

**教育部教學實踐研究計畫成果報告**  
**Project Report for MOE Teaching Practice Research Program**

計畫編號/Project Number：PEE1080315

學門專案分類/Division：工程

執行期間/Funding Period：2019/08/01~2020/07/31

計畫名稱/Title of the Project：開放式課程「工程數學」之應用個案探討

配合課程名稱/Course Name：工程數學(一)、工程數學(二)

計畫主持人(Principal Investigator)：呂志宗

執行機構及系所(Institution/Department)：中華大學土木工程學系

成果報告公開日期：

■立即公開 延後公開

繳交報告日期(Report Submission Date)：2020/09/20

# 開放式課程「工程數學」之應用個案探討

## 一. 報告內文(Content)

### 1. 研究動機與目的(Research Motive and Purpose)

許多同學在學習工程數學時，心中常想知道的三個問題是：

- (a) 為什麼要學習工程數學？
- (b) 學習工程數學有什麼用？
- (c) 工程數學如何應用於工程個案中？

計畫主持人以往約九成的教學努力重點，是著重在幫助學生們學會工程數學的解題方法，藉由 107 學年度教育部教學實踐研究計畫「開放式課程《工程數學》之教學暨解題講義/影片的建立與應用」[1]的執行，已增加錄製 407 個工程數學相關例題的解題影片。今所完成的 108 學年度教育部教學實踐研究計畫「開放式課程《工程數學》之應用個案探討」[2]，有新提供 110 個單元的工程應用案例介紹，此應極有助於幫助學生瞭解工程數學如何應用於工程個案中。這些工程應用案例的解析，對於回答為什麼要學習工程數學、或學習工程數學有什麼用這類的疑問應有助益。



圖 1 2020/09/19 進行關鍵字「工程數學」的 Google 檢索排名為第 1 名



圖 2 2020/09/19 進行關鍵字「工程數學一」的 Google 檢索排名為第 1 名



圖 3 2020/09/19 進行關鍵字「工程數學二」的 Google 檢索排名為第 1 名



圖 4 2020/09/19 進行關鍵字「工程數學三」的 Google 檢索排名為第 1 名



圖 5 2020/09/19 進行關鍵字「工程數學四」的 Google 檢索排名為第 1 名



圖 6 2020/09/19 進行關鍵字「工程數學教學影片」的 Google 檢索排名為第 1 名

本計畫所完成的數位影音教材，均已安置於 YouTube 開放式課程平台上，可免費提供給莘莘學子們參考。計畫主持人至目前為止所完成的教學影片，均已安置或陸續安置於本校開放式課程平台 [3-6]、台灣開放式課程聯盟 [7-10] 及 YouTube 平台 [11-19] 上。各教學影片的講解過程，均著重於幫助學生們建立理解與邏輯分析能力，而非數學公式的記憶與套用，亦即計畫主持人是採用啟發式教學，幫助學生們運用分析思考的智能，弄懂工程數學的應用過程與解析方法，此一過程應有助於讓學生們獲得學習的樂趣。

表 1 2019 年度開放式課程之使用者代表性見證

暱稱	留言	互動日期
 JE O	謝謝教授！	2019/12/07
 Peter Yu	感謝老師詳細的講解！	2019/12/03
 我是勺勺	謝謝老師 講解得很好	2019/11/02
 罐罐	加油窩 教授，看到你們做簡單易懂的分析，讓我這些看久了研究所題庫的高壓學生輕鬆不少	2019/10/29
 SunnyBall1234	教授您好：看完了大部分影片，您真的講解的很好，這種用題目來讓我們思考公式的意義以及用法的方式，真的讓學習的人可以很快地融會貫通。希望教授您會再出影片！	2019/10/22
 KY	板書好工整啊!!	2019/10/22
 SunnyBall1234	教授您解釋得實在太好！謝謝您！	2019/10/08
 Kyle Jiang	謝謝教授的講解，很詳細!!	2019/10/06
 Oapa 66	老師做的影片簡而易懂 非常棒!	2019/09/18
 yenting Chou	感謝呂老師分享，解題技巧俐落，講解的又清晰，非常受用。	2019/08/31
 陳太和	老師很認真	2019/08/15
 yanpeng li	老师讲的真细致，太棒了。好多概念比如 Hankel 积分变换，弄了好久才搞明白。	2019/08/08
 Eric Apple	字體工整、邏輯清晰，呂教授真的厲害!!感謝分享~~	2019/07/15
 羅立渝	講的非常清楚 而且很有條理 謝謝您	2019/06/15
 tabby wu	推導過程清晰易懂，謝謝您的教學!!!	2019/06/11
 akila	感謝~講解十分清楚	2019/05/29
 小凡	感謝老師在白忙中抽出時間給予解答疑惑	2019/05/11
 chin Huang	原來如此 謝謝老師	2019/04/08
 林仔新	感謝教授指導 幫助我超多^_^	2019/03/17
 陳太和	誨人不倦	2019/03/14
 chenxu zhao	老师讲得不错 板书也很认真 好老师	2019/02/16
 Xri yang	瞭解了！感謝老師回答	2019/02/14
 Wei	老師 謝謝您	2019/02/13
 卓立	懂了!謝謝老師!	2019/02/13
 Zi Fang	講得很清晰，對於自學的學生有很大幫助	2019/02/09
 Steven	謝謝老師	2019/01/31
 Hero Chiu	感謝老師 讓我以前不清楚的地方 更加清楚了	2019/01/29

今已於 108 學年度申請的教學實踐研究計畫案中，加強工程數學之工程應用案例的探討，並完整錄製 110 個工程問題之模式化(Modeling)方式及解析過程，此將有助於讓學生們瞭解工程數學在各類工程個案中的應用方式，學生們亦可藉此學會解析問題的方法，此一安排可讓

學生們真正瞭解為什麼要學工程數學並學好工程數學。所錄製的教學影片是以無需帳號密碼且無廣告的開放式課程型式，分享給網路上眾多的莘莘學子們，可藉以提升學子們的學習動機，並學好工程數學。

歷年來，計畫主持人所完成的工程數學開放式課程，其「工程數學」、「工程數學一」、「工程數學二」、「工程數學三」、「工程數學四」、「工程數學教學影片」等關鍵字的 Google 檢索排名常位居前三名，如圖 1 至圖 6 所示，由此可知，計畫主持人所規劃的教學研究主題，在網路已具有相當的影響力，透過本計畫的完成，應有助於加深並推廣所建立的工程數學數位平台之影響力。此外，網路上已有許多同學表達，計畫主持人所錄製的工程數學教學影片，確實對其學習非常有幫助，如表 1 所示。工程數學是工程科學之母，計畫主持人認為同學們若能學好工程數學，極有利於奠定學習者在工程領域相關科目之學習基礎，且至少可以擁有一項優勢：

- (a) **有能力將工程問題模式化**：許多工程實務課題能否作出客觀準確的評估之關鍵，是工程師是否有能力準確引用與工程問題相關之自然律及時空條件，建立工程問題之數學模式並加以解析。這種有學理依據的工程問題之模擬分析過程，若能提高其準確率，將極有助於工程之規劃、設計、施工、營運、及管理過程。
- (b) **讓理論與實務並重**：工程實務課題若能透過學理分析方式加以詮釋，將有助於工程師進行精準的規劃設計。而學理分析過程中，最重要的就是需具備模式化的能力。學好工程數學將有助於建立此一能力，可落實理論與實務並重的學習目標。
- (c) **強化邏輯分析推理能力**：工程師的養成教育，相當重視理性思考能力的訓練，亦即較重視邏輯分析推理能力的建立。計畫主持人認為，學好工程數學應極有助於建立工程師的理性思考智能。此外，理性思考的邏輯分析能力亦可應用於程式撰寫、軟體開發、構造物的設計建造施工等，並有助於跨領域的學習。計畫主持人認為工程數學為工程科學之母，學好工程數學，許多工程科學相關領域的學習也會比較容易駕輕就熟。

本計畫所錄製的教學影片，是採用單元主題方式錄製，且非在課程旁邊側錄，乃採用課前或課後另找安靜的時空加以錄製的方式。共計錄製 110 個單元主題，合計 28 時 4 分 15 秒，每單元影片之平均時間長度為 15 分 19 秒。此一錄製方式有助於提升影片的品質，錄製教學影片時，是採用板書為主、電腦螢幕擷取為輔的方式。為提高影片解析度和收音效果，板書錄製過程中是採用解析度達 4K 之數位攝影機和指向性麥克風。影片後製過程是使用威力導演等多媒體影音編輯軟體進行必要之剪輯。關於螢幕的擷取錄影，是考慮使用具有影音剪輯功能的 Camtasia 軟體。

## 2. 文獻探討(Literature Review)

本計畫之推動，除了解釋工程數學如何應用於工程問題外，亦包含所建立的數學模式之解析過程，故實際上亦列舉了 110 個工程數學的解析範例，這些解題範例都可視為工程數學題庫中之新題目的建立。Lohgheswary[20]等人曾探討 Mathematica 軟體在工程數學的應用成效，並獲得正向的結論。Cheong 與 Koh[21]曾提供可進行虛擬學習的實驗室環境，探討工程數學中之 Fourier 分析原理的應用方式，藉以提高學生的學習動機與學習成效。Yelamarthi[22]以學習者為中心，結合工程、數學、程式設計等進行課程的融合安排，發現可有效改善大二學生的學習。Freeman 等人[23]的研究旨在探討主動學習成效，研究如何提高學生在科學、工程和數學方面的學業成績表現；d'Inverno 等人[24]使用「工程數學」之個人回饋系統，促進學生的學習與互動；Becker 和 Kyungsuk[25]曾提出綜合分析方法，用以瞭解科學、技術、工程和數學等科目對學生學習的影響；Rahman、Yusof 和 Baharun[26]則引用行動研究方法，增進工程數學的教學成效；Tawil 等人[27]曾引用互聯網工具，增進工程數學之教與學，並獲得成效；Kipli 等人[28]曾針對馬來西亞砂勞越大學工程學院一年級學生，進行工程數學(一)之個案

研究；Kashefi 等人[29]提出學生與老師可透過創造性之解決問題的比較研究方法，了解工程數學的學習障礙並加以突破；Othman 等人[30]認為學生們可透過合作學習，學好工程數學。相關之研究，不勝枚舉。



圖 7 至 2020/9/19 為止有 2,370 位讀者訂閱計畫主持人在 YouTube 平台上所建立的教學社群



圖 8 所錄製的 108 學年度工程數學應用個案之影音教學影片已建立 YouTube 開放式課程清單

由圖 1 至圖 6 得知，本人所建立的數位教材之 Google 檢索排名常位居前三名，亦即所錄製的工程數學教材確實廣受重視。另外，如圖 7 所示，至 2020/9/19 為止，申請人在 YouTube 平台所建立的教學社群，已有 2,370 位讀者訂閱，約為 1 年前的兩倍。教學社群中之訂閱者的提問，申請人均會盡可能在 12 小時內回覆，讓學生們可以獲得即時的回饋。許多訂閱者的留言，均表示此一 YouTube 教學社群對其工程數學的學習的確相當關鍵且重要，如表 1 所示。以上努力，應極有助於提升學生學習工程數學之動機與成效。

### 3. 研究問題(Research Question)

申請人所完成的教學研究計畫，是期待能幫助實體課程和網路上的開放式課程中之眾多對工程數學的學習有興趣之學生，瞭解為何要學習工程數學、如何學好工程數學、且知道工程數學在工程上的應用方式，為達成這些目標，擬訂並完成了以下研究主題。

#### (a) 新教材的研發

本計畫已錄製 110 個工程應用個案之教學影片，藉以解說工程數學如何應用於工程問題中。自 1984 年起，計畫主持人所完成的碩博士論文及陸續發表的 30 餘篇 I 級期刊暨研討會論文，即是引用工程數學中所介紹的模式化分析過程及微分方程之解析技巧等，已推導出 30 餘種工程問題之閉合解(Closed-form Solution)或解析解>Analytical Solution)。計畫主持人本於此一教學暨研究專長，由淺入深逐步介紹工程數學在工程上的應用方式，相關內容均已以教學影片的方式錄製或同步撰寫教學講義，並上傳至 [YouTube 教學平台](#)。若以應用主題加以分類，所錄製的教學影片包括以下內容：

- **工程數學在結構學的跨領域應用**：所擬訂的主題是基於梁之作用力  $q(x)$ 、剪力  $V(x)$  和彎矩  $M(x)$  之控制方程式的推導結果，進行均佈荷重  $q$  暨集中力  $P$  作用於簡支承梁或懸臂梁時之剪力圖和彎矩圖的解析，也包括懸臂梁受均佈荷重  $\omega$  作用時之撓度  $y$ 、旋轉角(傾角)  $\theta$ 、剪力  $V$  和彎矩  $M$  的解析，懸臂梁自由端受集中荷重  $P$  作用時之撓度  $y$ 、旋轉角(傾角)  $\theta$ 、剪力  $V$  和彎矩  $M$  的解析，懸臂梁自由端受彎矩  $M$  作用時之最大撓度  $y_{\max} = ML^2/2EI$  和最大傾角  $\theta_{\max} = ML/EI$ ，簡支承梁受均佈荷重作用時之梁中央撓度  $\delta = 5\omega L^4/384EI$  和端點傾角  $\theta = \omega L^3/24EI$ ，簡支承梁受集中荷重  $P$  作用之梁正中央撓度  $\delta = PL^3/48EI$  和傾角  $\theta = PL^2/16EI$ ，簡支承梁受端點彎矩  $M$  作用時之梁中央撓度  $\delta = ML^2/16EI$  和端點傾角  $\theta = ML/3EI$ 、 $ML/6EI$ ，梁的兩個支承端均為固定端時受集中荷重  $P$  作用時之固定端彎矩  $M = PL/8$ ，梁的兩個支承端分別為固定端及輻支承端時受集中荷重  $P$  作用時之固定端彎矩  $M = 3PL/16$ ，梁的兩個支承端均為固定端時受均佈荷重  $\omega$  作用時之固定端彎矩  $M = \omega L^2/12$ ，梁的兩個支承端分別為固定端及輻支承端時受均佈荷重  $\omega$  作用時之固定端彎矩  $M = \omega L^2/8$ ，梁的支承端固定端時受集中荷重  $P$  作用時之固定端彎矩  $M = Pab^2/L^2$ 、 $M = Pa^2b/L^2$ ，

柱產生  $\Delta$  的相對位移時之固定端彎矩與剪力  $M = 6EI\Delta/L^2$ 、 $V = 12EI\Delta/L^3$ ，柱產生  $\theta$  的相對傾角時之彎矩與剪力  $M = 4EI\theta/L$  及  $2EI\theta/L$ 、 $V = 6EI\theta/L^2$ 。相關問題之工程數學的應用方式與解析案例共計 34 個單元。

- **工程數學在材料力學的跨領域應用**：所擬訂的主題旨在介紹微分方程在材料力學的初步應用，包括曲率和曲率半徑之微分方程式的推導、曲率和撓度間的微分方程關係式之推導、曲率和彎矩之微分方程關係的推導。此外，亦推導撓度和角變量(傾角)、彎矩、剪力及作用力間之微分方程關係式。相關問題之工程數學的應用方式與解析案例共計 5 個單元。
- **工程數學在滲流分析的跨領域應用**：所擬訂的主題旨在介紹與滲流分析有關的達西定律(Darcy's Law)及其應用，應用主題包括西姆公式(Thiem Equation)的推導、自由含水層中之穩態抽水(Steady-state Pumping)估算現地滲透係數、變水頭試驗、定水頭試驗、等向性地層暨異向性地層穩態滲流之流量連續方程式的推導、考慮補注效應之限制含水層暨自由含水層穩態和暫態連續方程式的解析、島嶼因降雨所引致之地下水位之解析、土壩中之滲流水頭的解析、限制含水層暨自由含水層中之穩態抽水所引致的地下水位之解析、海水入侵地下含水層的範圍之 Ghyben-Herzberg 關係式 1:40 的解析等。相關問題之工程數學的應用方式與解析案例共計 17 個單元。
- **工程數學在彈性力學的跨領域應用**：本主題旨在介紹彈性力學中之組成律關係式、應變位移關係式、軸應變關係式、剪應變關係式、變位協調方程式、靜力平衡方程式、動力平衡方程式、平面應力、平面應變等所對應之微分方程式。此外，亦討論以上議題在卡氏坐標、圓柱坐標、極坐標等情況下，所呈現的微分方程式。相關問題之工程數學的應用方式與解析案例共計 18 個單元。
- **工程數學在數值分析的跨領域應用**：本主題旨在介紹一階導函數  $\phi'$ 、二階導函數  $\phi''$ 、三階導函數  $\phi'''$ 、四階導函數  $\phi''''$  等之有限差分式(Finite Difference Equation)，這些有限差分式又可區分為前向有限差分(Forward Finite Difference)、中央有限差分(Central Finite Difference)、後向有限差分(Backward Finite Difference)；另外，在離散化的過程，也有考慮 2 點、3 點、4 點、5 點、6 點等的有限差分式。不同種類之有限差分式，計畫主持人均有詳細加以推導，並以實際之案例分析其殘餘誤差量的差異。相關問題之工程數學的應用方式與解析案例共計 36 個單元。

以上共計已安排 110 個主題的工程應用案例，說明工程數學在工程上的應用方式，且已超過原初所規劃之 100 個工程應用案例的教學影片錄製目標。每個應用案例，計畫主持人均清楚呈現工程應用個案之模式化過程及數學模式的解析方法，所錄製的 4K 解析度之板書影音教材，能清楚且詳細呈現黑板上之手寫內容。這些應用案例可對應至各週次所安排的工程數學相關主題之解說，研究成果可供實體課程學生和網路上的開放式課程中之莘莘學子們參考。這些努力應有助於提高學生們學習工程數學的動機，並可讓學生們學好工程數學。

