.

Keywords：basic structure of fuzzy theorem, mastery learning, extended through。

壹、緒論

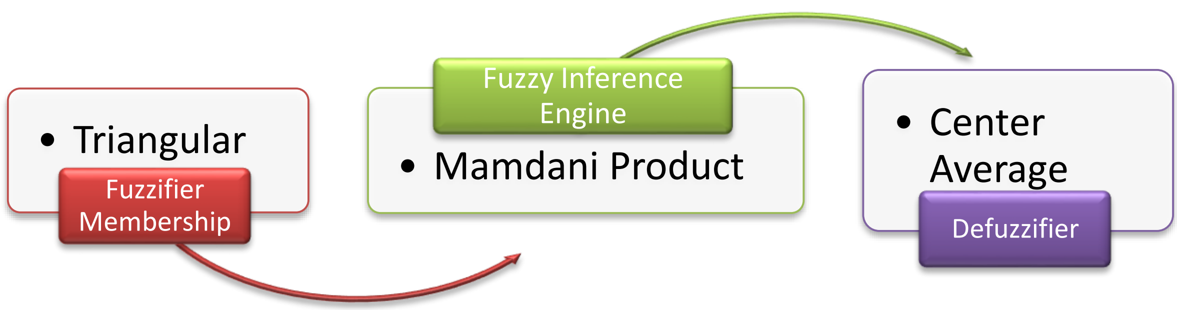
人工智慧的基礎課程包含模糊理論/控制與類神經網路，所以本人於民國 81 學年度起，就在電機系碩士班控制組開設這兩門課程。當時因為學生素質相當整齊，所以教學成果符合本人期待，並且 107 學年度「模糊控制」教學成果也還不錯，及格率約有九成；然而於 108 學年度選修課程的學生，大多非系統控制組，甚至有些非電機系的學生，雖本人知道此情形，將「模糊控制」內容簡化為「模糊理論」，但教學成果非常不佳，學生學期成績及格率只剩三成。經過分析失敗主要有三點原因。

(1)因為當學期的修課學生多為在職生或參加本係鼓勵的企業實習，常因公司或廠區緊急情況，不得不請假處理。更嚴重的是疫情期間，平均出席率降為七成多，縱使本課程有提供翻轉教學影片，從結果看來仍無法彌補學生學習的斷層。

(2) 本人當時教學的內容，雖減少控制相關章節，但其餘章節仍依教科書的標準，按部就班授課，但因為學生有上述學習斷層，所以學習成果大打折扣。

(3)學生解讀 Matlab 中「模糊理論」的工具箱能力，因專業或是否曾經使用 Matlab 經驗，會有很大的落差，造成「做中學」及「倒單擺與賽格威定位控制」的成效打折扣。

本計畫之教學改進方面是調整原先按部就班教學內容，如圖一所示，提出結合「三角/梯形歸屬函數、Mamdani 乘法推理引擎與中心平均值去模糊化」，為此課程基本架構。當然要求學生務必先熟練此架構，並須從解釋此結構原理，提出搭配此架構案例，如何一步一步推行導驗證，最後搭配 Matlab 做中學來實現此架構。



圖一：模糊基本架構

貳、文獻探討

翻轉教室(Flipping Class)[1-5]首先須針對上述模糊基本架構(Fuzzy Basic Structure)錄製教學影片，主要是促進學生先能夠熟練學習(Mastery Learning) [6-9]本計畫所規劃的模糊理論基本架構。如何使學生能夠認知模糊基本架構重要性，可以根據『建立認知』的理論來進行，此理論由三位大師布魯納 (Jerome Seymour Bruner, 1915）[10]、布魯姆(Benjamin Bloom, 1964) [11]及尚·威廉·弗里茲·皮亞傑(Jean William Fritz Piagett, 1896) [12]所提相關研究，它

們認為學生能夠透過學習經驗，來認知模糊基本架構重要性。本人積極參加學校教務處教發組的「問題導向學習」PBL(Problem based Learning) [13] 的教學方案，主要是嘗試透過鼓勵學生將以前學習算術或數學的經驗或認知，來進行有意義的問題導向學習討論，進而了解工程數學與電機專業課程關聯性，來增加學習工程數學的動機。相同的，本階段預計將已經完成的翻轉教室數位模糊理論影片，根據本計畫所提出模糊基本架構錄製。錄製數位影片也可以做為補救教學[14-15]，輔助學生於課前預習，更能達到精熟學習模糊基本架構的教學目標。

圖二：熟練學習(Mastery Learning)教學演化史

熟練學習(Mastery Learning)教學演化史，如圖二，華須本(Carleton Wolsey Washburne, 1889)與莫禮生(Henry Clay Morrison, 1857)，兩位大師 1922 年在「文納特卡制」（Winnetka plan）及 Morrison 在 1936 年芝加哥大學實驗學校所進行的熟練學習相關的教學實驗[8-12]。Morrison 進一步提出熟練公式（Mastery Formula），含有圖二所示的七項步驟。主張教師必須切割成各個單元，讓學生都徹底熟練每個單元，才算完成教學任務。第二時期是由另外兩位大師卡羅(John B. Carroll)與布魯姆(Benjamin S. Bloom) [16,12]，他們認為性向只是學習速率的指標，而非學習成果的指標，並且強調學習的成就，是因為每個人所需要的時間量不同而已。所以他們主張若學生的性向低，只要花較多的時間，也可達到性向高者所達到的熟練程度。所以教師設計最佳的教學策略，除了讓學生接受最高品質的教學外，還需搭配適當的學習時間，學習者大都可以達到教學預定的精熟程度。