## (b)以學習者為中心

如圖 8 所示，所錄製的工程數學應用個案之數位影音教學影片，均已建立清單並安置於 YouTube 開放式課程平台中，學生們無需帳號密碼即可在 YouTube 瀏覽有興趣的教學影片，可實現以學習者為中心的學習模式。YouTube 所提供的關聯影片連結功能，亦是以學習者為中心的學習模式，學習者可繼續瀏覽相關的影片進行學習。同學們亦可利用關鍵字蒐尋的方式，直接找到擬學習的單元或主題。

## (c)結合數位科技進行學習成效評估

為了解學生的學習成效，有針對實體課程的學生，進行 Google 問卷，這是以「問卷調查法」了解學生們的學習成效。108 學年度上下學期的問卷成績分別為 87.83 分與 90.68 分，已符合學校要求之至少 80 分的標準。此一結合資訊科技的學習成效評估模式，有利於後續進行

學習成效的統計分析。如表 1 所示之 YouTube 的留言肯定，亦有助於學習成效的質性評估。另外，YouTube 亦會提供影片點閱次數、喜歡/不喜歡人數、學習者年齡、性別等資訊，部分內容已整理並發表於文獻[31]；正準備將本計畫之相關研究成果整理投稿之[32、33]，這些訊息都有助於評估學生們的學習成效，並可藉以規劃後續之教學研究方向。

#### 4. 研究設計與方法(Research Methodology)

##### (a)研究設計說明

計畫主持人的研究設計構思是，在實體課程中，藉由與學生們的互動，了解學生們關於學習工程數學的困擾，並嘗試找到為同學們解惑的關鍵。然後，在錄製以工程應用為主要目標的教學影片時，將關鍵過程錄製成教學影片。最後，再以開放式課程的模式，將教學影片分享給網路上眾多的工程數學之學習者。將教材置於 YouTube 平台，亦是最直接有效的公開發表。計畫主持人之研究主題與實體課程之「工程數學(一)」和「工程數學(二)」有關，擬訂的研究設計內容，可同時照顧好實體課程和開放式課程中之學習者。

##### (b)研究步驟說明

###### ● 研究架構

申請人所使用之開放式課程平台包括台灣開放式課程聯盟、中華大學開放式課程平台、YouTube 平台等，其中 YouTube 平台會提供最近 28 天或自定時間內之「觀看次數」、「喜歡的人數」、「不喜歡的人數」、「分享次數」、「觀看次數」等，這些都是非常有用的資訊。另外，YouTube 還提供「資訊卡」、「結束畫面與註解」等超棒的功能，這些功能均極有助於建立關聯檔案，讓學生能進行關聯單元的學習。個人認為，恰當的使用這類功能，將極有助於建立有效的學習模式，讓學生能獲得融會貫通的學習樂趣。

本計畫是以全國對工程數學的學習有興趣之學生為研究對象，問卷調查法及 Google 檢索排名法均可用以了解所建立之開放式課程的教學成效，YouTube 所提供的統計資料，則可了解那些影片更受青睞。計畫主持人已有非常豐富的影音製播經驗，這些經驗包括：(1)重錄比後製更省時。(2)教室就是攝影棚。(3)一個人照樣可以錄。(4)重在清楚講解而非呈現華麗的配樂與藝術效果。(5)鏡頭固定方向視覺效果佳。(6)熟悉威力導演、VideoScribe、Camtasia、PhotoImpact、Photoshop、Dreamweaver 等類影音編輯軟體或網頁設計軟體。(7)有能力親自將影片上傳 YouTube 平台，並完成「資訊卡」、「結束畫面與註解」等之設定，且能掌握 YouTube 提供的分析數據。(8)了解且完全尊重著作權法。(9)熟悉攝影器材，且知道如何操作使用。(10)最重要的是能持續保持教學熱情。

###### ● 研究假設

根據計畫主持人的開放式課程之教學經驗，本研究之基本假設有三點：(1)假設工程數學之學習者都是努力投入學習的，因此學習者的每一種回饋，教師都應正向看待並積極給予回應。(2)教學沒有最好，只有相對來說更好，因此努力突破自我和現狀的各種教學措施都是有意義且應該被鼓勵的。(3)假設所設計的教學問卷或試題，都可以有效鑑別學習者的程度。

##### (c)研究範圍

本計畫之研究範圍限定如後：(1)只探討兩類的學習者，一是 YouTube 工程數學社群中之學習者，二是實體課程中之學習者。(2)僅探討學習者使用所開發的數位教材之學習成效。(3)僅探討 YouTube 所提供的工程數學社群中之各種教學統計數據。

##### (d)研究對象

本計畫擬以實體課程的授課經驗為核心，再將工程數學之工程應用案例的教學心得錄製成教學影片，並以開放式課程方式，提供給對工程數學之學習有興趣的學習者參考。由文獻

[31]得知，YouTube 統計分析顯示，所建立的工程數學開放式課程，主要的觀眾年齡層是 18~24 歲，佔 55.8%；次要的觀眾年齡層是 25~34 歲，佔 14.9%。女性觀眾與男性觀眾所佔百分比分別為 15.5%和 84.5%，且女性觀眾呈逐年上升的趨勢。這些學習者的性別、瀏覽影片的方式等 YouTube 都有提供，值得加以深入探討。

### (e)研究方法及工具

本計畫之相關研究方法，說明如後。

- **問題教學法**：近年來，網路上眾多之莘莘學子們曾建議，工程數學若能提供更多的解題影片，則對同學們的學習會更有幫助。因此，本計畫持續提供工程個案分析過程之解題影片，供學子們參考。計畫主持人有能力提供不用死背公式的解題方法，訓練學生們擁有解決問題的邏輯分析之思考能力。問題教學法將更有助於提升學生的學習動機，因學生們在短時間內，集中精神了解常見題目之解法後，就會對工程數學的學習更有自信，並可獲得學習樂趣。
- **設計教學法**：設計教學法的涵意，是指由學生自己擬定計畫，決定自己要學習的進度與內容。例如，學生若希望了解「為什麼要學習工程數學？」，則他只需閱讀計畫主持人所提供的提要 001 之[教學影片](#)與[教學講義](#)即可，當學生弄清楚一個問題之後，會有助於建立自信心並提高學習動機。因所有的學習資源都已建構在開放式課程平台上，且已建立清單，學生們可依自己的興趣和時間，規劃出適合自己的學習進度。
- **思考教學法**：思考教學法包括①安排問題情境，②提供思考機會，③尋求解決方法等。許多老師即是透過所安排的習題，提供學生思考與練習的機會，並幫助學生能以活用並熟練解決問題的方法。學生們在學習工程數學的過程中，多以為需記憶解題公式，以此方式讀工程數學，較不易獲得學習樂趣。計畫主持人認為，若能讓學生曉得解題公式的來源，就能學到解決問題的邏輯思考方式，並且能訓練出理解與分析能力。計畫主持人即是幫助學生了解問題之核心和關鍵，不用死記生硬的公式。期待學生們均能透過此一解題的邏輯分析思考過程，獲得學習的樂趣。
- **自學輔導法**：「教」學生如何「學」很重要，很多學生的學業成績不良，均與學習方法錯誤有關，而這問題可能老師要負大部分的責任。工程數學使用自學輔導法時，老師有責任先教會學生如何學，並讓學生依自己的時間規劃學習進度。本著知識共享的理念，並本著對教育的熱情，計畫主持人很樂意完全免費提供學習資源，給對工程數學的學習有興趣之全國學生。計畫主持人擅長寫出工整清楚的板書，且具備能將複雜問題以淺顯易懂的方式清楚講解的能力，透過網路科技的幫助，應有助於幫助眾多學生建立自學的理想環境。

### (f)資料處理與分析

YouTube 平台會提供許多有意義的分析數據，包括近期和長期的年齡、性別、使用媒體、瀏覽平台等各項資料。申請人已大致完整了解有哪些分析資料，除可據以撰寫學術論文[31-33]加以發表外，亦可作為調整教學內容之依據。例如根據申請人之前的研究發現，許多學生期待能提供更多的解題影片[1]，又學習者常不清楚學習工程數學有何用途，故擬提出本計畫案之執行[2]。

### (g)實施程序

資訊軟硬體設備更新雖有其必要，但最重要的是教師必須能將工程數學的工程應用講解得清楚明白，這才是關鍵。本研究之實施程序基本上如圖 9 所示，其中專家諮詢對計畫主持人規劃後續之研究方向有相當的助益，例如有諮詢委員提出以下建議，這些都是值得思考的具體方向。

- 實體課程搭配開放式課程的教材，朝向混成式學習。



- 學校發展品牌課程，宣傳學校教學品質，為學校和參與教師創造收益。
- 開放式課程可以提供學生先修，提高學習與教學的彈性，幫助系所調整課程結構，培養學生新的就業技能。
- 幫助企業進行人才培訓、教育訓練。



圖 9 本研究之實施程序

## 5. 教學暨研究成果(Teaching and Research Outcomes)

### (a) 教學過程與成果

計畫執行期間，曾分別於 108 學年度第一、二學期講授「工程數學(一)」與「工程數學(二)」，這兩門課程之翻轉教學過程，可透過附件 1 與附件 2 之翻轉教學成果報告書，分別檢視實體課程中之教學成果。整體而言，實體課程之修課學生給予的問卷回饋分數，分別為 87.83 分和 90.68 分。可見修課同學普遍均認同所採用的翻轉教學之授課方式，並給予高度的評價。

本計畫執行期間，共計已發表 1 篇與本計畫相關之研討會論文[31]，請參閱附件 3 之說明，目前正在撰寫另兩篇擬投稿之論文[32、33]。所完成的 110 個工程數學之應用個案的教學影片，其聯結網址與彙整結果，請參閱附件 4 之內容。

### (b) 教師教學反思

自 2003 年起，計畫主持人每學期均會向所服務的學校或教育部，申請一個數位教材開發計畫案，至今已執行過 35 個數位教材開發計畫案，且從未間斷。過程中，本人努力藉由網路科技的運用，將資訊科技融入教學，已建立優質的工程數學之開放式課程教材，並在 YouTube 平台上經營教學社群，已逐步實踐了「以學習者為中心」、「問題導向教學法」、「資訊科技融入教學法」、「設計教學法」、「思考教學法」和「自學輔導法」等之教學原理與內涵。

### (c) 學生學習回饋

為了解學生的學習成效，有針對實體課程的學生，進行 Google 問卷，這是以「問卷調查法」了解學生們的學習成效。108 學年度上下學期的問卷成績分別為 87.83 分與 90.68 分，此一實體課程的問卷，已符合學校至少應獲得 80 分的要求。開放式課程中學生們之代表性質性回饋如表 1 所示，學生們在 YouTube 的留言多表肯定與鼓勵，按讚的比例約為 93%，此一學習成效的質性評估顯示是正面的。另外，透過圖 1 至圖 6 所示之 Google 關鍵字檢索排名常位居前三名得知，學生們常透過網路，瀏覽並使用計畫成果學習工程數學，學生們對所開發之

教材的喜愛，也肯定了計畫案之相關成果。

## 6. 建議與省思(Recommendations and Reflections)

計畫主持人認為教學沒有最好，只有相對來說更好。為了協助透過網路學習工程數學的學習者能獲得後設認知(Metacognition)的技能，讓學習者能取得即時的回饋與互動，已於 109 學年度提出新的教學實踐研究計畫案「開放式課程《工程數學》之線上影片增加互動式測驗的設計探討」之申請，並獲得教育部之經費補助。希能透過所設計之段落測驗和單元測驗，讓學習者有機會立即了解自己的學習狀況；另外，亦擬安置關聯影片，讓學習者可以延伸學習的深度與範圍。

## 二. 參考文獻(References)

- [1] 呂志宗(計畫主持人),「開放式課程《工程數學》之教學暨解題講義/影片的建立與應用」, 教育部教學實踐研究計畫, PEE107085, 2018/08/01~2019/07/31, <https://s.chu.edu.tw/R.aspx?rd=1SIIdmw>。
- [2] 呂志宗(計畫主持人),「開放式課程《工程數學》之應用個案探討」, 教育部教學實踐研究計畫, PEE1080315, 2019/08/01~2020/07/31, <https://s.chu.edu.tw/R.aspx?rd=HqUjwy>。
- [3] 呂志宗,「工程數學(一)」, 中華大學開放式課程收錄, <https://goo.gl/iX3lpm>, 2013/04/18。
- [4] 呂志宗,「工程數學(二)」, 中華大學開放式課程收錄, <https://goo.gl/uBko53>, 2013/05/01。
- [5] 呂志宗,「工程數學(三)」, 中華大學開放式課程收錄, <https://goo.gl/W98Rgc>, 2014/02/07。
- [6] 呂志宗,「工程數學(四)」, 中華大學開放式課程收錄, <https://goo.gl/VrzzeL>, 2013/05/03。
- [7] 呂志宗,「工程數學(一)」, 台灣開放式課程聯盟收錄, <https://goo.gl/46kaQB>, 2013/09/15。
- [8] 呂志宗,「工程數學(二)」, 台灣開放式課程聯盟收錄, <https://goo.gl/dkAgBI>, 2014/09/02。
- [9] 呂志宗,「工程數學(三)」, 台灣開放式課程聯盟收錄, <https://goo.gl/nW6AAs>, 2014/02/20。
- [10] 呂志宗,「工程數學(四)」, 台灣開放式課程聯盟收錄, <https://goo.gl/te0E3X>, 2014/09/04。
- [11] 呂志宗,「工程數學(一)新剪輯」, YouTube 收錄, <https://goo.gl/5oZfwP>, 2017/10/09。
- [12] 呂志宗,「工程數學(一)加字幕」, YouTube 收錄, <https://goo.gl/cerjaT>, 2016/02/05。
- [13] 呂志宗,「工程數學(一)解題影片」, YouTube 收錄, <https://goo.gl/Xfktac>, 2018/01/09。
- [14] 呂志宗,「工程數學(二)新剪輯」, YouTube 收錄, <https://goo.gl/VcILNI>, 2016/02/23。
- [15] 呂志宗,「工程數學(二)加字幕」, YouTube 收錄, <https://goo.gl/Vm37PN>, 2016/06/29。
- [16] 呂志宗,「工程數學(二)新錄製」, YouTube 收錄, <https://goo.gl/nE5ELs>, 2017/09/04。
- [17] 呂志宗,「工程數學(三)」, YouTube 收錄, <https://goo.gl/JTDcFY>, 2016/03/14。
- [18] 呂志宗,「工程數學(三)加字幕」, YouTube 收錄, <https://goo.gl/TRaS6Y>, 2017/11/02。
- [19] 呂志宗,「工程數學(四)」, YouTube 收錄, <https://goo.gl/8Qf4Xu>, 2016/05/08。
- [20] Lohgheswary, N., E. Zakaria, Z.M., Nopiah, and A.A. Aziz, “Innovative learning in engineering mathematics,” 2017 7th World Engineering Education Forum (WEEF), pp. 768-772, 2017.
- [21] Cheong, K. H., and J. M. Koh, “Integrated virtual laboratory in engineering mathematics education: Fourier theory,” IEEE Access, Vol. 6, pp. 58231-58243, 2018.
- [22] Yelamarthi, K., “Improving student success through an effective learner-centered course in introductory engineering, mathematics, and programming,” International Journal of Engineering Education, Vol. 34, No. 6, pp. 1829-1837, 2018.

- [23] Freeman, S., S.L. Eddy, M. McDonough, M.K. Smith, N. Okoroafor, H. Jordt, and M.P. Wenderoth, "Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics," *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, Vol. 111, No. 23, pp. 8410-8415, 2014.
- [24] d'Inverno, R., H. Davis, and S. White, "Using a personal response system for promoting student interaction," *Teaching Mathematics and its Applications*, Vol. 22, No. 4, pp. 163-169, 2003.
- [25] Becker, K., and Kyungsuk P., "Effects of integrative approaches among science, technology, engineering, and mathematics (STEM) subjects on students' learning: A preliminary meta-analysis," *Journal of STEM Education: Innovations and Research*, Vol. 12, No. 5/6, pp. 23-37, 2011.
- [26] Rahman, R.A., Y.M. Yusof, and S. Baharun, "Improving the teaching of engineering mathematics using action research," *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, Vol. 56, pp. 483-493, 2012.
- [27] Tawil, N.M., I. Shaari, A. Zaharim, H. Othman, and N.A. Ismail, "Implementing internet source as tools in teaching and learning engineering mathematics," *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, Vol. 102, pp. 122-127, 2013.
- [28] Kipli, K., N. Bateni, M.S. Osman, N. Sutan, A. Joseph, and O.S. Selaman, "Engineering mathematics I: A case study of first year students at faculty of engineering, UNIMAS," *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, Vol. 56, pp. 573-578, 2012.
- [29] Kashefi, H., Z. Ismail, and Y.M. Yusof, "Engineering mathematics obstacles and improvement: A comparative study of students and lecturers perspectives through creative problem solving," *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, Vol. 56, pp. 556-564, 2012.
- [30] Othman, H., I. Asshaari, H. Bahaludin, N.M. Tawil, and N.A. Ismail, "Student's perceptions on benefits gained from cooperative learning experiences in engineering mathematics courses," *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, Vol. 60, pp. 500-506, 2012.
- [31] 呂志宗, 「YouTube 工程數學教學頻道的巨量資料分析」, 2020 中華大學教學實踐研究與創新研討會論文集, 新竹市, 第 205~215 頁, 2020/06/12。
- [32] 呂志宗, 「依觀眾年齡探討所建立之工程數學 YouTube 教學平台的創新學習模式」, 準備投稿中, 2020。
- [33] Lu, John C.-C., "Student experience on the developed YouTube teaching materials used in engineering mathematics courses," *Journal of Advances in Social Science, Education and Humanities Research*, ISSN: 2352-5398, Prepared to Submit for Reviewing, 2020.