參、研究方法

本計畫之研究與成果皆已發表研討會，探討學生熟悉模糊理論的基本架構後

(1)是否提升學生的學習興趣，避免學生放棄的念頭。

(2)進一步探討學生熟悉基本架構後，是否具備結合不同元素於此基本架構的能力，能將「模糊理論」延伸貫通到更佳境界，作為本計畫研究的指標。

(3)配合須舉證資料的問卷調查，來進行評估此階段的成效

以問卷中的一部分為例：

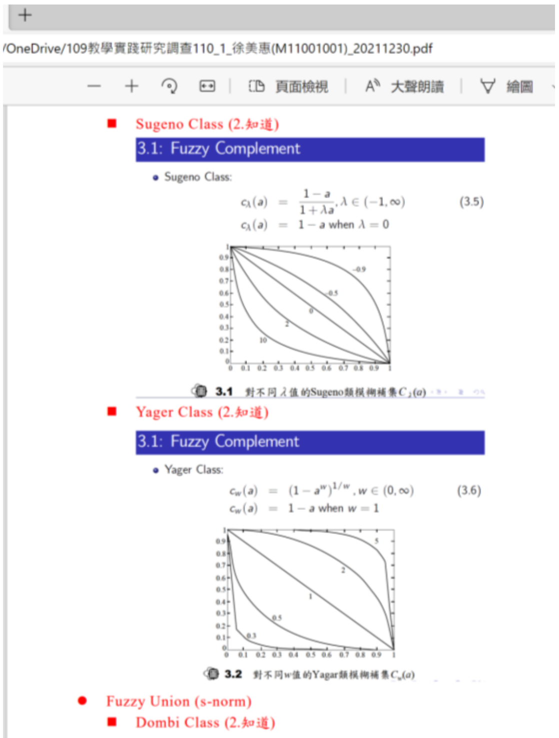
以往本人教學依標準章節並搭配專題研究報告來授課，但因為學生出席斷斷續續，無法完整接收模糊理論的架構，因此產生極大的學習斷層，進而造成學習成效大打折扣。標準章節課程內容，將傳統集合操作(補集、聯集與交集)，利用基本定義延伸。如下：

- Fuzzy Complement
  - Traditional (1.不清楚、2.知道、3.熟悉與 4.活用)
  - Sugeno Class (1.不清楚、2.知道、3.熟悉與 4.活用)
  - Yager Class (1.不清楚、2.知道、3.熟悉與 4.活用)

- Fuzzy Union (s-norm)
  - Dombi Class (1.不清楚、2.知道、3.熟悉與 4.活用)
  - Yager Class (1.不清楚、2.知道、3.熟悉與 4.活用)
  - Drastic Sum (1.不清楚、2.知道、3.熟悉與 4.活用)
  - Einstein Sum (1.不清楚、2.知道、3.熟悉與 4.活用)
  - Algebraic Sum (1.不清楚、2.知道、3.熟悉與 4.活用)
  - Maximum (1.不清楚、2.知道、3.熟悉與 4.活用)
- Fuzzy Intersection (t-norm)
  - Dombi Class (1.不清楚、2.知道、3.熟悉與 4.活用)
  - Yager Class (1.不清楚、2.知道、3.熟悉與 4.活用)
  - Drastic Product (1.不清楚、2.知道、3.熟悉與 4.活用)
  - Einstein Product (1.不清楚、2.知道、3.熟悉與 4.活用)
  - Algebraic Product (1.不清楚、2.知道、3.熟悉與 4.活用)
  - Minimum (1.不清楚、2.知道、3.熟悉與 4.活用)

其缺失，雖增加了從定義延伸新類型的學習經驗，如圖六所示，但若不能很快融會貫通，無形中容易造成混淆。因此改由先集中精力完成一個基本架構，將圖六的標準章節的模糊集合操作，精簡為圖七所選擇的基本集合操作，為計畫第一部分。將鼓勵每位學生依時間與能力，來自我應用到圖六標準章節的模糊集合操作。學生延伸貫通程度到圖六所示標準章節的分布情形，可作為研究分析的重點。

學生須針對上述問卷作答並提供相關資料舉證，下列為徐同學提供她自己相關資料，並作答的問卷截圖。



/OneDrive/109教學實踐研究調查110_1_徐美惠(M11001001)_20211230.pdf

頁面檢視 | 大聲朗讀 | 繪圖

■ Sugeno Class (2.知道)

3.1: Fuzzy Complement

• Sugeno Class:

$$c_\lambda(a) = \frac{1-a}{1+\lambda a}, \lambda \in (-1,\infty) \quad (3.5)$$
$$c_\lambda(a) = 1-a \text{ when } \lambda = 0$$

圖 3.1 對不同 λ 值的Sugeno類模糊補集 $C_\lambda(a)$

■ Yager Class (2.知道)

3.1: Fuzzy Complement

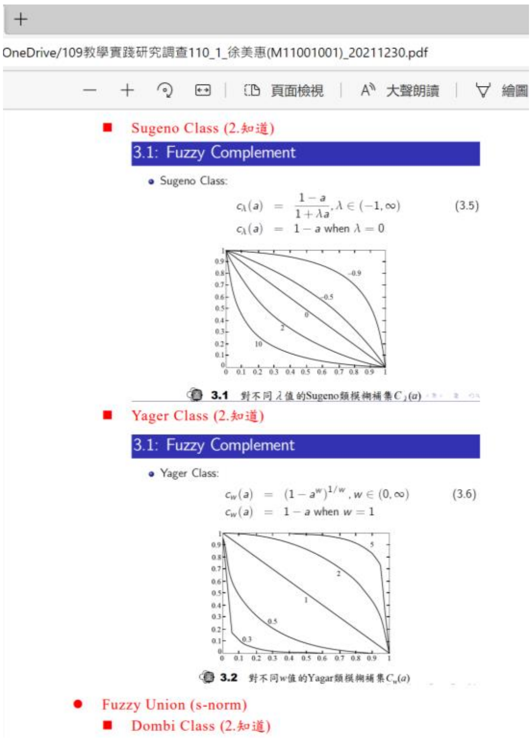
• Yager Class:

$$c_w(a) = (1-a^w)^{1/w}, w \in (0,\infty) \quad (3.6)$$
$$c_w(a) = 1-a \text{ when } w = 1$$

圖 3.2 對不同w值的Yagar類模糊補集 $C_w(a)$

• Fuzzy Union (s-norm)

■ Dombi Class (2.知道)



OneDrive/109教學實踐研究調查110_1_徐美惠(M11001001)_20211230.pdf

頁面檢視 | 大聲朗讀 | 繪圖

■ Sugeno Class (2.知道)

3.1: Fuzzy Complement

• Sugeno Class:

$$c_\lambda(a) = \frac{1-a}{1+\lambda a}, \lambda \in (-1,\infty) \quad (3.5)$$
$$c_\lambda(a) = 1-a \text{ when } \lambda = 0$$

圖 3.1 對不同 λ 值的Sugeno類模糊補集 $C_\lambda(a)$

■ Yager Class (2.知道)

3.1: Fuzzy Complement

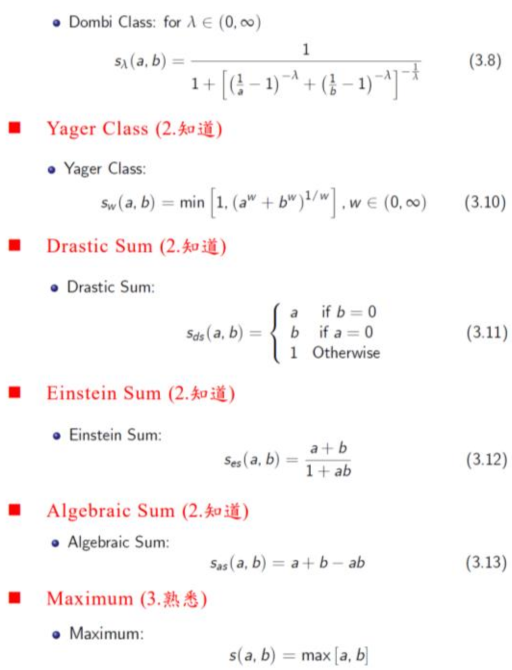
• Yager Class:

$$c_w(a) = (1-a^w)^{1/w}, w \in (0,\infty) \quad (3.6)$$
$$c_w(a) = 1-a \text{ when } w = 1$$

圖 3.2 對不同w值的Yagar類模糊補集 $C_w(a)$

• Fuzzy Union (s-norm)

■ Dombi Class (2.知道)



• Dombi Class: for $\lambda \in (0,\infty)$

$$s_\lambda(a,b) = \frac{1}{1+\left[\left(\frac{1}{a}-1\right)^{-\lambda}+\left(\frac{1}{b}-1\right)^{-\lambda}\right]^{-\frac{1}{\lambda}}} \quad (3.8)$$

■ Yager Class (2.知道)

• Yager Class:

$$s_w(a,b) = \min\left[1, (a^w+b^w)^{1/w}\right], w \in (0,\infty) \quad (3.10)$$

■ Drastic Sum (2.知道)

• Drastic Sum:

$$s_{ds}(a,b) = \begin{cases} a & \text{if } b = 0 \\ b & \text{if } a = 0 \\ 1 & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (3.11)$$

■ Einstein Sum (2.知道)

• Einstein Sum:

$$s_{es}(a,b) = \frac{a+b}{1+ab} \quad (3.12)$$

■ Algebraic Sum (2.知道)

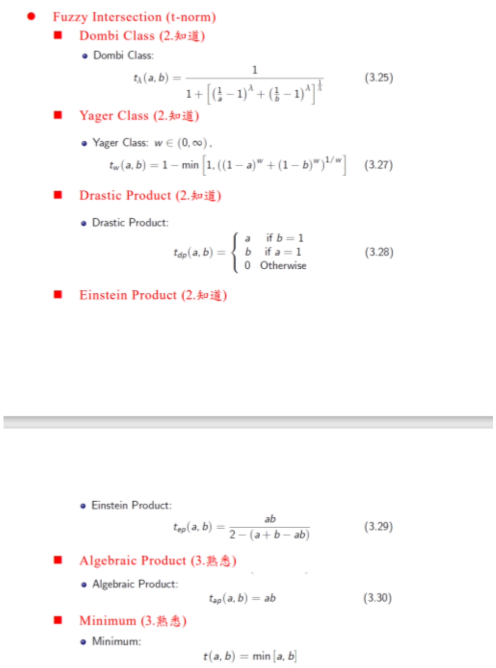
• Algebraic Sum:

$$s_{as}(a,b) = a+b-ab \quad (3.13)$$

■ Maximum (3.熟悉)

• Maximum:

$$s(a,b) = \max[a,b]$$



• Fuzzy Intersection (t-norm)

■ Dombi Class (2.知道)

• Dombi Class:

$$t_\lambda(a,b) = \frac{1}{1+\left[\left(\frac{1}{a}-1\right)^{\lambda}+\left(\frac{1}{b}-1\right)^{\lambda}\right]^{\frac{1}{\lambda}}} \quad (3.25)$$

■ Yager Class (2.知道)