### 三. 附件(Appendix)

本研究計畫之相關成果資料, 如附件 1 至附件 5 所示。

- 【附件 1】呂志宗, 2020/09/19, 「108-1《工程數學(一)》翻轉 FUN 教學課程成果報告書」。
- 【附件 2】呂志宗, 2020/07/22, 「108-2《工程數學(二)》翻轉 FUN 教學課程成果報告書」。
- 【附件 3】呂志宗, 2020/06/12, 「YouTube 工程數學教學頻道的巨量資料分析」, 2020 中華大學教學實踐研究與創新研討會論文集, 第 205~215 頁。
- 【附件 4】呂志宗, 2020/9/20, 「開放式課程《工程數學》之應用個案探討」, 教育部教學實踐研究計畫, PEE1080315, 2019/08/01~2020/07/31, <https://s.chu.edu.tw/R.aspx?rd=HqUjwy>。
- 【附件 5】呂志宗, 2020/08/24, 「發表證明」, 參與 108 年度教育部教學實踐研究計畫-工程學門、數理學門暨社會(含法政)學門成果交流會。

# 附件 1

呂志宗，2020/09/19，「108-1《工程數學  
(一)》翻轉 FUN 教學課程成果報告書」。



# 中華大學

108 學年度第 1 學期

「翻轉 FUN 教學」

成果報告

單位名稱：土木工程學系

課程名稱：工程數學(一)

課號：B04203A

授課教師：呂志宗

中華民國 109 年 9 月 19 日

# 中華大學 「翻轉教學」 成果報告

編號	無	姓名	呂志宗	職稱	教授
聯絡電話	03-5186708	手機	0920047787	E-mail	cclu@chu.edu.tw
開課單位	土木工程學系二年甲班				
課程名稱	工程數學（一）				
課號	B04203A				
開課班級數	1				

## 成果報告

### 課程目標

本課程之教學目標是希望修課同學能在上課過程中，培養出以數學及科學方法解決工程問題的能力，其教學內容會牽涉到「認識工程問題」、「數學模式的建立」、及「數學模式的解析」等。教學過程中，會讓修課同學瞭解「模式化 (Modeling)」的觀念與方法，以及許多解析數學模式的技巧與觀念。

本學期的教學重點為：(1)一階常微分方程式(First – Order Differential Equations)的解析。(2)二階及高階線性微分方程式(Linear Differential Equations of Second and Higher Order)的解析。(3)聯立微分方程式(Systems of Differential Equations)的解析。

### 「翻轉教學」之教學規劃與設計

1. 本課程共計安排 10 回的線上單元測驗，如圖 1a 所示，這些測驗均採翻轉教學的模式進行。學生可藉由單元測驗瞭解授課重點，每一測驗題目都會指引學生應點閱瀏覽的教學影片與講義，如圖 1b 所示，好讓修課學生可以在教學影片中找到答案，以獲得學習成就感，進而提升學生的學習成效。

單元名稱	測驗時間	測驗時長	單元	時數	題型	題文位置	功能
【測驗1】Euler-Cauchy Equation 的解析	2019/12/24 00:00:00	2020/01/13 23:59:59	不分單元	20	自動批閱	28 傑巴德4 傑巴德28 傑巴德 可選擇中文	結束
【測驗2】Modeling(模式化)	2019/12/03 00:00:00	2020/01/13 23:59:59	不分單元	20	自動批閱	31 傑巴德1 傑巴德31 傑巴德 可選擇中文	結束
【測驗3】解常微分方程式的第1-4種方法	2019/12/03 00:00:00	2020/01/13 23:59:59	不分單元	20	自動批閱	31 傑巴德1 傑巴德31 傑巴德 可選擇中文	結束
【測驗4】解常微分方程式的第4-8種方法	2019/12/03 00:00:00	2020/01/13 23:59:59	不分單元	20	自動批閱	31 傑巴德1 傑巴德31 傑巴德 可選擇中文	結束
【測驗5】解常微分方程式的第8-12種方法	2019/12/03 00:00:00	2020/01/13 23:59:59	不分單元	10	自動批閱	30 傑巴德2 傑巴德30 傑巴德 可選擇中文	結束
【測驗6】二階齊性/非齊性常微分方程式的解法-正交軌跡	2019/12/03 00:00:00	2020/01/13 23:59:59	不分單元	20	自動批閱	30 傑巴德2 傑巴德30 傑巴德 可選擇中文	結束
【測驗7】自由振盪 & 強制振盪	2019/12/03 00:00:00	2020/01/13 23:59:59	不分單元	20	自動批閱	31 傑巴德1 傑巴德31 傑巴德 可選擇中文	結束
【測驗8】結合相關與微分方程	2019/12/03 00:00:00	2020/01/13 23:59:59	不分單元	20	自動批閱	29 傑巴德3 傑巴德29 傑巴德 可選擇中文	結束
【測驗9】聯立微分方程式的解法	2019/12/03 00:00:00	2020/01/13 23:59:59	不分單元	20	自動批閱	21 傑巴德11 傑巴德21 傑巴德 可選擇中文	結束
【測驗10】降階法與參數變數法	2019/12/03 00:00:00	2020/01/13 23:59:59	不分單元	20	自動批閱	22 傑巴德10 傑巴德22 傑巴德 可選擇中文	結束

圖 1a 本課程共計安排 10 回的線上單元測驗

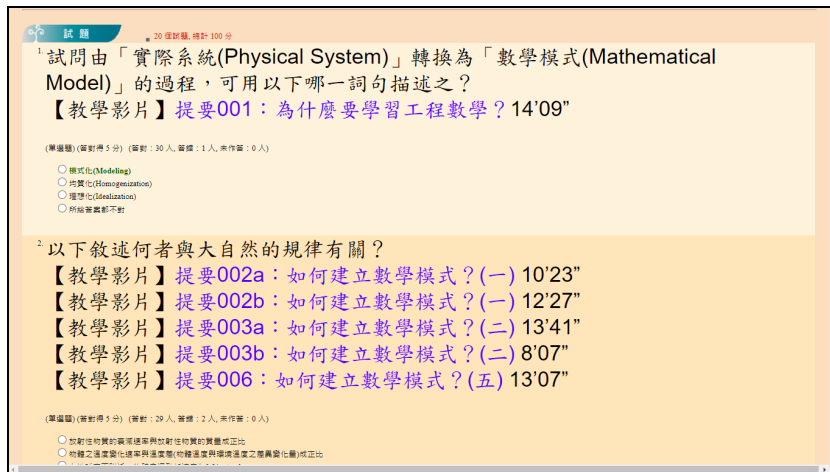


圖 1b 每一測驗題目都會指引學生應點閱瀏覽的教學影片或講義

2. 本課程亦安排 10 次的紙筆作業, 如圖 2a 與圖 2b 所示, 紙筆計算能力很重要, 故以紙筆作業訓練修課同學。



圖 2a 本課程亦安排 10 次的紙筆作業

## 【工程數學(一)】

### HW1 (2019/09/17)

#### HW1 繳交期限: 2019/11/04

#### 計算題

1. 已知 100 加侖的水槽中溶有 20 磅的鹽, 若每分鐘有另一種濃度(每一加侖含 2 磅鹽)的鹽水 5 加侖流入水槽中, 充分混合後, 每分鐘水槽亦排出 5 加侖的鹽水, 試求任意時刻水槽中之鹽重。(註: 可參閱提要 004 和 009)

圖 2b 本課程安排的紙筆計算之作業 1

3. 持續重新建構本校開放式課程平台上之「工程數學(一)」  
<http://ocw.chu.edu.tw/course/view.php?id=6>, 所錄製的教學影片均符合 MOOCs(Massive Open Online Courses)精神, 如圖 3 所示。



圖 3 中華大學開放式課程平台上重新建構的「工程數學(一)」

4. 本課程資料已獲得台灣開放式課程聯盟的收錄 <https://goo.gl/46kaQB>，如圖 4 所示。



圖 4 「工程數學(一)」已獲得臺灣開放式課程聯盟的收錄

5. 107 學年度的教育部教學實踐研究計畫新錄製超過 65 個小時共計 407 題的各校之研究所考古題之解題影片，並已安置於 YouTube 平台 <https://s.chu.edu.tw/R.aspx?rd=1SIIdmw>，如圖 5 所示。



圖 5 107 教學實踐研究計畫新錄製超過 65 個小時的解題影片

6. 108 學年度的教育部教學實踐研究計畫新錄製超過 28 個小時共計 110 個主題的工程數學在工程上之應用的解題影片，已安置於



YouTube 平台 <https://s.chu.edu.tw/R.aspx?rd=HqUjwy>，如圖 6 所示。



圖 6 108 教學實踐研究計畫新錄製超過 28 個小時的教學影片

7. 本課程「工程數學(一)」之教學影片亦已加字幕並安置於 YouTube 平台 <https://s.chu.edu.tw/R.aspx?rd=m4b42f>，如圖 7 所示。



圖 7 YouTube 平台上加字幕的「工程數學(一)」教學影片

8. 本課程「工程數學(一)」之加字幕教學影片亦已安置於 YouKu 平台 <https://s.chu.edu.tw/R.aspx?rd=k7jIFT>，如圖 8 所示。



圖 8 「工程數學(一)」的教學影片已安置於 YouKu 平台

9. 本課程有安排兩次總結性的評量，即期中考與期末考各有一次，這一部分是採用紙筆測驗完成的。

如前所述，本課程共計安排 10 回的單元測驗和 10 次的紙筆作業，這些測驗和作業均採翻轉教學的模式進行。各週次之課程安排進度與內容，如表 1 所示。

表 1 授課進度及內容

單元名稱與內容(Unit Title & Content)	教學方法 (Teaching Methods)	評量方法 (Evaluation Methods)
1. ●課程簡介(Course introduction) 【教學影片】 提要 001：為什麼要學習工程數學？	講授(Lecture) 個案教學 (Case Study)	
2. ●數學模式的建立與解析 ●實施翻轉教學 【教學影片】 提要 002：如何建立數學模式？(一) 提要 003：如何建立數學模式？(二) 提要 004：如何建立數學模式？(三) 提要 005：如何建立數學模式？(四) 提要 006：如何建立數學模式？(五)	講授(Lecture) 個案教學 (Case Study) 【請修課同學至 e-Campus 平台瀏覽教學影片】	【請修課同學完成 e-Campus 平台線上單元測驗】
3. ●一階常微分方程式的解析(3-1) ●實施翻轉教學 【教學影片】 提要 007：認識五個專有名詞 提要 008：解一階 ODE 的第一個方法—直接積分法 提要 009：解一階 ODE 的第二個方法—變數可分離之 ODE 的解法 提要 010：解一階 ODE 的第三個方法—更換變數使成變數分離(1) 提要 011：解一階 ODE 的第四個方法—更換變數使成變數分離(2)	講授(Lecture) 個案教學 (Case Study) 【請修課同學至 e-Campus 平台瀏覽教學影片】	【請修課同學完成 e-Campus 平台線上單元測驗】
4. ●一階常微分方程式的解析(3-2) ●實施翻轉教學 【教學影片】 提要 012：解一階 ODE 的第五個方法—正合微分方程式的解法 提要 013：解一階 ODE 的第六個方法—非正合微分方程式的解法 提要 014：解一階 ODE 的第七個方法—一階線性微分方程的合併法 提要 015：解一階 ODE 的第八個方法—Bernoulli 方程式的解法	講授(Lecture) 個案教學 (Case Study) 【請修課同學至 e-Campus 平台瀏覽教學影片】	【請修課同學完成 e-Campus 平台線上單元測驗】
5. ●1. 一階常微分方程式的解析(3-3) ●2. 一階常微分方程式在工程上的應用 ●實施翻轉教學 【教學影片】 提要 016：解一階 ODE 的第九個方法—Riccati 方程式的解法 提要 017：解一階 ODE 的第十個方法—Clairaut 方程式的解法 提要 018：解一階 ODE 的第十一個方法—Picard	講授(Lecture) 個案教學 (Case Study) 【請修課同學至 e-Campus 平台瀏覽教學影片】	【請修課同學完成 e-Campus 平台線上單元測驗】

教學實施情形

	<p>循環積分方法 提要 019：解一階 ODE 的第十二個方法—作圖法 提要 020：如何推求正交軌跡？</p>		
6.	<p>●二階常係數齊性常微分方程式的解析(2-1) ●實施翻轉教學</p> <p>【教學影片】 提要 021：認識非齊性微分方程之解 提要 022：認識重疊原理(Superposition Principle) 提要 023：二階常係數齊性 ODE 的解法(一)—相異實根 提要 024：二階常係數齊性 ODE 的解法(二)—重根</p>	<p>講授(Lecture) 個案教學 (Case Study) 【請修課同學至 e-Campus 平台瀏覽教學影片】</p>	<p>【請修課同學完成 e-Campus 平台線上單元測驗】</p>
7.	<p>●二階常係數齊性常微分方程式的解析(2-2) ●實施翻轉教學</p> <p>【教學影片】 提要 025：二階常係數齊性 ODE 的解法(三)—複數根 提要 026：認識微分運算子 提要 027：為何要學習二階 ODE 問題？ 提要 028：與大自然相關的數有那些？ 提要 029：如何建立自由振動問題的數學模式？ 提要 030：自由振動問題的數學模式之解</p>	<p>講授(Lecture) 個案教學 (Case Study) 【請修課同學至 e-Campus 平台瀏覽教學影片】</p>	<p>【請修課同學完成 e-Campus 平台線上單元測驗】</p>
8.	<p>●Euler—Cauchy 方程式的解析 ●實施翻轉教學</p> <p>【教學影片】 提要 031：認識 Euler—Cauchy 方程式的解法(一)—相異實根 提要 032：認識 Euler—Cauchy 方程式的解法(二)—重根 提要 033：認識 Euler—Cauchy 方程式的解法(三)—複數根</p>	<p>講授(Lecture) 個案教學 (Case Study) 【請修課同學至 e-Campus 平台瀏覽教學影片】</p>	<p>【請修課同學完成 e-Campus 平台線上單元測驗】</p>
9.	<p>●期中考(Midterm)</p>	<p>綜合第 1~8 週之上課內容舉辦總結性評量</p>	<p>筆試 (Writing Test)</p>
10.	<p>●二階微分方程式的基本性質 ●實施翻轉教學</p> <p>【教學影片】 提要 034：初始值問題之解的存在性與唯一性定理 提要 035：線性相關與線性獨立(一) 提要 036：線性相關與線性獨立(二) 提要 037：線性相關與線性獨立(三) 提要 038：Wronskian 的定義</p>	<p>講授(Lecture) 個案教學 (Case Study) 【請修課同學至 e-Campus 平台瀏覽教學影片】</p>	<p>【請修課同學完成 e-Campus 平台線上單元測驗】</p>
11.	<p>●二階非齊性常微分方程式的解析 ●實施翻轉教學</p> <p>【教學影片】 提要 039：二階非齊性 ODE 之通解 提要 040：以待定係數法解析二階常係數非齊性 ODE 之特解(一) 提要 041：以待定係數法解析二階常係數非齊性 ODE 之特解(二) 提要 042：以待定係數法解析二階常係數非齊性 ODE 之特解(三) 提要 043：認識參數變換法</p>	<p>講授(Lecture) 個案教學 (Case Study) 【請修課同學至 e-Campus 平台瀏覽教學影片】</p>	<p>【請修課同學完成 e-Campus 平台線上單元測驗】</p>

12.	<ul style="list-style-type: none"> <li>●二階常微分方程式在工程上的應用</li> <li>●實施翻轉教學</li> </ul> <p>【教學影片】 提要 044：強制振動問題之數學模式 提要 045：強制振動問題之數學模式的解 提要 046：認識振動問題與電流問題之類比關係</p>	講授(Lecture) 個案教學 (Case Study) 【請修課同學至 e-Campus 平台瀏覽教學影片】	【請修課同學完成 e-Campus 平台線上單元測驗】
13.	<ul style="list-style-type: none"> <li>●高階齊性常微分方程式的基本性質</li> <li>●實施翻轉教學</li> </ul> <p>【教學影片】 提要 047：為何要學習高階 ODE 問題？ 提要 048：認識高階 ODE 之重疊原理(Superposition Principle) 提要 049：高階初始值問題之解的存在性與唯一性定理 提要 050：認識高階 ODE 之解的基底所對應的 Wronskian</p>	講授(Lecture) 個案教學 (Case Study) 【請修課同學至 e-Campus 平台瀏覽教學影片】	【請修課同學完成 e-Campus 平台線上單元測驗】
14.	<ul style="list-style-type: none"> <li>●高階常係數齊性常微分方程式的解析</li> <li>●實施翻轉教學</li> </ul> <p>【教學影片】 提要 051：高階常係數齊性 ODE 之通解(一)－相異實根 提要 052：高階常係數齊性 ODE 之通解(二)－重根 提要 053：高階常係數齊性 ODE 之通解(三)－複數根</p>	講授(Lecture) 個案教學 (Case Study) 【請修課同學至 e-Campus 平台瀏覽教學影片】	【請修課同學完成 e-Campus 平台線上單元測驗】
15.	<ul style="list-style-type: none"> <li>●高階常係數非齊性常微分方程式的解析</li> <li>●實施翻轉教學</li> </ul> <p>【教學影片】 提要 054：以待定係數法解析高階常係數非齊性 ODE 之特解(一) 提要 055：以待定係數法解析高階常係數非齊性 ODE 之特解(二) 提要 056：以待定係數法解析高階常係數非齊性 ODE 之特解(三) 提要 057：以參數變換法解析高階非齊性 ODE 之特解</p>	講授(Lecture) 個案教學 (Case Study) 【請修課同學至 e-Campus 平台瀏覽教學影片】	【請修課同學完成 e-Campus 平台線上單元測驗】
16.	<ul style="list-style-type: none"> <li>●聯立常微分方程式的解析(2-1)</li> <li>●實施翻轉教學</li> </ul> <p>【教學影片】 提要 058：認識聯立 ODE 問題 提要 059：聯立齊性 ODE 的解法(一)－讓一個方程式只包含一個未知數 提要 060：聯立齊性 ODE 的解法(二)－矩陣解法(相異根) 提要 061：聯立齊性 ODE 的解法(三)－矩陣解法(重根) 提要 062：聯立非齊性 ODE 之非齊性解的解法(一)－讓一個方程式僅含一個未知數</p>	講授(Lecture) 個案教學 (Case Study) 【請修課同學至 e-Campus 平台瀏覽教學影片】	【請修課同學完成 e-Campus 平台線上單元測驗】
17.	<ul style="list-style-type: none"> <li>●聯立常微分方程式的解析(2-2)</li> <li>●實施翻轉教學</li> </ul> <p>【教學影片】 提要 063：聯立非齊性 ODE 之非齊性解的解法(二)</p>	講授(Lecture) 個案教學 (Case Study) 【請修課同學至 e-Campus 平台瀏覽教學影片】	【請修課同學完成 e-Campus 平台線上單元測驗】