• Yager Class: $w \in (0,\infty)$,

$$t_w(a,b) = 1-\min\left[1, ((1-a)^w+(1-b)^w)^{1/w}\right] \quad (3.27)$$

■ Drastic Product (2.知道)

• Drastic Product:

$$t_{dp}(a,b) = \begin{cases} a & \text{if } b = 1 \\ b & \text{if } a = 1 \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (3.28)$$

■ Einstein Product (2.知道)

• Einstein Product:

$$t_{ep}(a,b) = \frac{ab}{2-(a+b-ab)} \quad (3.29)$$

■ Algebraic Product (3.熟悉)

• Algebraic Product:

$$t_{ap}(a,b) = ab \quad (3.30)$$

■ Minimum (3.熟悉)

• Minimum:

$$t(a,b) = \min[a,b]$$

本計畫針對模糊理論課程提出改善教學研究，其創新性是分為教學與研究兩部分來探討：

(1) 教學部分專注於「熟練學習」模糊基本架構為教學目標

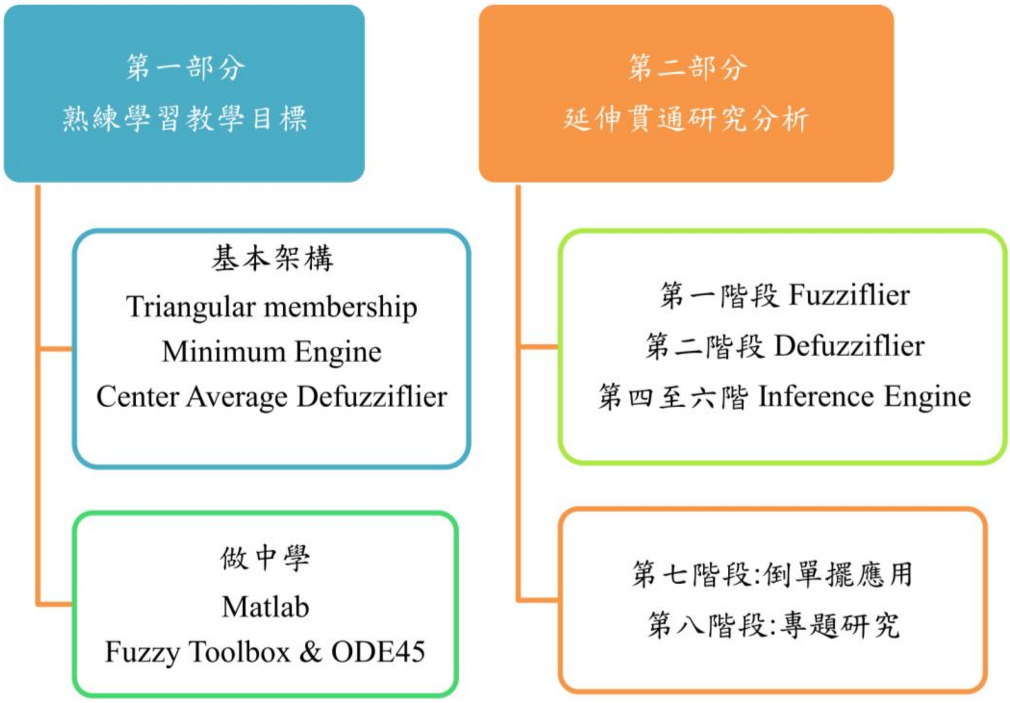
(2) 研究部分專注探討學生「延伸貫通」能力分佈情形，如圖三所示。

本計畫基本架構為採用「三角(或梯形)歸屬函數、Mamdani 最小推理引擎(或 Mamdani 乘法推理引擎)與中心平均值去模糊化」，期待學先熟練此基本架構，並搭配 Matlab 進行做中學來實現此架構。

本計畫的第二部分，當學生熟練此基本架構後，了解學生延伸貫通，換言之，回到圖四較完整架構的成效。所以本計畫將探討

(1)學生結合不同「歸屬函數、推理引擎及去模糊化」成為新架構能力的程度。

(2)最後探討延伸貫通「模糊理論」應用到倒單擺控制及賽格威定位控制兩範例。



圖三：教學實踐研究架構

圖四：標準章節的 Fuzzy Set Operation

以往本人教學依教科書標準章節，按部就班授課搭配專題研究報告來進行；相關模糊理論標準章節課程內容，如圖四所示，將闡述四大方塊及模糊集合的基本定義與相關公理，將成為學生延伸貫通的依據。補集至少有三種，交集與聯集至少各六種，若搭配各種參數，會有超過上萬種組合。相較於傳統「邏輯設計」只有一種的組合，學生容易迷失方向。所以計畫所提的基本架構，是從上萬種組合中，提出兩個基本架構組合。期待學生先熟練此兩種基本架構後，再進一步探討學生在熟悉基本架構後，是否有能力進一步延伸到原先上萬種的組合。

如何延伸補集、聯集與交集，須符合相對應的公理，首先討論補集基本兩大公理：

Def. Fuzzy complement: A function $c:[0,1]\to[0,1]$ $c(\mu_A(x))=\mu_{\bar{A}}(x)$

Axiom c1 (Boundary condition): $c(0)=1$, $c(1)=0$

Axiom c2 (Monotonely Decreasing): For all $a,b\in[0,1]$, if $a<b$, then $c(a)\geq c(b)$

目前有下列三種常用補集：

- Traditional: $c(a)=1-a,\ c(\mu_A(x))=1-\mu_A(x)$
- Sugeno Class: $c_\lambda(a)=\dfrac{1-a}{1+\lambda a},\lambda\in(-1,\infty)$
- Yager Class: $c_w(a)=(1-a^w)^{1/w},w\in(0,\infty)$

其次討論聯集四大基本公理：

Def. Fuzzy Union/s-Norm: $s:[0,1]\to[0,1]$ $s(\mu_A(x),\mu_B(x))=\mu_{A\cup B}(x)$

Axiom s1: $s(1,1)=1,s(0,a)=s(a,0)=a$

Axiom s2: $s(a,b)=s(b,a)$

Axiom s3: if $a\leq d$ and $b\leq e$, then $s(a,b)\leq s(d,e)$

Axiom s4: $s(a,s(b,d))=s(s(a,b),d)$

目前有下列六種常用聯集：

- Maximum: $\mu_{A\cup B}(x)=\max\{\mu_A(x),\mu_B(x)\}$
- Dombi Class: for $\lambda\in(0,\infty)$, $s_\lambda(a,b)=\dfrac{1}{1+[(\frac{1}{a}-1)^{-\lambda}+(\frac{1}{b}-1)^{-\lambda}]^{\frac{-1}{\lambda}}}$
- Yager Class: $s_w(a,b)=\min\{1,(a^w+b^w)^{1/w}\},w\in(0,\infty)$
- Drastic Sum: $s_{ds}(a,b)=\begin{cases}a & \text{if } b=0\\ b & \text{if } a=0\\ 1 & \text{otherwise}\end{cases}$
- Einstien Sum: $s_{es}(a,b)=\dfrac{a+b}{1+ab}$
- Algebraic Sum: $s_{as}(a,b)=a+b-ab$

最後討論交集四大重要公理：

Def. Fuzzy Intersection/t-Norm: $t:[0,1]\to[0,1]$ $t(\mu_A(x),\mu_B(x))=\mu_{A\cap B}(x)$

Axiom t1: $\mathrm{t}(0,0)=0,t(0,a)=t(a,0)=a$

Axiom t2: $t(a,b)=t(b,a)$

Axiom t3: if $a\leq d$ and $b\leq e$, then $t(a,b)\leq t(d,e)$

Axiom t4: $t(a,t(b,d))=t(t(a,b),d)$

目前經常用的有下列六種常用交集：

- Minimum: $\mu_{A\cap B}(x)=\min\{\mu_A(x),\mu_B(x)\}$

- Dombi Class: $\text{for } \lambda\in(0,\infty),\ t_\lambda(a,b)=\dfrac{1}{1+[(\frac{1}{a}-1)^\lambda+(\frac{1}{b}-1)^\lambda]^{\frac{1}{\lambda}}}$

- Yager Class: $t_w(a,b)=1-\min\{1,((1-a)^w+(1-b)^w)^{1/w}\}, w\in(0,\infty)$

- Drastic Product: $t_{dp}(a,b)=\begin{cases}a & \text{if } b=1\\ b & \text{if } a=1\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$

- Einstien Product: $t_{ep}(a,b)=\dfrac{ab}{2-(a+b-ab)}$

- Algebraic Product: $t_{ap}(a,b)=ab$

本論文研究於教學時先教導補集 $c(a)=1-a$ 、聯集 $\mu_{A\cup B}(x)=\max\{\mu_A(x),\mu_B(x)\}$ 與交集 $t_{ap}(a,b)=ab$。待學生熟悉後，再要求學生自我延伸成效，成效將分為不清楚、知道、熟悉與活用四層次，並於問卷中提供相關資訊，以資證明其所回答，大大提高了問卷的可信度，也意謂著此計畫的可信度。

以往本人教導學生熟悉多種模糊推理引擎，並能互相比較其差異性，找出各個模糊推理引擎的特性。本論文改為先專注於 Mamdani 乘法或 Mamdani 最小推理引擎，待學生熟悉後，再要求學生自我延伸。模糊 IF-THEN($p\to q$)規則基本上有下列四種推論：

$$p\to q\Leftrightarrow\begin{cases}\bar{p}\vee q\\ \bar{p}\vee(p\wedge q)\\ p\wedge q\end{cases}\text{ or } p\to q\Leftrightarrow\begin{cases}1 & \text{if } p\le q\\ q & \text{otherwise}\end{cases}$$

目前流行的有下列五種大師級的蘊涵(implication)推理引擎

- Mamdani 最小推理引擎 $(p\to q\Leftrightarrow p\wedge q)\Rightarrow\mu_{Q_{MM}}(x,y)=\min\{\mu_{FP_1}(x),\mu_{FP_2}(y)\}$

- Mamdani 乘法推理引擎 $(p\to q\Leftrightarrow p\wedge q)\Rightarrow\mu_{Q_{MP}}(x,y)=\mu_{FP_1}(x)\cdot\mu_{FP_2}(y)$

- Zadeh 推理引擎 $(p\to q\Leftrightarrow\bar{p}\vee(p\wedge q)\Rightarrow\mu_{Q_Z}(x,y)=\max\{1-\mu_{FP_1}(x),\min\{\mu_{FP_1}(x),\mu_{FP_2}(y)\}\}$