	<table border="1"> <tr> <td data-bbox="421 53 469 309"></td> <td data-bbox="469 53 1059 309">           一矩陣解法(非齊性項與齊性解不重複)            提要 064:聯立非齊性 ODE 之非齊性解的解法(三)            一矩陣解法(非齊性項與齊性解重複時)            提要 065:聯立非齊性 ODE 之非齊性解的解法(四)            一矩陣解法(參數變換法)            提要 066:特徵向量的解法(一)一相異特徵根            提要 067:特徵向量的解法(二)一特徵根有重根         </td> <td data-bbox="1059 53 1228 309">           e-Campus 平台瀏覽教學影片】         </td> <td data-bbox="1228 53 1378 309"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="421 309 469 465">18. 期末考(Final exam)</td> <td data-bbox="469 309 1059 465"></td> <td data-bbox="1059 309 1228 465">           綜合第 10~17 週之上課內容舉辦總結性評量         </td> <td data-bbox="1228 309 1378 465">           筆試 (Writing Test)         </td> </tr> </table> <p>學習評量方式如以下所示：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 單元測驗和紙筆作業：30%</li> <li>2. 期中考試及期末考試：40%</li> <li>3. 出席率暨參與討論：14%</li> <li>4. 小考：16%</li> </ol> <p>註：本次授課未舉辦小考，故將小考配分等比例分配至其他項目。</p>		一矩陣解法(非齊性項與齊性解不重複) 提要 064:聯立非齊性 ODE 之非齊性解的解法(三) 一矩陣解法(非齊性項與齊性解重複時) 提要 065:聯立非齊性 ODE 之非齊性解的解法(四) 一矩陣解法(參數變換法) 提要 066:特徵向量的解法(一)一相異特徵根 提要 067:特徵向量的解法(二)一特徵根有重根	e-Campus 平台瀏覽教學影片】		18. 期末考(Final exam)		綜合第 10~17 週之上課內容舉辦總結性評量	筆試 (Writing Test)
	一矩陣解法(非齊性項與齊性解不重複) 提要 064:聯立非齊性 ODE 之非齊性解的解法(三) 一矩陣解法(非齊性項與齊性解重複時) 提要 065:聯立非齊性 ODE 之非齊性解的解法(四) 一矩陣解法(參數變換法) 提要 066:特徵向量的解法(一)一相異特徵根 提要 067:特徵向量的解法(二)一特徵根有重根	e-Campus 平台瀏覽教學影片】							
18. 期末考(Final exam)		綜合第 10~17 週之上課內容舉辦總結性評量	筆試 (Writing Test)						
<p><b>學生學習成效</b></p>	<p>本課程於期末時，曾在 Google 平台進行翻轉教學之期末問卷評量，共計 11 位同學回答了問卷，問卷題目如下。其中「非常滿意」、「滿意」、「普通」、「不同意」、「非常不同意」分別給予 100 分、85 分、70 分、60 分、50 分。</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1、老師的翻轉教學，有助於提升我對本課程的學習興趣。 (A)非常同意 (B)同意 (C)普通 (D)不同意 (E)非常不同意</li> <li>2、修習這門課，有助於提升我在本課程領域的專業知識。 (A)非常同意 (B)同意 (C)普通 (D)不同意 (E)非常不同意</li> <li>3、老師使用多元的學習資源或管道進行翻轉教學。 (A)非常同意 (B)同意 (C)普通 (D)不同意 (E)非常不同意</li> <li>4、老師所提供的課前數位教材，有助於我完成作業或進行小組討論。 (A)非常同意 (B)同意 (C)普通 (D)不同意 (E)非常不同意</li> <li>5、老師在翻轉教學時會引導我們進行作業或小組討論。 (A)非常同意 (B)同意 (C)普通 (D)不同意 (E)非常不同意</li> <li>6、老師的翻轉教學，能增強我們的學習效果。 (A)非常同意 (B)同意 (C)普通 (D)不同意 (E)非常不同意</li> <li>7、老師對本課程所安排翻轉教學的作業、報告或考試，能確實反映我們的學習內容。 (A)非常同意 (B)同意 (C)普通 (D)不同意 (E)非常不同意</li> <li>8、整體而言，我對本課程任課老師的教學感到滿意。 (A)非常同意 (B)同意 (C)普通 (D)不同意 (E)非常不同意</li> </ol> <p>Google 平台上所安排的問卷結果，如圖 9a 至圖 9h 所示。</p>								

1. 老師的翻轉教學，有助於提升我對本課程的學習興趣。

11 則回應

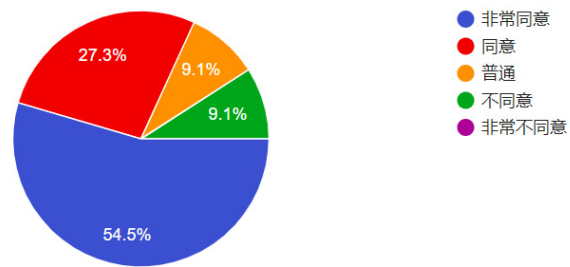


圖 9a 課程網路問卷第 1 題：「老師的翻轉教學，有助於提升我對本課程的學習興趣。」

2. 修習這門課，有助於提升我在本課程領域的專業知識。

11 則回應

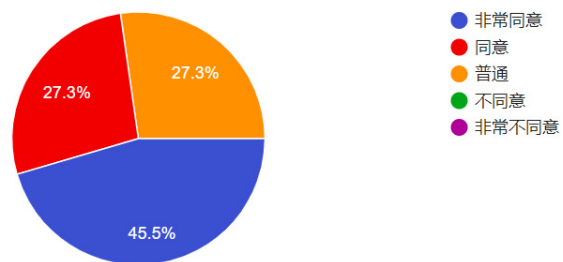


圖 9b 課程網路問卷第 2 題：「修習這門課，有助於提升我在本課程領域的專業知識。」

3. 老師使用多元的學習資源或管道進行翻轉教學。

11 則回應

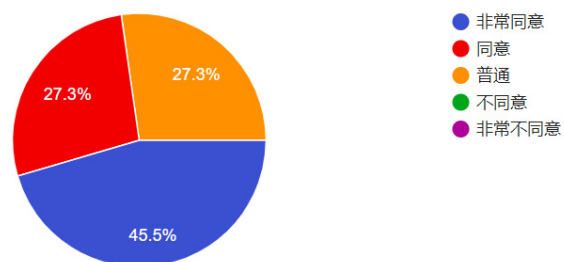


圖 9c 課程網路問卷第 3 題：「老師使用多元的學習資源或管道進行翻轉教學。」

4. 老師所提供的課前數位教材，有助於我完成作業或進行小組討論。

11 則回應

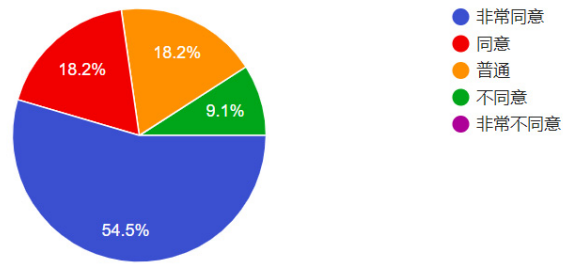


圖 9d 課程網路問卷第 4 題：「老師所提供的課前數位教材，有助於我完成作業或進行小組討論。」

5. 老師在翻轉教學時會引導我們進行作業或小組討論。

11 則回應

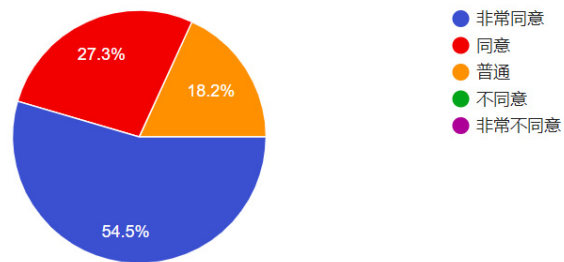


圖 9e 課程網路問卷第 5 題：「老師在翻轉教學時會引導我們進行作業或小組討論。」

6. 老師的翻轉教學，能增強我們的學習效果。

11 則回應

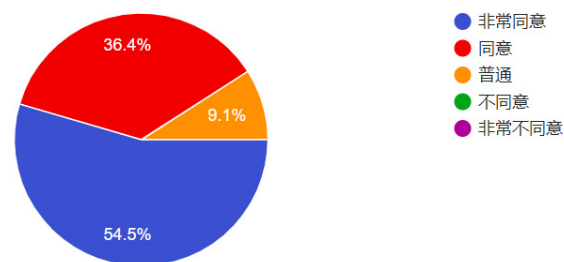


圖 9f 課程網路問卷第 6 題：「老師的翻轉教學，能增強我們的學習效果。」

7. 老師對本課程所安排翻轉教學的作業、報告或考試，能確實反映我們的學習內容。

11 則回應

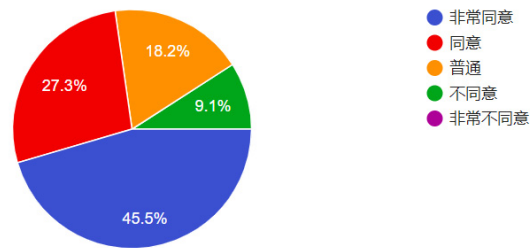


圖 9g 課程網路問卷第 7 題：「老師對本課程所安排翻轉教學的作業、報告或考試，能確實反映我們的學習內容。」

8. 整體而言，我對本課程任課老師的教學感到滿意。

11 則回應

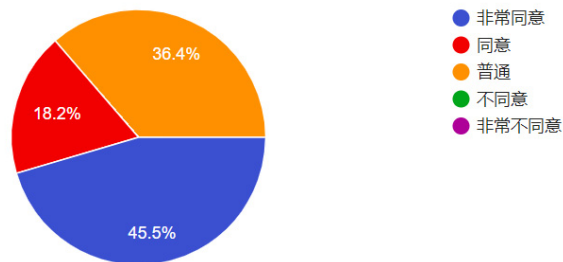


圖 9h 課程網路問卷第 8 題：「整體而言，我對本課程任課老師的教學感到滿意。」

32 位修課同學中，共計 11 位修課同學回答了以上問卷，由問卷結果得知，問卷之平均分數為 87.83 分。可見修課同學普遍均認同本學期所採用的翻轉教學之授課方式，並給予高度的評價。

因本課程之授課教材完全對網路上之使用者開放，由 Google 檢索排名得知，若輸入關鍵字「工程數學」或「工程數學一」，則前三個被蒐尋到的課程教材，即為本人所完成的「工程數學(一)」數位影音輔助教材，如圖 10 與圖 11 所示。亦即授課老師所開發出的教學影片和講義，在網路上已有眾多學生採用這份教材，以進行課程預習或複習。網路上眾多莘莘學子的喜歡瀏覽，應亦可證明所完成的教學影片確實具有提升學習成效之效果。





圖 10 2020/09/19 關鍵字「工程數學」之 Google 檢索排名為第 1 名



圖 11 2020/09/19 關鍵字「工程數學一」之 Google 檢索排名為第 1 名

**感人故事一則**

網路上有許多莘莘學子持續不斷表達感謝本課程提供的網路教學，代表範例如後說明所示。例如 2019/10/22 SunnyBall1234 同學透過 YouTube 留言板說：「教授您好：看完了大部分影片，您真的講解的很好，這種用題目來讓我們思考公式的意義以及用法的方式，真的讓學習的人可以很快地融會貫通。希望教授您會再出影片！」，肯定本人所錄製的教學影片。類似的肯定留言已有數十則，不勝枚舉。同學們所提出之各類工程數學問題，均會盡可能於 12 小時內及時給予回覆。

**其他相關說明**

1. 本課程已順利完成，共計 32 位同學選修本課程，學期成績顯示有 1 位同學不及格。擬請學期成績不及格的同學繼續努力，並給予必要的輔導與協助。
2. 本課程包含 1 位不及格同學之學期成績平均分數為 74.78 分；另外，扣除不及格者的學期成績平均分數是 77.03 分。顯然多數同學均已獲得本課程之基本知識與能力。
3. 本課程於期末時，曾在 Google 平台上進行翻轉教學之期末問卷評量，問卷之平均分數為 87.83 分，可見修課同學普遍均認同本學期所採用的翻轉教學之授課方式，並給予極高度的評價。

4. 為確保修課同學均有親自上網完成所擬定之單元測驗，獲得必備之工程數學(一)的基本知識與能力，本課程之期中考試與期末考試是安排在實體教室中進行紙筆測驗。
5. 本課程有搭配本校 e-Campus 平台進行授課，也會在該平台安排線上單元測驗、課程作業、課程講義，並使用 Zuvio 的點名功能。

照片



圖 12 持續錄製新的「工程數學」教學影片並上傳至 YouTube

備註

其他佐證資料請教師依實際教學情形提供：

教師簽章：

系主管審核簽章：

## 歷年授課成績查詢

中華大學 108 學年度第 1 學期  
成績登記表

課號：B04203A

科目：工程數學（一）

學分：2

教師：呂志宗

列印日期：2020/9/12 下午 03:52:32

序號	學 號	姓 名	成績	備 註
1	B10405117	黃思宇	68	
2	B10504019	王裕鑫	77	
3	B10507201	黃姿淳	65	
4	B10704001	全莉雯	87	
5	B10704007	潘立翔	73	
6	B10704008	李昱陞	70	
7	B10704009	蔡寶原	83	
8	B10704010	江若謙	60	
9	B10704011	劉教一	5	
10	B10704014	范益龍	63	
11	B10704015	溫 翎	86	
12	B10704017	桂毓翔	77	
13	B10704018	文雋亞	82	
14	B10704019	黃竣章	83	
15	B10704020	曾 芸	68	
16	B10704023	陳凱威	82	
17	B10704024	郭文浩	71	
18	B10704025	葉哲廷	70	
19	B10704026	張弘政	78	
20	B10704027	楊鎰維	73	
21	B10704029	吳秉軒	79	
22	B10704030	莊振宏	89	
23	B10704033	李仲恩	87	
24	B10704034	鄭焜晉	77	
25	B10704038	王振宇	82	
26	B10704041	郭彥含	99	
27	B10704042	方璿嫻	64	

2020/9/12

[https://teacher.chu.edu.tw/teacher/query\\_score\\_go.asp](https://teacher.chu.edu.tw/teacher/query_score_go.asp)

28	B10704043	黃文旋	77	
29	B10704045	陳冠綸	83	
30	B10705024	黃晉萬	70	
31	B10707020	陳威宇	79	
32	H10773020	王力寬	86	

[https://teacher.chu.edu.tw/teacher/query\\_score\\_go.asp](https://teacher.chu.edu.tw/teacher/query_score_go.asp)

2/2

# 附件 2

呂志宗，2020/07/22，「108-2《工程數學  
(二)》翻轉 FUN 教學課程成果報告書」。



# 中華大學

108 學年度第二學期

「翻轉 FUN 教學」

成果報告

編號：108-2-B04-001

申請單位：土木工程學系

課程名稱：工程數學(二)

課號：B04204A

授課教師：呂志宗

中華民國 109 年 7 月 22 日

## 中華大學 「翻轉 FUN 教學」 成果報告

編號	108-2-B04-001	姓名	呂志宗	職稱	教授
聯絡電話	03-5186708	手機	0920-047787	E-mail	cclu@chu.edu.tw
開課單位	建築與設計學院/土木工程學系				
課程名稱	工程數學(二)				
課號	B04204A				
開課班級數	1				
<b>成果報告</b>					
課程目標	<p>本課程之教學目標是希望修課同學能在上課過程中，培養出以數學及科學方法解決工程問題的能力，其教學內容會牽涉到「認識工程問題」、「數學模式的建立」、及「數學模式的解析」等三部分的連結。教學過程中，需讓修課同學瞭解「模式化 (Modeling)」的觀念與方法，以及許多解析數學模式的技巧與觀念。</p> <p>本學期的教學重點為：(1)高階線性微分方程式(Linear Differential Equations of Second and Higher Order) (2)聯立微分方程式(Systems of Differential Equations) (3)拉氏轉換(Laplace Transforms) (4)微分方程式的級數解(Series Solutions of Differential Equations) (5)矩陣與行列式(Matrix &amp; Determinant)。</p>				
「翻轉 FUN 教學」之教學規劃與設計	<p>1. 整理目前已錄製好的教學影片。這些教學影片的全長超過 100 個小時，目前均已安置於：</p> <p>(1) 本校開放式課程平台 <a href="http://ocw.chu.edu.tw/course/view.php?id=8">http://ocw.chu.edu.tw/course/view.php?id=8</a>。</p> <p>(2) 台灣開放式課程聯盟 <a href="https://goo.gl/dkAgBI">https://goo.gl/dkAgBI</a>。</p> <p>(3) YouTube 平台：</p> <p>(a) 2019 教育部教學實踐研究計畫 <a href="https://reurl.cc/Wd6mp7">https://reurl.cc/Wd6mp7</a></p> <p>(b) 2018 教育部教學實踐研究計畫 <a href="http://bit.ly/2LuDHSo">http://bit.ly/2LuDHSo</a></p> <p>(c) 工程數學 (二) ★新剪輯★ <a href="https://goo.gl/VcILNI">https://goo.gl/VcILNI</a></p> <p>(d) 工程數學 (二) ★加字幕★ <a href="https://goo.gl/Vm37PN">https://goo.gl/Vm37PN</a></p> <p>(e) 工程數學 (二) ★新錄製★ <a href="https://goo.gl/nE5ELs">https://goo.gl/nE5ELs</a></p> <p>2. 透過本校開放式課程平台、本校 Moodle 平台、台灣開放式課程聯盟之課程平台及 YouTube 平台，進行課程的教學規劃，擬於課程中進行翻轉教室之教學模式，每一單元均會給予適當之測驗，測驗中則搭配所錄製的教學影片，修課學生必須瀏覽過教學影片，才会有能力完全答對所擬之單元測驗。</p> <p>評量方式包括：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 單元測驗(Quizzes)及作業(Homework)：30%</li> <li>2. 期中考試及期末考試(Midterm &amp; Final Exam)：40%</li> <li>3. 第一次小考：8%</li> <li>4. 第二次小考：8%</li> </ol>				