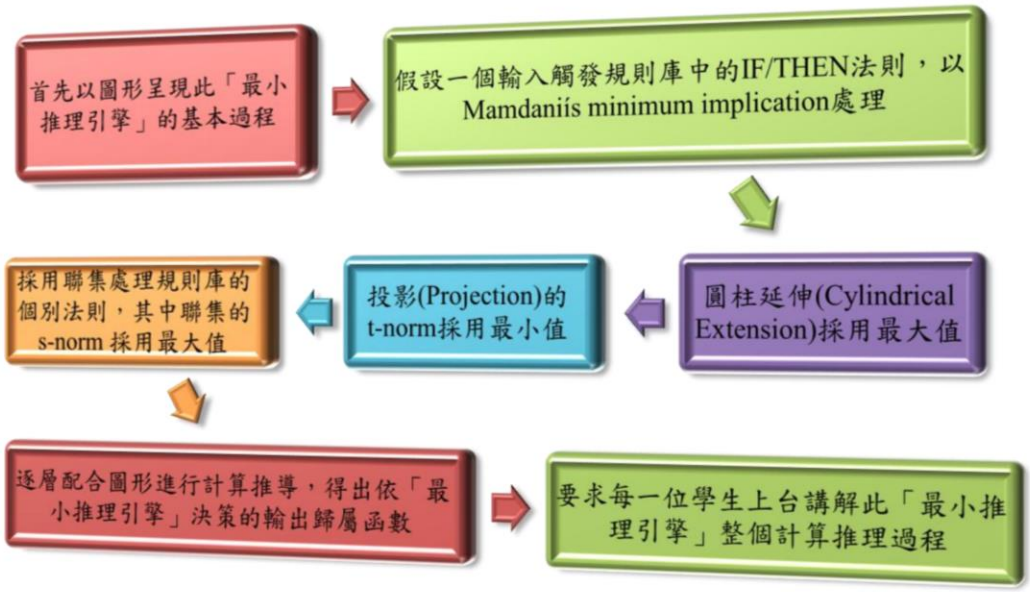
- Lukasiewicz 推理引擎 $(p\to q\Leftrightarrow\bar{p}\vee q)\Rightarrow\mu_{Q_L}(x,y)=\min\{1,1-\mu_{FP_1}(x)+\mu_{FP_2}(y)\}$

- Dienes-Rescher 推理引擎 $(p\to q\Leftrightarrow\bar{p}\vee q)\Rightarrow\mu_{Q_D}(x,y)=\max\{1-\mu_{FP_1}(x),\mu_{FP_2}(y)\}$

廣義的肯定前件論式(Generalized Modus Ponens)、廣義的否定後件論式(Generalized Modus

Tollens)與廣義的三段論式(Generalized Hypothetical Syllogism)。本人將模糊關係(Fuzzy Relation)經圓柱延伸(Cylindrical Extension)與投影(Projection)處理，搭配下列三種廣義論式教導學生。針對論文設計基本架構，配合做中學 Matlab，「熟練學習」是本論文的重中之重，要求學生務必了解最小推理引擎包含下列四層次，如圖五：

- Individual-Rule Based Inference with Union Combination
- Mamdani Minimum Implication
- min Operation for t-norm
- max Operation for s-norm



圖五：「熟練學習」完成工作項目與成果

同時澄清「模糊理論」價值，其三大特色簡述如下：

- 非字面上的「模糊」，反而更精確描述文字或語言，模擬人類進行決策的模式。
- 從「或然率」(Probability 最大值是 1，總和為 1)擴充「可能性」(Possibility 最大值是 1，總和可大於 1)。
- 從「函數」(Function 對應不能 1 對多)擴充「關係」(Relation 對應可 1 對多)。

肆、 研究結果

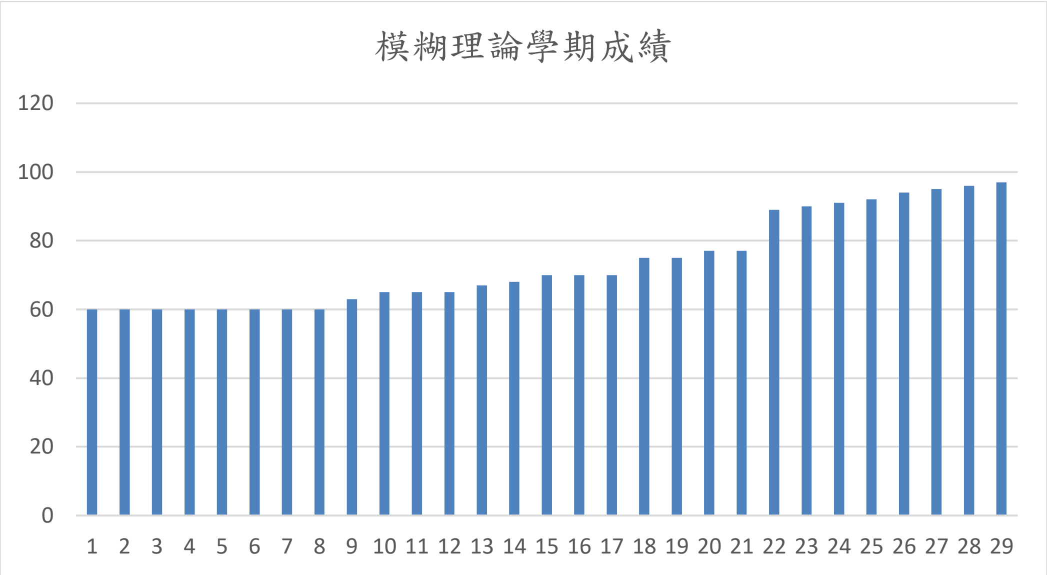
本論文的重點為熟練學習，要求學生一定要熟練項目。首先以圖形呈現此「最小推理引擎」的基本過程，如圖五。結合 Matlab Fuzzy toolbox 做中學建立模糊基本架構系統參數，以便應用於倒單擺與賽格威定位控制範例。再來希望學生能達到延伸貫通模糊理論，討論應用於上述兩範例的優缺點及適用性。表一是 110 學年度模糊理論問卷調查統計表，基本上分熟練學習與延伸貫通兩大主軸，其配分：不清楚 0 分、知道 80 分、熟悉 90 分、活用 100 分，來評估兩大主軸的達成率。

關於第一主軸熟練學習方面，以紅色標示該主軸項目，結果顯示 29 位學生皆能熟悉模糊的基本架構，相對應達成率 84.16%。換言之，以非紅色標示對第二主軸延伸貫

通模糊理論項目，呈現大部分學生達到知道的程度(配分 80 分)，但未達到熟悉的程度，其達成率為 68.04%。最後將兩部分的項目一起評估，平均達成率為 75.56%。

倒單擺範例除車子 5 公斤較桿子 1 公斤重外，桿子高度約 60 公分，並只要控制桿子的平衡即可，所以達成率為 83.1%。具挑戰性的賽格威定位，因為相對於倒單擺範例，賽格威桿子重量相當於使用者的體重，以 80 公斤來模擬，桿子高度質心約身高的一半，以桿長 180 公分(質心 90 公分)來模擬，空車子重量設定為 5 公斤。然而賽格威除平衡身體外，還須進行相關定位控制，三分之二為大學部學生選修的課程，全班達成率過半為 54.48%已經差強人意了。

本校大學部學生學期成績 60 分為及格，碩士班學生學期成績 70 分為及格。110 學年度模糊理論學生學期成績，除四位預研生(大四學生兼具碩士班身分)，他們分數介於 60 與 70 分之間，僅能以大學部選修學分計算，不能以碩士班成績計算外；其餘學生的模糊理論學期成績皆及格，如圖六柱狀圖所示，全班平均成績 73.48，標準差 13.4。最後，該科目平均學業成績 73.48±13.4 與總項目平均達成率 75.56%相符合。



圖六：29 位學生成績(平均 73.48，標準差 13.4)

表一：問卷調查統計表

(配分：不清楚 0 分、知道 80 分、熟悉 90 分、活用 100 分)

Fuzzy Complement	不清楚	知道	熟悉	活用	達成率
Traditional	**0**	**24**	**3**	**2**	82.41
Sugeno Class	2	24	2	1	75.86
Yager Class	3	24	2	0	72.41
Fuzzy Union	不清楚	知道	熟悉	活用	
Dombi Class	3	22	3	1	73.45
Yager Class	4	25	0	0	68.97
Drastic Sum	3	26	0	0	71.72

Einstein Sum	2	26	1	0	74.83
Algebraic Sum	**0**	**28**	**1**	**0**	80.34
Maximum	**0**	**20**	**8**	**1**	83.45
Fuzzy Intersection	不清楚	知道	熟悉	活用	
Dombi Class	7	19	2	1	62.07
Yager Class	5	24	0	0	66.21
Drastic Product	6	23	0	0	63.45
Einstein Product	6	20	3	0	64.48
Algebraic Product	**0**	**22**	**4**	**3**	83.45
Minimum	**0**	**23**	**3**	**3**	83.10
Fuzzy Relation 廣義的肯定前件/否定後件/三段論式	4	25	0	0	68.97
模糊 IF-THEN 規則(四種推論)	3	26	0	0	71.72
完整模糊系統	0	22	5	2	83.10
模糊化歸屬函數 Fuzzifier(脈衝、三角形、梯形、指數)	0	10	15	4	87.93
去模糊化 DeFuzzifier(中心值平均、重心、最大值)	0	15	12	2	85.52
推理引擎	不清楚	知道	熟悉	活用	
Mamdani 最小推理引擎	0	14	11	4	86.55
Mamdani 乘法推理引擎	0	16	10	3	85.52
Zadeh 推理引擎	5	20	2	2	68.28
Lukasiewicz 推理引擎	4	21	3	1	70.69
Dienes-Rescher 推理引擎	7	21	1	0	61.03
模擬控制倒單擺系統	**0**	**22**	**5**	**2**	83.10
SEGWAY 定位控制	10	15	2	2	54.48
模糊理論三大特色	不清楚	知道	熟悉	活用	
更精確描述文字或語言，模擬人類進行決策的模式	**0**	**13**	**16**	**0**	85.52
從或然率擴充可能性(最大值是 1，但總和可大於 1)	**0**	**15**	**14**	**0**	84.83
從函數擴充關係(對應可 1 對多)	**0**	**20**	**8**	**1**	83.45
第一主軸熟練學習教學改進(以紅色標示項目)					84.16
第二主軸自我延伸貫通成效(非紅色標示項目)					68.04
教學研究總平均					75.56

伍、結論與建議

本計畫問卷須舉證以資證明其回答問卷的可信度，首先以學業成績來討論。110 學年度上學期於大四與碩士班合開「模糊理論」，共 29 位學生選修，他們學期成績皆及格，平均成績 73.48，成績標準差 13.4。所以本計畫成效以學生學期成績來評估，計畫成效約為七成多。

熟練學習基本架構(Master Learning of Basic Fuzzy System)是論文的第一部分的基礎，適當利用數位教學影片進行翻轉教室的預習，並透過課堂有效面對面互動溝通的來達成此目標。主要希望學生至少先熟悉基本架構，並能夠運用圖形呈現與解釋此基本架構。期待他們能按部就班根據模糊規則庫 IF/THEN 法則、配合圓柱延伸(Cylindrical Extension)與投影(Projection)，逐層搭配圖形進行推導與演算，最後取得推理決策所輸出歸屬函數。最後會安排時段，要求每一位學生上台講解，逐層架構出整個推理過程。論文第二部分則專注於學生自我學習的成效如何，研究探討學生是否能夠達到完整模糊理論的程度，其完整度約為多少。