5. 出席率(Attendance)暨參與討論(Participate in Discussions)：14%。

小考、期中考與期末考擬於所安排的上課教室採紙筆測驗方式進行。

如前所述，本課程會安排手寫作業，各週次之課程安排進度與內容，如表 1 所示。

表 1 授課進度及內容

	單元名稱與內容 (Unit Title & Content)	教學方法 (Teaching Methods)	評量方法 (Evaluation Methods)
第 1 週	<ul style="list-style-type: none"> <li>●瞭解拉氏轉換的基本觀念</li> <li>●Laplace 積分轉換與反轉換之定義的由來</li> <li>●Laplace 積分轉換方法的主要用途</li> <li>●應用 Laplace 積分轉換方法時所可能遭遇的瓶頸</li> </ul>	講授(Lecture) ●本週進行第 1 次翻轉教學	作業(Homework)
第 2 週	<ul style="list-style-type: none"> <li>●基本函數之拉氏轉換</li> <li>●Laplace 積分轉換方法與複變分析有什麼關係？</li> <li>●Laplace 積分轉換之存在性定理與線性相加定理</li> <li>●常數 1 之 Laplace 積分轉換</li> <li>●函數 <math>t</math> 之 Laplace 積分轉換</li> <li>●函數 <math>t^2</math> 之 Laplace 積分轉換</li> <li>●函數 <math>t^n</math> 之 Laplace 積分轉換</li> <li>●函數 <math>\exp(at)</math> 之 Laplace 積分轉換</li> <li>●函數 <math>\cosh(at)</math> 之 Laplace 積分轉換</li> <li>●函數 <math>\sinh(at)</math> 之 Laplace 積分轉換</li> <li>●函數 <math>\cos(at)</math> 之 Laplace 積分轉換</li> <li>●函數 <math>\sin(at)</math> 之 Laplace 積分轉換</li> </ul>	講授(Lecture) ●本週進行第 2 次翻轉教學	作業(Homework)
第 3 週	<ul style="list-style-type: none"> <li>●瞭解拉氏轉換的移位性質與週期函數</li> <li>●瞭解部分分式法求反拉氏轉換</li> <li>●函數 <math>f'(t)</math> 之 Laplace 積分轉換</li> <li>●函數 <math>f''(t)</math> 之 Laplace 積分轉換</li> <li>●函數 <math>f(t)</math> 之 <math>n</math> 次微分的 Laplace 積分轉換</li> <li>●單位階梯函數 <math>u(t - a)</math> 之 Laplace 積分轉換</li> <li>●單位脈衝函數之 Laplace 積分轉換</li> <li>●函數 <math>\exp(at)*f(t)</math> 之 Laplace 積分轉換</li> <li>●函數 <math>f(t - a)u(t - a)</math> 之 Laplace 積分轉換</li> </ul>	講授(Lecture) ●本週進行第 3 次翻轉教學	作業(Homework)
第 4 週	<ul style="list-style-type: none"> <li>●瞭解拉氏轉換的迴旋積分</li> <li>●迴積分定理(Convolution Theorem)</li> <li>●單位階梯函數 <math>u(t - a)</math> 在工程上的應用</li> <li>●單位脈衝函數在工程上的應用</li> </ul>	講授(Lecture) ●本週進行第 4 次翻轉教學	作業(Homework)
第 5 週	<ul style="list-style-type: none"> <li>●第 1 次小考</li> </ul>	●綜合第 1~4 週之上課內容舉辦總結性評量	筆試(Writing Test)
第 6 週	<ul style="list-style-type: none"> <li>●瞭解單位脈衝函數與狄拉克函數之拉氏轉換</li> <li>●瞭解拉氏轉換法解微分方程式</li> <li>●包含單位階梯函數之數學模式的解</li> <li>●包含單位脈衝函數之數學模式的解</li> <li>●週期為 <math>p</math> 之函數 <math>f(t)</math> 的 Laplace</li> </ul>	講授(Lecture) ●本週進行第 5 次翻轉教學	作業(Homework)

教學實施情形



	積分轉換		
第7週	<ul style="list-style-type: none"> <li>●瞭解拉氏轉換法的應用</li> <li>●函數 <math>f'(t)</math> 與 <math>f''(t)</math> 之 Laplace 積分轉換公式的應用</li> <li>●函數 <math>f(t)</math> 之 <math>n</math> 次微分的 Laplace 積分轉換公式的應用</li> <li>●應用 Laplace 轉換方法解析聯立常微分方程式</li> <li>●題目給 <math>t</math> 不等於 0 之初始條件時的 Laplace 積分轉換的解析</li> <li>●Laplace 反轉換的挑戰 —— 迴積分定理的應用</li> <li>●Laplace 積分轉換方法與傳統解法的比較</li> </ul>	講授(Lecture) ●本週進行第 6 次翻轉教學	作業(Homework)
第8週	<ul style="list-style-type: none"> <li>●(a)瞭解冪級數的基本性質</li> <li>●(b)瞭解平常點之冪級數解</li> <li>●認識級數解法之專有名詞</li> <li>●認識何謂冪級數(Power Series)?</li> <li>●認識 Maclaurin 級數</li> <li>●認識幾何級數(Geometric Series)</li> <li>●一階 ODE 之冪級數解法</li> <li>●二階 ODE 之冪級數解法</li> <li>●認識級數解之收斂半徑的解法</li> </ul>	講授(Lecture) ●本週進行第 7 次翻轉教學	作業(Homework)
第9週	期中考【Midterm】	●綜合第 1~8 週之上課內容舉辦總結性評量	筆試(Writing Test)
第10週	<ul style="list-style-type: none"> <li>●瞭解規則奇異點的冪級數解</li> <li>●正規點與奇異點之定義</li> <li>●級數之下標平移原則</li> <li>●冪級數解之運算規則</li> <li>●冪級數解之存在性定理</li> <li>●實數解析函數之定義</li> <li>●Legendre 方程式之定義</li> <li>●那一類問題與 Legendre 方程式有關?</li> <li>●Legendre 方程式的解析</li> <li>●Legendre 多項式 <math>P_n(x)</math> 的推導</li> </ul>	講授(Lecture) ●本週進行第 8 次翻轉教學	作業(Homework)
第11週	<ul style="list-style-type: none"> <li>●Frobenius 解法</li> <li>●Frobenius 解法簡介</li> <li>●Indicial 方程式的推導</li> <li>●Frobenius 解法之案例 1 —— 兩根相異且相減不等於整數</li> <li>●Frobenius 解法之案例 2 —— 兩根相同</li> <li>●Frobenius 解法之案例 3(a) —— 兩根相異但相減等於整數 (通解中不含 <math>\ln x</math>)</li> <li>●Frobenius 解法之案例 3(b) —— 兩根相異且相減等於整數 (通解中會出現 <math>\ln x</math>)</li> </ul>	講授(Lecture) ●本週進行第 9 次翻轉教學	作業(Homework)
第12週	<ul style="list-style-type: none"> <li>●貝色方程式(Bessel Equation)</li> <li>●貝色方程式(Bessel Equation)之定義</li> <li>●那一類問題與貝色方程式(Bessel Equation)有關?</li> <li>●貝色方程式(Bessel Equation)所對應之 Indicial 方程式</li> <li>●Frobenius 解法在 Bessel 方程式的應用之案例 1 —— 兩根相異且相減不等於整數</li> <li>●Frobenius 解法在 Bessel 方程式的應用之案例 2 —— 兩根均為 0 (通解中會出現 <math>\ln x</math>)</li> <li>●Frobenius 解法在 Bessel 方程式的應</li> </ul>	講授(Lecture) ●本週進行第 10 次翻轉教學	作業(Homework)

	用之案例3 —— 兩根相異但相減等於整數 (通解中不含 $\ln x$ ) ●各種類型之 Bessel 函數的定義		
第13週	●第2次小考	●綜合第10~12週之上課內容舉辦總結性評量	筆試(Writing Test)
第14週	●瞭解矩陣的定義及其代數運算 ●學習線性代數的目的 ●線性代數的專有名詞 ●矩陣之加法的運算規則 ●矩陣之乘法的運算規則 ●矩陣之純量乘積的運算規則	講授(Lecture) ●本週進行第11次翻轉教學	作業(Homework)
第15週	●瞭解反矩陣的解析 ●瞭解聯立線性方程組的解析 ●以高斯消去法解析聯立線性之代數方程式 ●以高斯-喬登消去法求反矩陣 ●以伴隨矩陣法求反矩陣	講授(Lecture) ●本週進行第12次翻轉教學	作業(Homework)
第16週	●瞭解行列式的解析 ●瞭解特徵值與特徵向量的解析 ●行列式的計算 ●行列式的基本性質 ●矩陣的特徵根與特徵向量	講授(Lecture) ●本週進行第13次翻轉教學	作業(Homework)
第17週	●瞭解矩陣的對角化之解析 ●矩陣的對角化 ●矩陣 A 之 m 次方的計算方式 ●矩陣的秩(Rank) ●以 Cramer's Rule 解析聯立之代數方程式	講授(Lecture) ●本週進行第14次翻轉教學	作業(Homework)
第18週	期末考【Final Exam】	●綜合第10~17週之上課內容舉辦總結性評量	筆試(Writing Test)

<b>學生學習成效</b>	<p>本課程於期末時，曾進行翻轉教學之期末問卷評量，問卷題目如下：</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1、修讀這門課有助於提升我在本課程專業領域之知識。 (A)非常同意 (B)同意 (C)普通 (D)不同意 (E)非常不同意</li> <li>2、教師自我開發之授課教材或方式能啟發我的學習興趣。 (A)非常同意 (B)同意 (C)普通 (D)不同意 (E)非常不同意</li> <li>3、教師對本課程所安排的作業、報告或考試，能確實反映我們的學習內容 (A)非常同意 (B)同意 (C)普通 (D)不同意 (E)非常不同意</li> <li>4、教師課前所提供個人錄製數位教材影片，有助於我調整學習進度。 (A)非常同意 (B)同意 (C)普通 (D)不同意 (E)非常不同意</li> <li>5、教師在翻轉教學時會引導我們進行作業或小組討論。 (A)非常同意 (B)同意 (C)普通 (D)不同意 (E)非常不同意</li> <li>6、教師實施翻轉教學之上課模式能增強我的學習效果。 (A)非常同意 (B)同意 (C)普通 (D)不同意 (E)非常不同意</li> <li>7、教師上課態度熱忱、認真、負責。 (A)非常同意 (B)同意 (C)普通 (D)不同意 (E)非常不同意</li> <li>8、我認為翻轉教學型態課程較傳統課程更具有學習效果。 (A)非常同意 (B)同意 (C)普通 (D)不同意 (E)非常不同意</li> </ol> <p>各問卷題目是透過 Google 問卷加以完成，其回覆後之統計結果如</p>
---------------	---

圖 1 至圖 8 所示。

1. 修讀這門課有助於提升我在本課程專業領域之知識。

11 則回應

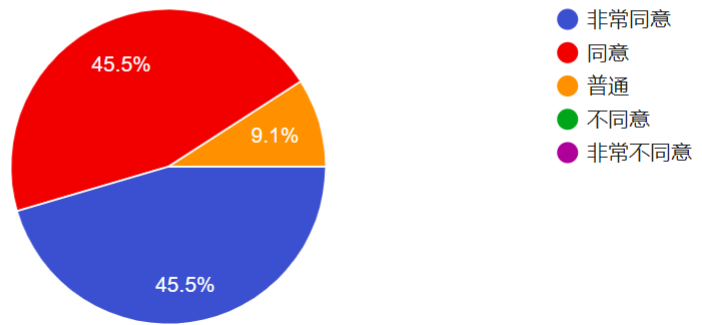


圖 1 「工程數學(二)」問卷第 1 題之問卷結果

2. 教師自我開發之授課教材或方式能啟發我的學習興趣。

11 則回應

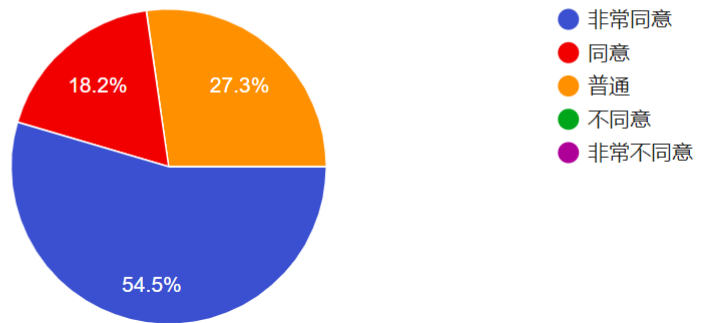


圖 2 「工程數學(二)」問卷第 2 題之問卷結果

3. 教師對本課程所安排的作業、報告或考試，能確實反映我們的學習內容。

11 則回應

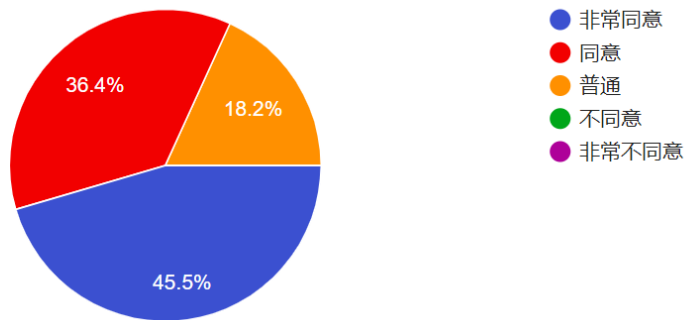


圖 3 「工程數學(二)」問卷第 3 題之問卷結果

4. 教師課前所提供個人錄製數位教材影片，有助於我調整學習進度。

11 則回應

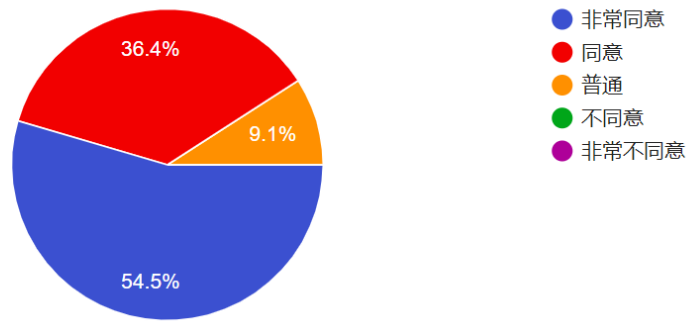


圖 4 「工程數學(二)」問卷第 4 題之問卷結果

5. 教師在翻轉教學時會引導我們進行作業或小組討論。

11 則回應

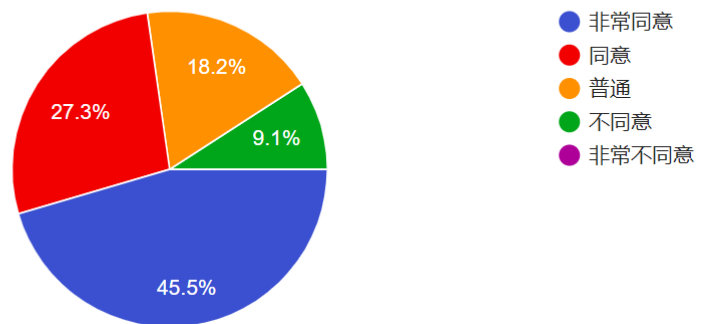


圖 5 「工程數學(二)」問卷第 5 題之問卷結果

6. 教師實施翻轉教學之上課模式能增強我的學習效果。

11 則回應

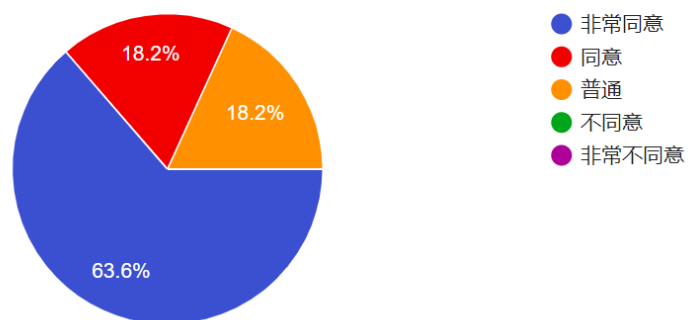


圖 6 「工程數學(二)」問卷第 6 題之問卷結果

7. 教師上課態度熱忱、認真、負責。

11 則回應

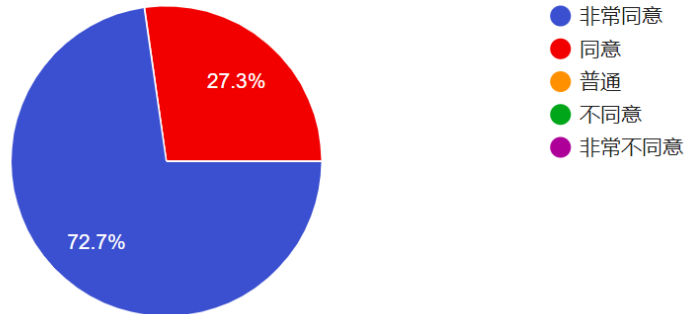


圖 7 「工程數學(二)」問卷第 7 題之問卷結果

8. 我認為翻轉教學型態課程較傳統課程更具有學習效果。

11 則回應

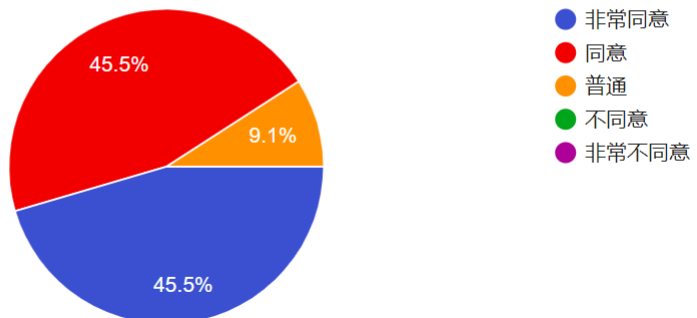


圖 8 「工程數學(二)」問卷第 8 題之問卷結果

29 位修課同學中，共計 11 位修課同學回答了以上問卷，由問卷結果得知，問卷平均分數為 90.68 分，可見修課同學普遍均認同本學期所採用的翻轉教學之授課方式，並給予高度的評價。