總結而言，本論文以教學與研究兩主軸進行：第一主軸「熟練學習」模糊基本架構為教學目標。第二主軸為研究探討學生「延伸貫通」的能力。因為本論文先針對學生學習困難點，修正圖四完整教學方式與內容，精簡為圖一基本架構。也就是從萬種組合中，節錄最重要的兩種為基本架構，此架構主要是結合「三角歸屬函數、最小推理引擎與中心平均值去模糊化」，所以要求學生務必熟練此基本架構。同時也會要求學生逐一解釋此結構原理、並要求學生提出搭配此架構的實施案例。從案例中進行相關推導與驗證，最後搭配 Matlab 做中學來實現此架構。由表一問卷調查結果顯示，倒單擺應用範例達成率為 83.1%，在熟練學習模糊理論基本架構，學生的達成率為 84.16%。

接著探討論文的第二主軸，主要是搭配學生能夠過八成了解簡潔的基本架構，鼓勵學生不要放棄，提升學生的學習興趣。當學生能夠熟練此基本架構後，才較有能力逐漸延伸貫通回歸到原先期待的圖四架構。換言之，主要是探討學生是否具備結合不同「歸屬函數、推理引擎及去模糊化」成為新架構的能力，延伸貫通「模糊理論」應用到新事物。學生貫通度的分布情形，如表一所示，本計畫探討延伸貫通成效指標為 68.04%，所以延伸方面計畫成效接近七成。最後將兩主軸一起評估，平均達成率為 75.56%，與該科目平均學業成績 73.48±13.4 相當，所以本計畫最後成效約七成四左右，與學生學期平均分數相當。

檢討與建議：

教學方面

(1) 基本架構原規劃結合「三角歸屬函數、Mamdani 最小推理引擎與中心平均值去模糊化」，因為 Minimum 非常適合圖形來理解。
(2) 然而在 Matlab 做中學撰寫程式時，採用 Algebraic Product 的交集，搭配 Mamdani 乘法推理引擎較適合。
(3) 最後歸屬函數採用梯形，因為三角形在程式是屬於梯形的特例，並且梯形適合處理實際物理量的邊界值，也就是最大與最小值。
(4) 三角形歸屬函數經過適當的安排，能簡化中心平均值去模糊化的計算，能更適合實際應用。
(5) 歸屬函數若將零(ZERO) 省略，並只採用正(POISTIVE)與負(NEGATIVE)，一方面除了可以省略模糊規則數外，並更進一步減少中心平均值去模糊化的計算量。
(6) 學生及格人數從前一學年度三成提高到今年度全及格，已經能夠證明此計畫的成效非凡，若學期成績平均約七成四能更高，則此計畫所提的方案是非常可行。

研究與問卷方面

(1) 如何更有效提升本計畫探討延伸貫通成效指標從 68.04%，希望延伸方面的成效越過七成。

(2) 學生組合新的延伸，希望能進一步探討應用於專題的差異性。

(3) 學生應用於專題的差異性應該可以增加到未來的問卷，以進一步了解學生探討研究的能力。

參考文獻

[1] Abeysekera, Lakmal, and Phillip Dawson (2015). "Motivation and cognitive load in the flipped classroom: definition, rationale and a call for research." Higher Education Research & Development 34(1), 1-14

[2] Bergmann, J., & Sams, A. (2012). Flip your classroom: reach every student in every class every day. Washington, DC: International Society for Technology in Education.

[3] Sahin, Muhammed; Fell Kurban, Caroline (2019). The New University Model: Scaling Flipped Learning in Higher Ed - An Insanely Simple Guide. Irvine, CA: FL Global Publishing.

[4] Sahin, Muhammed; Fell Kurban, Caroline (2019). The New University Model: Flipped, Adaptive, Digital and Active Learning - A Future Perspective. Irvine, CA: FL Global Publishing.

[5] Sahin, Muhammed; Fell Kurban, Caroline (2016). The Flipped Approach to Higher Education: Designing Universities for Today's Knowledge Economies and Societies. UK: Emerald. ISBN 978-1786357441

[6] Morphett, Mabel Vogel; Washburne, Carleton (March 1931). "When Should Children Begin to Read?". The Elementary School Journal. 31 (7): 496–503. doi:10.1086/456609. JSTOR 995974.

[7] "Carleton W. Washburne". Encyclopæ dia Britannica. Retrieved 5 January 2014.

[8] Carleton Washburne, A Living Philosophy of Education, The University of Chicago Press (1941).

[9] T. Corcoran, "The Winnetka School Plan," The Irish Monthly, Vol. 55, No. 644, pp. 63-67 (Feb., 1927), published by Irish Jesuit Province. URL at JSTOR

[10] Bruner, Jerome; Goodman, Cecile (1947). "Value and Need as Organizing Factors in Perception". Journal of Abnormal and Social Psychology. 42: 33-44. doi:10.1037/h0058484. PMID 20285707.

[11] Taxonomy of Educational Objectives: The Classification of Educational Goals; pp. 201-207; B. S. Bloom (Ed.) Susan Fauer Company, Inc. 1956.

[12] Beilin, H. (1992).皮亞傑對發展心理學的貢獻, 28, 191-204.

[13] Hung, Woei (2011). "Theory to reality: A few issues in implementing problem-based learning". Educational Technology Research and Development. 59 (4): 529-552.

[14] "Which Remedial Education Models Work Best for Students?". U.S. News & World Report. The Hechinger Report. February 20, 2018. Retrieved September 9, 2018.

[15] Jimenez, Laura; Morales, Jessica; Thompson, Maggie (September 28, 2016). "Remedial Education". Center for American Progress. Retrieved July 5, 2018.

[16] Coursera https://zh-tw.coursera.org