因本課程之授課教材完全對網路上之使用者開放，由 Google 檢索排名得知，若輸入關鍵字「工程數學二教學影片」，則第一個被檢索到的課程教材，即為本人所完成的工程數學(二)數位影音輔助教材，如圖 9 所示。亦即授課老師所開發出的教學影片和講義，在網路上已有眾多學生採用這份教材，以進行課程預習或複習。網路上眾多莘莘學子的喜歡瀏覽，應亦可證明所完成的教學影片確實具有提升學習成效之效果。



圖 9 關鍵字「工程數學二教學影片」之 Google 檢索排名為第 1 名

如圖 10 所示，本課程已在 YouTube 頻道上建立「工程數學」社群，並歡迎網路上的學生提問。目前已有 2,280 位同學訂閱所建立的「工程數學」教學頻道，故常與來自世界各地的學生有互動，如圖 11 所示。



圖 10 本課程在 YouTube 所建立的「工程數學」教學頻道

圖 11 為近期與同學們在 YouTube 的互動之擷圖。學生們在「工程數學」頻道或其他聯繫管道的留言或提問，會盡可能在 24 小時內適時給予回覆或解惑，以「助人為快樂之本」及「施比受更為有福」的態度，享受教學的樂趣。

感人故事一則

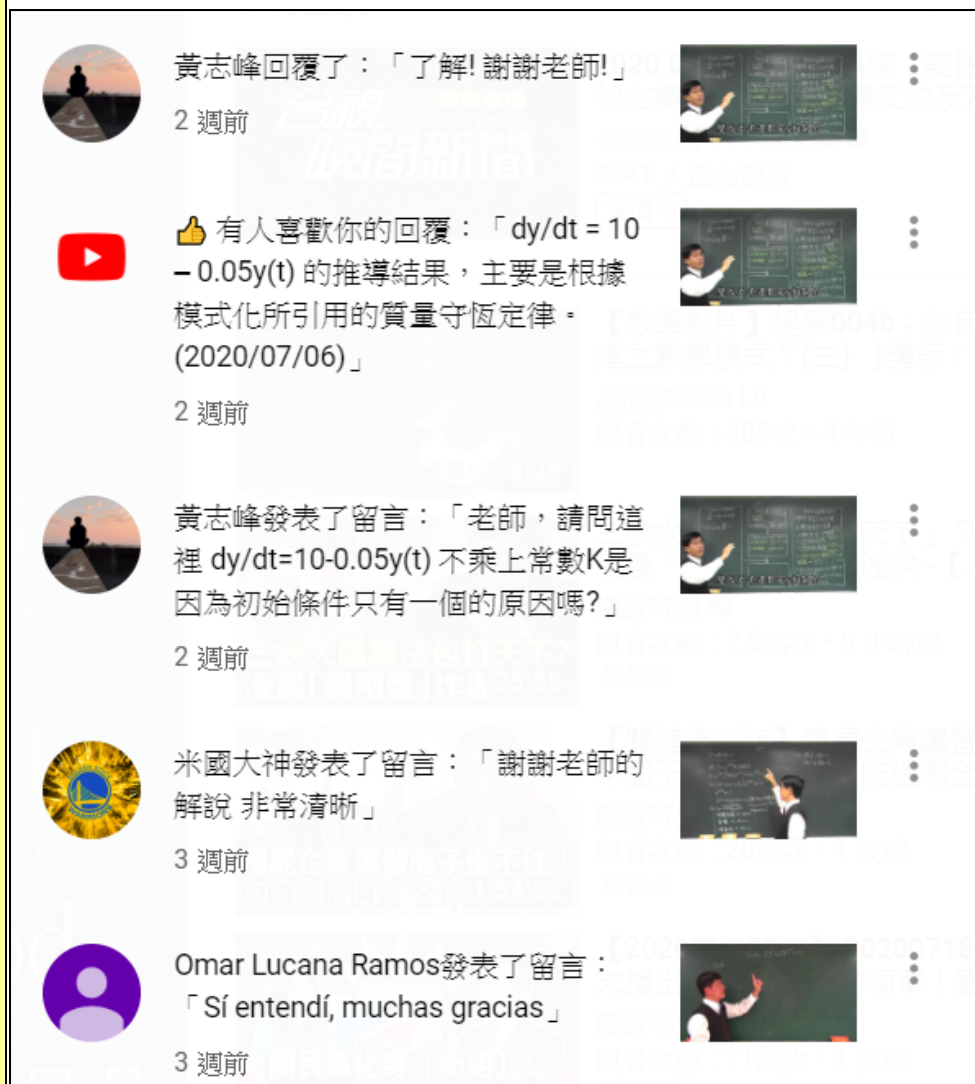


圖 11 授課老師常與來自世界各地的學生在 YouTube 平台上有互動

其他相關  
說明

1. 本課程已順利完成，共計 29 位同學選修本課程，學期成績顯示所有同學都已獲得及格以上成績，此表明同學們的努力學習，已獲得相當的成效與肯定。
2. 本課程學期成績之平均分數為 75.28 分，顯然所有修課同學均已獲得本課程之基本知識與能力。
3. 本課程於期末時，曾進行翻轉教學之期末問卷評量，問卷之平均分數為 90.68 分，可見修課同學普遍均認同本學期所採用的翻轉教學之授課方式，並給予極高度的評價。
4. 為確保修課同學均能獲得必備之工程數學(二)的基本知識與能力，本課程之小考、期中考試與期末考試是安排在實體教室中進行，於確認身分後以紙筆測驗的方式進行。
5. 本課程之教學安排與授課方式，已具備大規模開放式線上課程(MOOCs, 磨課師)所需的教學規劃與安排，曾於 105 學年度第二學期轉換為完全對外開放之磨課師課程，可持續推動磨課師課程。

圖 12 表示授課老師持續在 YouTube 教學平台上，新增「2019 教育部教學實踐研究計畫」的教學影片。圖 13 圖示其中一個教學影片，是介紹工程數學在滲流分析的應用-西姆公式(Thiem Equation)的推導。相關之教學成果，可參考在 YouTube 平台所錄製的教學影片。



照片

圖 12 YouTube 平台上持續新增與工程數學有關之「2019 教育部教學實踐研究計畫」的教學影片

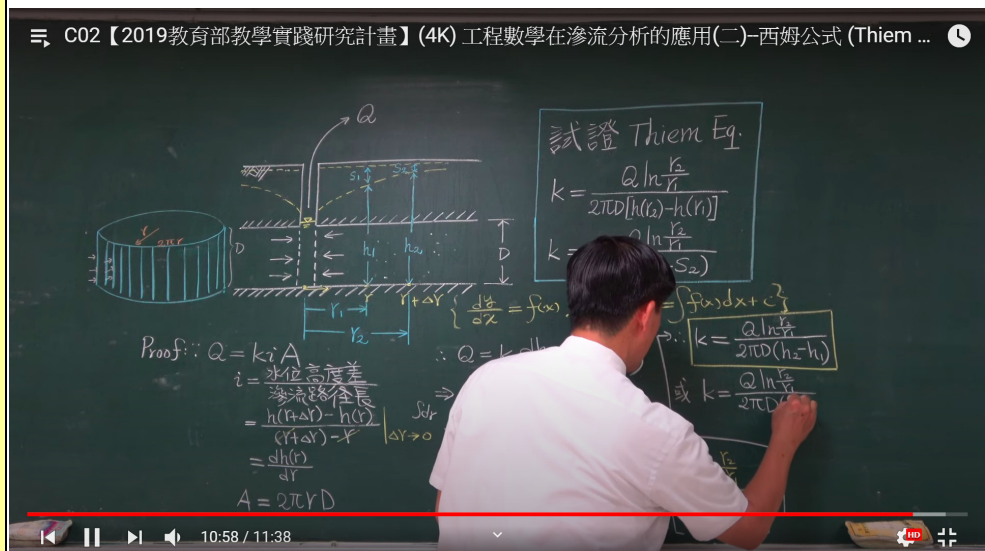


圖 13 YouTube 平台上新增與工程數學有關之「2019 教育部教學實踐研究計畫」的教學影片《工程數學在滲流分析的應用(二)--西姆公式 (Thiem Equation) 簡介 ●提要 008》

備註

其他佐證資料請教師依實際教學情形提供

教師簽章：

系主管審核簽章：



# 附錄 學期成績

中華大學 108 學年度第 2 學期  
成績登記表

課號：B04204A

科目：工程數學（二）

學分：2

教師：呂志宗

★於2020/06/30完成成績遞交

序號	學 號	姓 名	成績	備 註
1	B10604021	呂浩愷	86	
2	B10704001	全莉雯	83	
3	B10704007	潘立翔	73	
4	B10704008	李昱陞	77	
5	B10704009	蔡寶原	84	
6	B10704010	江若謙	60	
7	B10704014	范益龍	71	
8	B10704015	溫 翎	75	
9	B10704017	桂毓翔	72	
10	B10704018	文雋亞	77	
11	B10704019	黃竣章	75	
12	B10704020	曾 芸	68	
13	B10704023	陳凱威	78	
14	B10704024	郭文浩	70	
15	B10704025	葉哲廷	60	
16	B10704026	張弘政	79	
17	B10704027	楊鎧維	61	
18	B10704029	吳秉軒	83	
19	B10704030	莊振宏	80	
20	B10704033	李仲恩	76	
21	B10704034	鄭焜晉	81	
22	B10704038	王振宇	72	
23	B10704041	郭彥含	99	
24	B10704042	方璿嫻	74	
25	B10704043	黃文旋	73	

頁次 

第 1 頁 / 共 2 頁

任課教師簽名蓋章\_\_\_\_\_

中華大學 108 學年度第 2 學期  
成績登記表

課號：B04204A

科目：工程數學（二）

學分：2

教師：呂志宗

★ 於2020/06/30完成成績遞交

序號	學 號	姓 名	成 績	備 註
26	B10704045	陳冠綸	78	
27	B10705024	黃晉萬	60	
28	B10707020	陳威宇	79	
29	H10773020	王力寬	79	

頁次 

第 2 頁 / 共 2 頁

任課教師簽名蓋章\_\_\_\_\_

# 附件 3

呂志宗，2020/06/12，「YouTube 工程數學教學頻道的巨量資料分析」，2020 中華大學教學實踐研究與創新研討會論文集，第 205~215 頁。

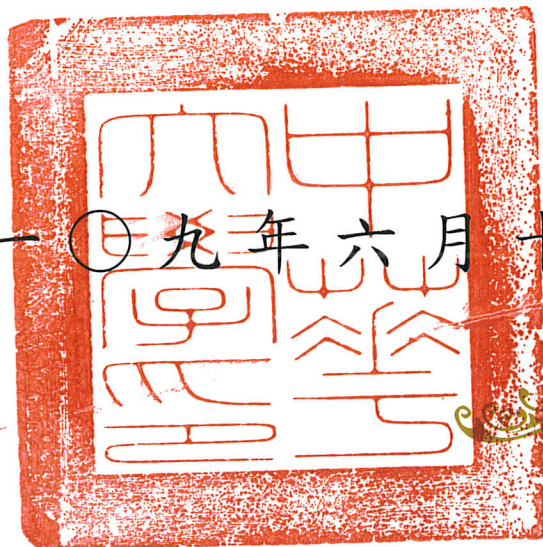


# 最佳論文獎

呂志宗 君著作『YouTube工程數學教學頻道的巨量資料分析』之論文，經評選為2020中華大學教學實踐研究與創新研討會最佳論文，特頒獎狀，以資表揚。

校長 劉維琪

中華民國一〇九年六月十二日



2020

中華大學教學  
實踐研究與創  
新研討會

2020

CONFERENCE ON TEACHING  
PRACTICE RESEARCH AND  
INNOVATIVE TEACHING

活動單位：中華大學教學發展中心

# 目錄

## 跨領域&議題導向&翻轉教學

- 結合問題導向學習與桌上遊戲提升「環境教育」學習成效/黃富昌 ..... 1
- 問題導向式教學提升學生創意思考學習成效之初探:以吧檯能力培養課程為例/陳淑莉 ... 9
- 在建立工程數學認知後結合翻轉教室與補救教學進行微積分複習教學實踐研究/黃啟光、顏名慶 ..... 20
- 翻轉教室結合問題導向學習融入通識健康促進課程之學習成效/黃素惠 ..... 31
- 問題導向學習融滲金融證照課程之教學實踐研究計畫-以 REITs & REATs 為例/倪仁禧 ... 42
- 問題解決能力與自我導向學習傾向之研究:以大學商管科系學生為例/姚政文 ..... 57
- 翻轉教學模式下學生學習成效之差異研究-以室內設計教育為例/謝淳鈺、彭俐穎 ..... 73
- 跨領域情教學及學生人格特質對於校外實習成效與就業能力培養之關聯性研究:以離島科技大學為例/唐嘉偉、黃品謙 ..... 87
- 師生跨領域共學之學習成效探討/賴廷彰 ..... 102

## 線上教學&大學社會責任

- 大學運用遠距教學模式之課程滿意度研究--以雙北地區大學為例/羅淳仁 ..... 111
- 中華大學跨領域教學實踐研究以智慧綠農課程為例/林育立、陳有祺、吳建宏、白蓮、張芸甄 ..... 125
- 以實作培育科技專業技能提升學習成效/戴士程、洪琮富、蔡忠憲 ..... 139
- 建築設計實作教學導入校園創生實踐之研究/楊明玲 ..... 149
- 景觀設計課程於偏鄉的教學實踐經驗分享/陳湘媛 ..... 164
- 異地同步教學的設置與實踐-從無到有的經驗過程/林珮玟、黃格崇 ..... 177
- 行動研究與社會實踐活動的銜接-以中華書院《成功密碼》通識課程的教學實踐革新為研究個案/施淑婷、袁正績、莊英慧、何湘妃、黃啟光、吳佩縈 ..... 187
- YOUTUBE 工程數學教學頻道的巨量資料分析/呂志宗 ..... 205**

## 創新教學

- 以個案教學提升學習動機與專業技能之教學實踐-以交通工程為例/張建彥 ..... 216
- 運用多元教學策略於嬰幼兒特殊教育概論之成效/柯雅齡 ..... 227
- 利用積木對國小四年級學童進行教學之成效與學童接受度探討/楊紫暄、劉藍玉 ..... 242
- 以適性練習題執行差異化教學-經濟學深度學習/譚經緯 ..... 257
- 運用聊天機器人於國文教學之研究-以解謎遊戲為例/林仁智、許一珍、宋秀齡 ..... 272
- 嵌入式系統與實習課程之系統取向差異化教學實踐研究/許錦銘、趙芊逸 ..... 284
- 應用智慧型即時反饋系統提升學生學習動機與滿意度之研究/陳棟樑、陳俐文 ..... 298
- 科技大學非應用外語系學生修習實用英語的動機及態度之探討/劉恩典 ..... 312
- 運用 ZUVIO IRS 與台日比較文化觀點於日本文化相關課程之教學研究/簡曉花 ..... 332

# YouTube 工程數學教學頻道的巨量資料分析

## Massive Data Analysis of YouTube Engineering Mathematics Teaching Channel

呂志宗\*

John C.-C. Lu

### 摘要

本文擬基於作者於 YouTube 平台上所建立的工程數學教學頻道，分析近八個年度所顯示之觀眾年齡、觀眾性別、及訂閱狀態等教學數據，這些數據可作為教學精進之參考依據。根據 YouTube 所提供的工程數學教學數據顯示：主要的觀眾年齡層是 18~24 歲，佔 55.8%；次要的觀眾年齡層是 25~34 歲，佔 14.9%。女性觀眾與男性觀眾所佔百分比分別為 15.5% 和 84.5%，且女性觀眾呈逐年上升的趨勢。若以瀏覽教學影片的時間為分析依據時發現，已訂閱工程數學 YouTube 教學頻道的觀眾佔 10.9%，且每年不斷提升。由各項教學統計數據得知，目前正在大學階段就讀的學生，對工程數學的學習需求最為殷切。另外，工程數學的學習可能存在著性別差異，但其差異性正逐年縮小中。整體而言，所建立的工程數學教學頻道應已逐漸獲得觀眾的信賴，故瀏覽教學影片的訂閱者百分比正逐年上升中。YouTube 教學平台上，各類工程數學之學習活動的安排，可考慮盡量滿足 18~24 歲年齡層學生之專業學習的需求。

關鍵詞：YouTube、工程數學、教學頻道、巨量資料分析

Keywords：YouTube, Engineering Mathematics, Teaching Channel, Massive Data Analysis.

### 壹、緒論

十五年前的 2005 年 2 月 14 日，源於美國的 YouTube 正式註冊，目前已是世界上最大的影片分享平台。2006 年 11 月，YouTube 被 Google 收購，成為 Google 的子公司。目前 YouTube 已成為極具影響力的學習憑藉，許多創作者均嘗試將所拍攝的育教於樂之教學影片，上傳至 YouTube 平台。美國麻省理工學院(2006)自 2001 年起，開始推動開放式課程，至今已有 20 年的歷史。開放式課程的成功發展，與網路普及和網路頻寬息息相關，開放式課程之教學模式的建立，應極有助於協助教育資源不足的學生進行學習。作者自 2014 年 9 月 21 日起，開始陸續將所拍攝的工程數學教學影片上傳至 YouTube 平台，並以超連結的方式，將教學影片所對應的教學講義，安置於中華大學的開放式課程平台。

為建立 Youtube 線上影音網站的熱門影片之預測模型，支向理(2019)曾以線性迴歸、決策

---

\*中華大學土木工程學系教授，Professor, Department of Civil Engineering, Chung Hua University.

cclu@chu.edu.tw, +886-3518-6708



樹、與隨機森林等三種機器學習的分析方法，比較探討模型之預測效果，並獲得以隨機森林模型進行熱門影片的預測效果最佳之結論。王梓峻(2019)則是以影片標題、影片資訊欄及影片留言，探討 YouTube 知名網紅與其粉絲間之字詞關係，結果顯示三者皆無關係。王夢竹(2019)的研究成果認為，YouTuber 本身的特質與 YouTube 影片的特色，對品牌知名度與 YouTuber 可信度會產生正向的影響；進而品牌知名度與 YouTuber 可信度，會對購買意願與知識分享意願產生正向的影響。吳姿漫(2011)的研究發現，MyYouTube 的推薦系統能更有效的進行關鍵字蒐尋。李育欣(2019)的研究結果顯示，中高齡者使用 YouTube 之動機，是以影片所具備的資訊性最為關鍵。邱瓊賢(2019)認為，Youtuber 所建立的英語教學影片，若能以不同於傳統教學影片的方式呈現，將對影片的觀看次數和普及率產生正向的影響。許若琳(2019)透過問卷進行分析研究，實證結果顯示，YouTube 影片的娛樂性及資訊提供等因素，為影響國人持續使用 YouTube 影片的正向主要動機。陳彥丞(2019)建議 Youtuber 能拍攝獨有的影片內容、宣導會降低網速的區域、並鼓勵網友留言寫下有關自己的有趣資訊，此將有助於提升觀眾觀看影片的意願。黃子洋(2019)的研究結果建議，英語教育者可善用 YouTube 影片作為教學媒介，但需搭配適當的教學策略及技巧。謝映容(2019)以知識型 YouTube 頻道影片為分析對象，透過問卷量測分析方法，找出使用者持續觀看行為的影響因素，其研究結果發現，滿意度會正向影響持續觀看意圖與習慣，而使用者的滿意度則會受感知享樂性與感知實用性直接且正向的影響。Lyon 與 Magana(2020)曾建議工程教育者在教授數學模式的建立時，應留意所實施的教學策略。Muhammad 和 Srinivasan(2020)則提出以解決問題為導向的教學策略，結果顯示學生們的學習表現相當令人滿意。Tisdell(2016)的研究認為，多數學生均認同使用 YouTube 教學影片進行工程數學的輔助學習，確實有助於提升學生們的學習成效。Winangun 和 Fauziah(2019)曾提出科學教育之課程設計構想，期能結合科學、工程、技術、及數學，以提升理工科系學生之相關素養。相關之研究，不勝枚舉。

作者從事數位教材的開發始於 2003 年，並於 2011 年，將所錄製的數位教材安置於中華大學開放式課程平台。因考量校園網路資源不足以支應各種影音格式，且可能無法提供足夠的頻寬，故自 2014 年起，開始將工程數學教學影片轉移至 YouTube 平台上，再以超連結的方式連結至中華大學開放式課程平台。基於此，同一時間，作者開始在 YouTube 平台上，建置工程數學教學網站，相關課程包括「工程數學(一)」、「工程數學(二)」、「工程數學(三)」、及「工程數學(四)」等，這些課程均已獲得台灣開放式課程聯盟的收錄。

作者擬基於 YouTube 平台上所建立的工程數學教學頻道，分析近八個年度所顯示的觀眾年齡、觀眾性別、及訂閱狀態等教學數據，以作為教學精進之參考依據。由各項教學統計數據得知，18~24 歲年齡層的學生，最希望獲得工程數學的學習資源。故 YouTube 教學平台上，各類工程數學之學習活動的安排，可考慮盡量滿足該年齡層學生之專業學習的需求。

## 貳、教學影片的建置

根據多年來數位教材的錄製經驗，作者嘗試進行資源整合，以獨立製作出優質的工程數學教學影片，相關之重要想法，可參閱作者於參考文獻(呂志宗，2019)中之詳細說明。其中最重要的三個資源整合方式是：

1. 教室就是攝影棚：作者是把教室當作攝影棚，同時自學基礎攝影學；有時也會搭配螢幕錄影的方式，進行教學影片的錄製。
2. 了解著作權法：需花一點時間了解著作權的限制和保護，也需研究創用 CC 授權的運用方式，積極面對著作權。
3. 所有工作盡可能獨立完成：個人認為拍攝、編輯、繪畫等多媒體技術都要學習，若能了解每一執行細節，就知道如何維持教材品質。

今擬簡要說明 YouTube 教學影片的完成過程。

1. 錄製教學影片之前：首先需準備好所擬錄製的單元之主題，即應先撰寫腳本，最好每段影片只包含一個主題，每段影片不超過 15 分鐘。作者也會去圖書館借閱相關書籍，作好準備。為符合著作權法的要求，會盡可能選擇寫板書的方式，進行教學影片的錄製。
2. 錄製過程中的考慮：因所使用的錄影教室是一般的上課教室，故通常都選晚上時段錄製教學影片。若晚上該教室旁邊沒有學生練舞，則錄影效果較好。另外，亦需留意教室的燈光效果。作者是採單兵作業的方式，按下錄影機的錄影按鈕後進入場景中錄影，錄好後退出場景，再按下錄影機的關閉按鈕。
3. 教學影片上傳 YouTube：因採用 4K 的高解析度攝影機進行錄影，故檔案常有 5~10 GB，檔案上傳時間約需 30~60 分鐘。另外，亦需考慮影片適合的標題名稱，安排適當的關聯影片，資訊欄位亦需審慎運用。YouTube 還會詢問所上傳的影片是否專為兒童拍攝、要標記的關鍵詞、拍攝日期等。這樣的上傳過程有時候會因為上傳時間太長而中斷，故必須重來一遍。

以上簡要說明 YouTube 教學影片的完成過程，但還有許多細節值得加以探討，例如是否允許置入廣告和允許留言等，這些細節都需要各界撰文研討並交流。

## 參、YouTube 巨量資料分析結果

本文擬基於 YouTube 平台上所提供的巨量資料分析結果，分析 2014 年 9 月 21 日至 2020 年 5 月 30 日所顯示的觀眾年齡、觀眾性別、及訂閱狀態等教學數據，這些數據可作為教學精進之參考依據。圖 1 至圖 3、表 1 至表 3 為 YouTube 所提供的工程數學相關教學數據的彙整結果。

由圖 1 與表 1 所顯示的數據得知，剛開始的 2014 年 9 月 21 日至 2015 年 12 月 31 日，觀看教學影片的觀眾群主要是男性觀眾。自 2016 年起，開始出現 6.3% 的女性觀眾，且逐年提升。至 2020 年 5 月 30 日止，女性觀眾的比例已提升至 19.2%，性別的差異應與就讀理工科系的學生以男性居多有關，而工程數學是理工科系學生的基本學科之故。平均而言，2014 年 9 月 21 日起至今年 5 月 30 日止，女性觀眾所佔比例為 15.5%。

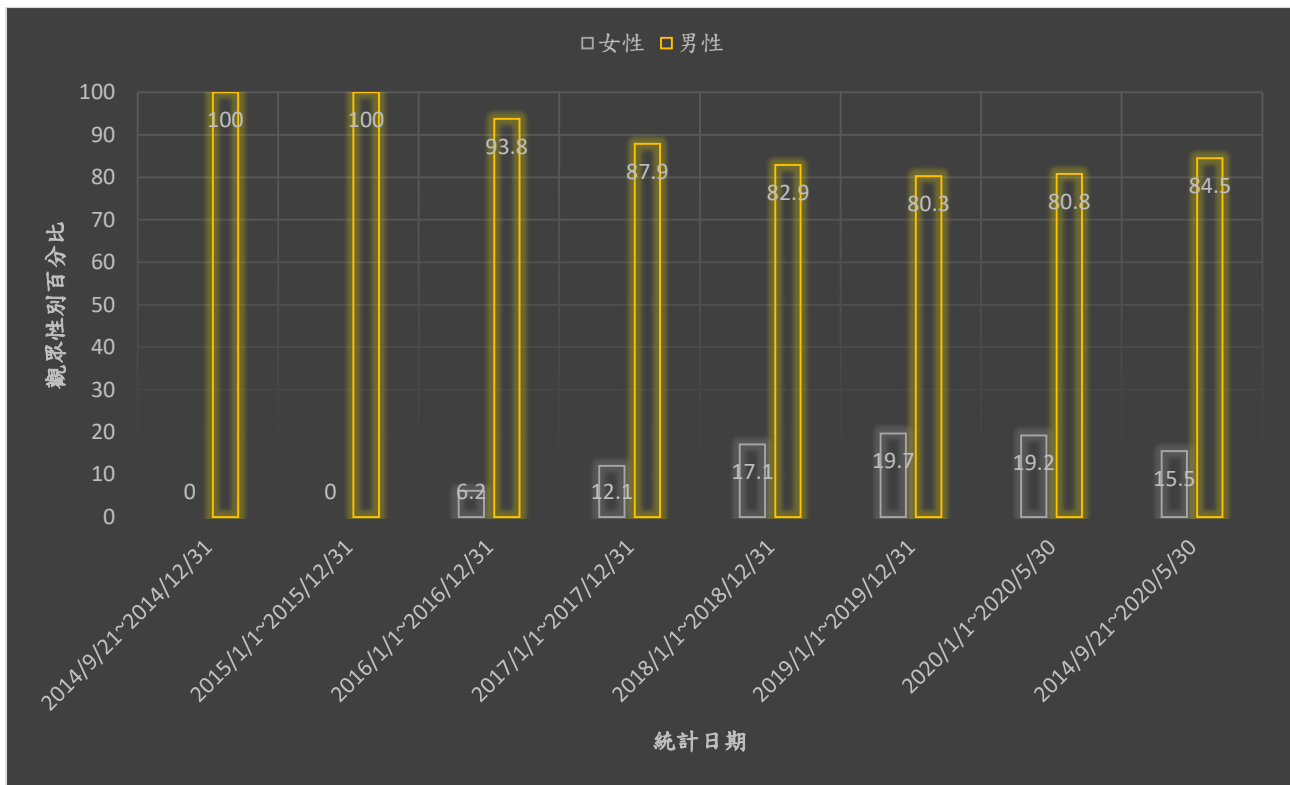


圖 1 2014/9/21 至 2020/5/30 所顯示的觀眾性別百分比

表 1 2014/9/21 至 2020/5/30 所顯示的觀眾性別百分比

日期	2014/9/21	2015/1/1	2016/1/1	2017/1/1	2018/1/1	2019/1/1	2020/1/1	2014/9/21
性別	2014/12/31	2015/12/31	2016/12/31	2017/12/31	2018/12/31	2019/12/31	2020/5/30	2020/5/30
女性	0	0	6.2	12.1	17.1	19.7	19.2	15.5
男性	100	100	93.8	87.9	82.9	80.3	80.8	84.5

由圖 2 與表 2 所顯示的數據得知，自 2014 年 9 月 21 日起至 2015 年 12 月 31 日止的初期階段，觀看教學影片的年齡層主要為 45~54 歲的觀眾。自 2016 年起，觀眾群的主要年齡已換為 18~24 歲，有 48.2%，且逐年提升中，曾於 2019 年出現最高比例的 65.4%。平均而言，歷年來 YouTube 工程數學教學頻道的觀看年齡層，主要為 18~24 歲的觀眾群，佔 55.8%；次多的觀眾年齡層是 25~34 歲，佔 14.9%；再其次則是 55~64 歲年齡層的觀眾，佔 12.6%。

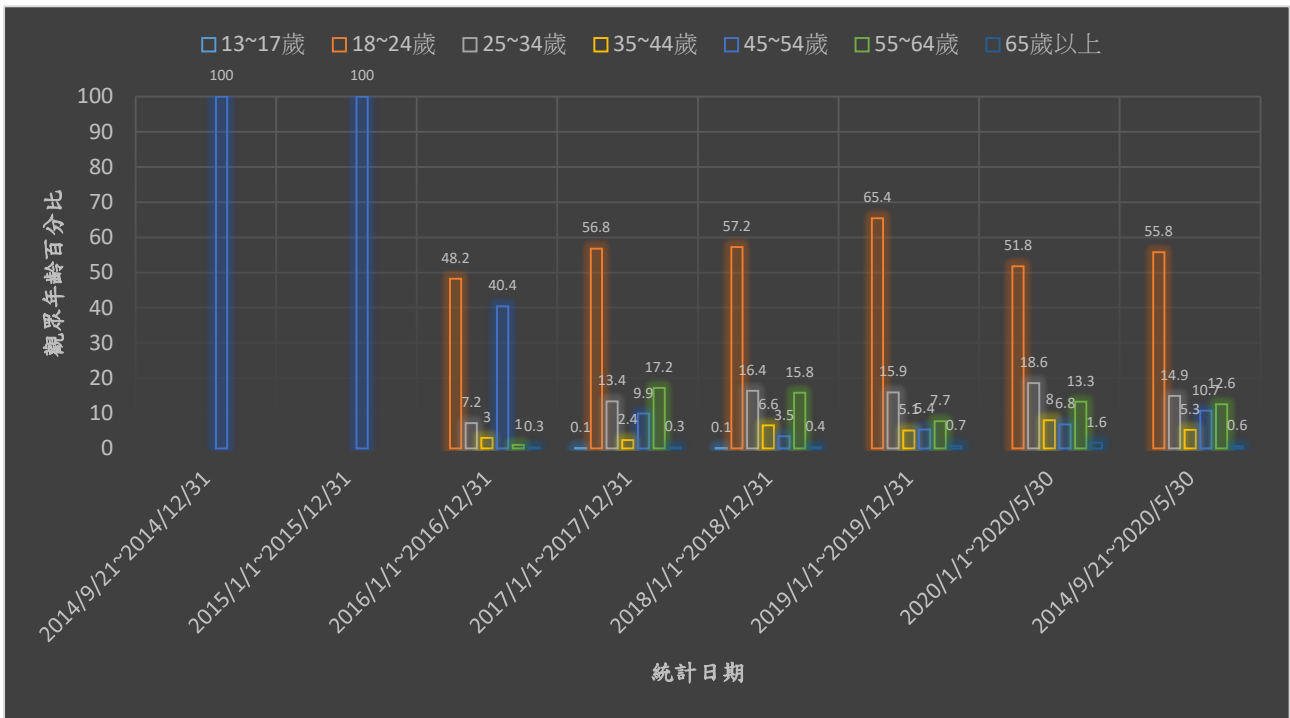


圖 2 2014/9/21 至 2020/5/30 所顯示的觀眾年齡百分比

表 2 2014/9/21 至 2020/5/30 所顯示的觀眾年齡百分比

年齡	日期	2014/9/21	2015/1/1	2016/1/1	2017/1/1	2018/1/1	2019/1/1	2020/1/1	2014/9/21
		2014/12/31	2015/12/31	2016/12/31	2017/12/31	2018/12/31	2019/12/31	2020/5/30	2020/5/30
13~17 歲	-	-	-	-	0.1	0.1	-	-	-
18~24 歲	-	-	48.2	56.8	57.2	65.4	51.8	55.8	
25~34 歲	-	-	7.2	13.4	16.4	15.9	18.6	14.9	
35~44 歲	-	-	3.0	2.4	6.6	5.1	8.0	5.3	
45~54 歲	100	100	40.4	9.9	3.5	5.4	6.8	10.7	
55~64 歲	-	-	1.0	17.2	15.8	7.7	13.3	12.6	
65 歲以上	-	-	0.3	0.3	0.4	0.7	1.6	0.6	

圖 3 與表 3 則呈現訂閱者暨未訂閱者之觀看時間百分比。由此可知，自 2014 年 9 月 21 日起至 2014 年 12 月 31 日止的初期階段，觀看教學影片的觀眾均屬未訂閱 YouTube 工程數學教學頻道者。但 2015 年的觀看時間百分比則已有 3.3% 屬於訂閱者，之後逐年提升；今年初至 5 月 30 日止，觀看時間百分比已有 13.9% 屬於訂閱者，相較於 2015 年，已提升三倍之多。整體來說，歷年來訂閱者的觀看時間百分比之平均值為 10.9%。根據相關文獻的研究得知，訂閱者對 YouTuber 的信賴度，會與訂閱行為產生正相關，亦即網路上的觀眾已逐漸對 YouTube 工程數學教學頻道產生信賴感。

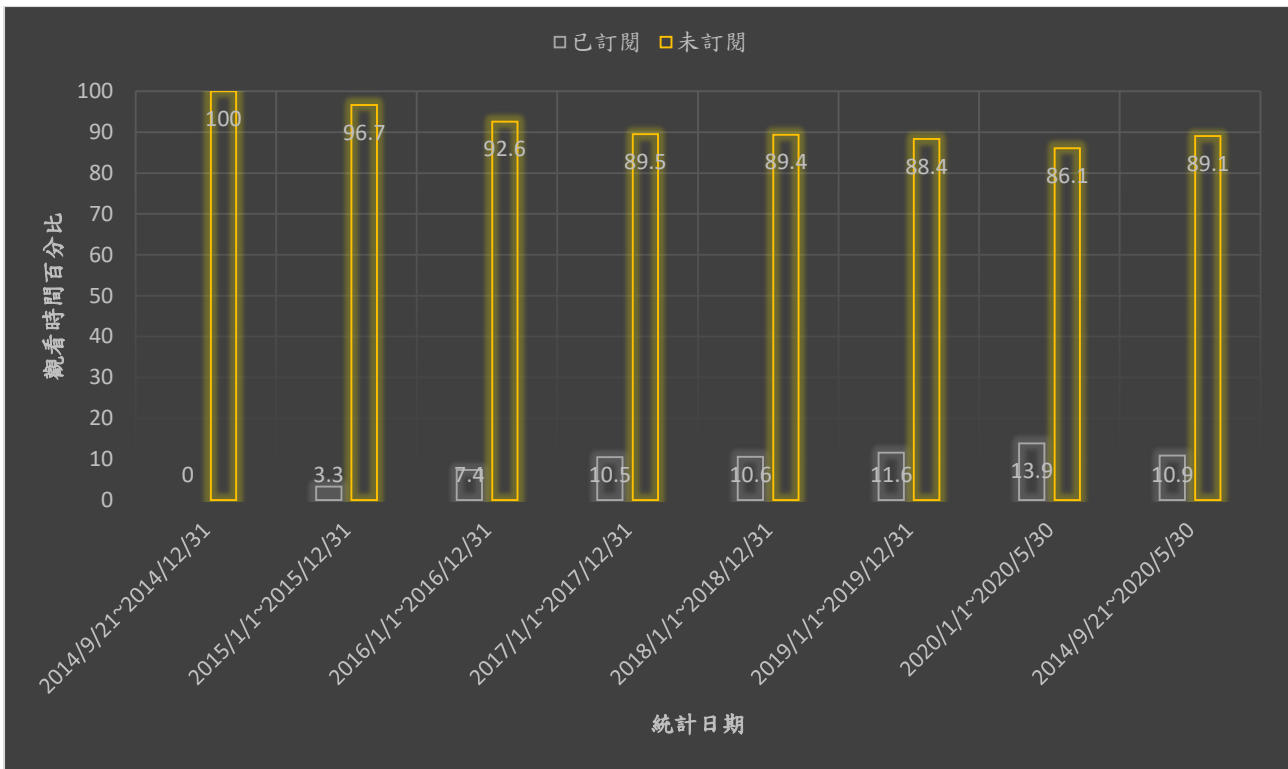


圖 3 2014/9/21 至 2020/5/30 所顯示的訂閱者暨未訂閱者之觀看時間百分比

表 3 2014/9/21 至 2020/5/30 所顯示的訂閱者觀看時間百分比

日期	2014/9/21	2015/1/1	2016/1/1	2017/1/1	2018/1/1	2019/1/1	2020/1/1	2014/9/21
類別(%)	2014/12/31	2015/12/31	2016/12/31	2017/12/31	2018/12/31	2019/12/31	2020/5/30	2020/5/30
已訂閱	0	3.3	7.4	10.5	10.6	11.6	13.9	10.9
未訂閱	100	96.7	92.6	89.5	89.4	88.4	86.1	89.1

整體而言，自 2014 年 9 月 21 日起至 2020 年 5 月 30 日止之統計資料顯示：

1. 歷年來，女性觀眾與男性觀眾所佔百分比分別為 15.5%和 84.5%，且女性觀眾百分比呈逐年上升的趨勢。
2. 主要的觀眾年齡層是 18~24 歲，佔 55.8%；次要的觀眾年齡層是 25~34 歲，佔 14.9%；第三多的則是 55~64 歲年齡層的觀眾群，佔 12.6%，亦即年紀稍長的觀眾亦佔有相當的比例。
3. 歷年來訂閱者的觀看時間百分比之平均值為 10.9%。2020 年相較於 2015 年，訂閱者的觀看時間百分比已提升三倍之多。

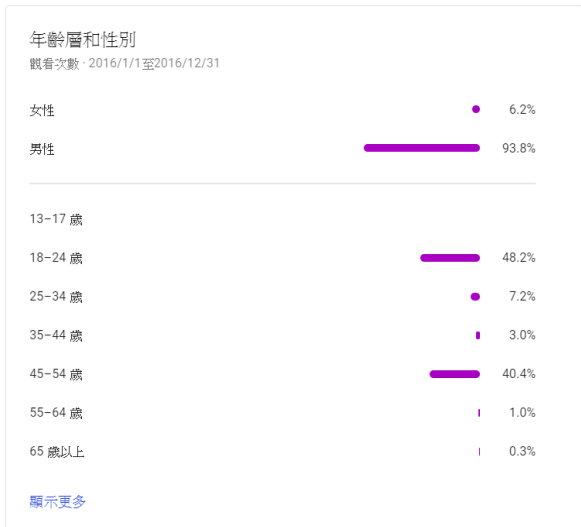
為清楚起見，本文亦將圖 1 至圖 3 之 YouTube 的原始數據擷圖後，整理如圖 4 與圖 5 所示，請讀者參閱。



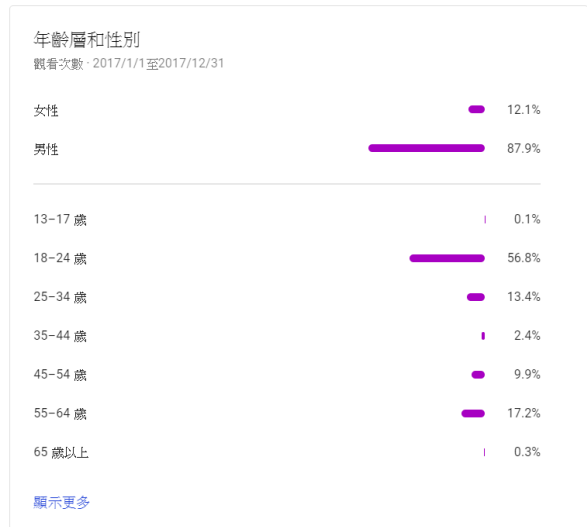
(a) 統計日程：2014/9/21~2014/12/31



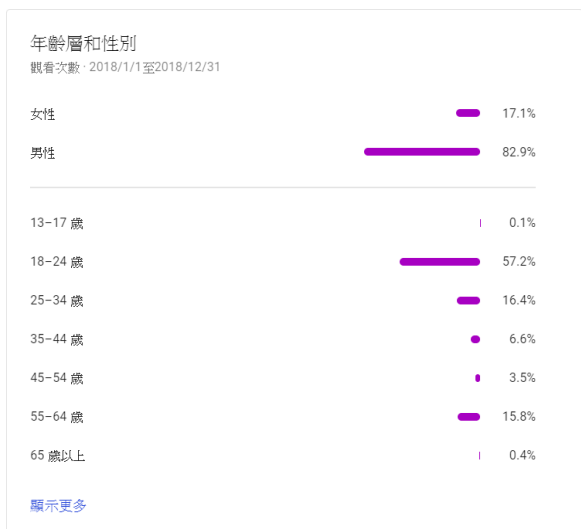
(b) 統計日程：2015/1/1~2015/12/31



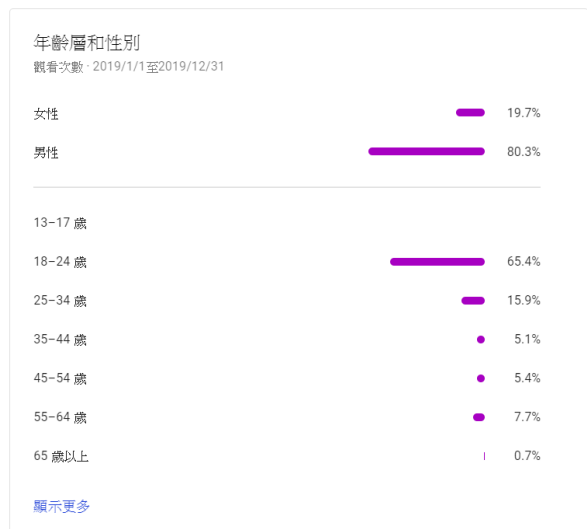
(c) 統計日程：2016/1/1~2016/12/31



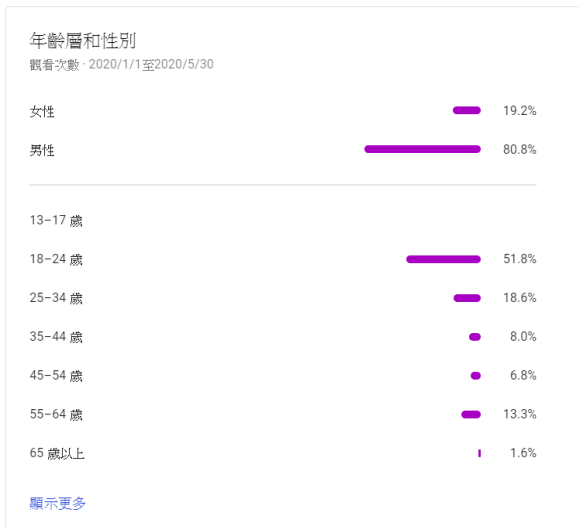
(d) 統計日程：2017/1/1~2017/12/31



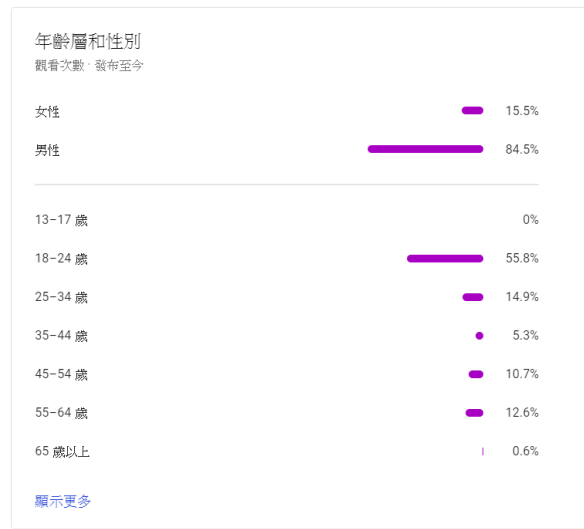
(e) 統計日程：2018/1/1~2018/12/31



(f) 統計日程：2019/1/1~2019/12/31

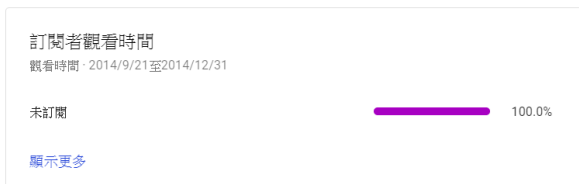


(g) 統計日程：2020/1/1~2020/5/30

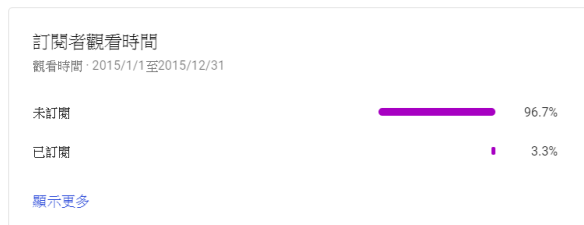


(h) 統計日程：2014/9/21~2020/5/30

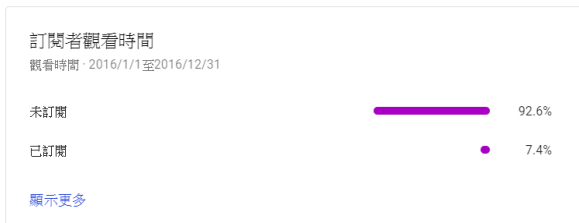
圖 4 2014/9/21 至 2020/5/30 所顯示的觀眾年齡和觀眾性別百分比之原始資料



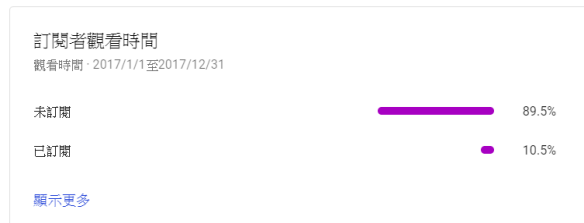
(a) 統計日程：2014/9/21~2014/12/31



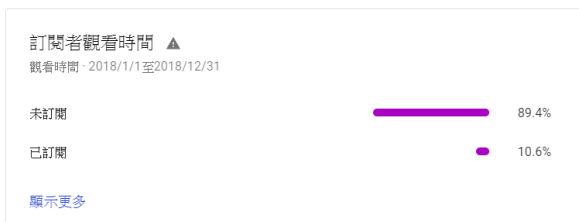
(b) 統計日程：2015/1/1~2015/12/31



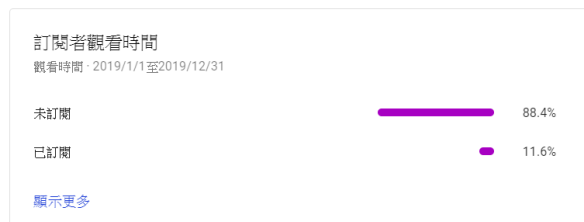
(c) 統計日程：2016/1/1~2016/12/31



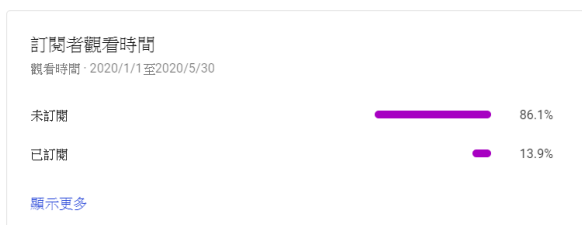
(d) 統計日程：2017/1/1~2017/12/31



(e) 統計日程：2018/1/1~2018/12/31



(f) 統計日程：2019/1/1~2019/12/31



(g) 統計日程：2020/1/1~2020/5/30



(h) 統計日程：2014/9/21~2020/5/30

圖 5 2014/9/21 至 2020/5/30 所顯示的訂閱者觀看時間百分比之原始資料



圖 6 目前已有 2,160 位訂閱者訂閱了 YouTube 工程數學教學頻道

目前 YouTube 工程數學教學頻道有 2,160 位訂閱者，如圖 6 所示。這顯示願意透過訂閱的方式，獲得即時通知的觀眾正持續增加中。此外，亦有許多學生會透過留言，詢問工程數學相關問題並給予作者肯定，同學們均相當期待更多的課程深化內容，以幫助同學們進行學習。個人持續的努力，期能達成五項目標。

1. 教育資源共享：所完成之工程數學數位教材，均免費建置於 YouTube 平台，此對學習工程數學專業的學生應有相當的幫助。
2. 克服工程數學的學習困擾：個人較擅長板書，且能以淺顯易懂的方式解說複雜問題，學生們的留言說，很期待作者持續上傳優質的工程數學教學影片。



3. 讓學生依其能力建立學習自信心：學生們覺得，作者所建立的工程數學教學影片，極有助於自學，因作者的講解過程相當淺顯易懂，此極有助於建立學生們的學習自信心。
4. 協助弱勢學生：透過所建立之工程數學優質開放式課程，可幫助教育資源不足的弱勢學生進行學習。有學生表達說，雖然經濟條件不允許補習，但透過作者所上傳的教學影片，即可順利完成工程數學的學習。
5. 單元主題學習模式的建立：作者認為，單元主題式的學習模式更有助於建立學習興趣與學習樂趣，希望能持續錄製並提供以問題解決為目標之工程數學教學影片。

## 肆、結論與建議

作者持續錄製系列的工程數學教學影片，然後上傳至 YouTube 平台，並免費提供給對工程數學的學習有興趣之觀眾參考。如前所示，作者已於 YouTube 平台建立工程數學教學頻道，擬分析近八個年度所呈現的觀眾年齡、觀眾性別、及訂閱狀態等教學數據，這些數據可作為教學精進之參考依據。根據 YouTube 所提供的工程數學教學數據顯示：

1. 主要的觀眾年齡層是 18~24 歲，佔 55.8%；次要的觀眾年齡層是 25~34 歲，佔 14.9%。亦即目前正在大學階段就讀的學生，對工程數學的學習需求最為殷切。
2. 女性觀眾與男性觀眾所佔百分比分別為 15.5% 和 84.5%，且女性觀眾呈逐年上升的趨勢。因此，工程數學的學習可能存在著性別差異，但其差異性正逐年縮小中。
3. 若以瀏覽教學影片的時間為分析依據時發現，已訂閱工程數學 YouTube 教學頻道的觀眾佔 10.9%，且每年不斷提升。整體而言，所建立的工程數學教學頻道應已逐漸獲得觀眾的信賴，故瀏覽教學影片的訂閱者百分比正逐年上升中。

由各項教學統計數據得知，YouTube 教學平台上，各類工程數學之學習活動的安排，可考慮盡量滿足 18~24 歲年齡層學生之專業學習的需求。

## 伍、參考文獻

- 支向理，「以人工智慧方法預測 YouTube 趨勢影片」，碩士論文，國立政治大學經營管理碩士學程，2019。
- 王梓峻，「探討知名網紅貼文及粉絲留言之文字風格-以 YouTube 為例」，碩士論文，世新大學資訊管理學研究所，2019。
- 王夢竹，「探討 YouTube 影片特質與 YouTuber 本身特質對閱聽者的購買意圖與知識分享意願之影響」，碩士論文，亞洲大學經營管理學系，2019。
- 吳姿漫，「MyYouTube：根據影片的評論者與使用者的喜好推薦 YouTube 影片」，碩士論文，國立臺灣科技大學電機工程系，2011。
- 呂志宗，「開放式課程教學心得分享-以工程數學為例」，2019 教學實踐研究暨書院教育研討會

- 論文集，第 80-88 頁，2019。
- 李育欣，「中高齡者使用社群媒體行為之研究-以 YouTube 為例」，碩士論文，南臺科技大學資訊傳播系，2019。
- 邱瓊賢，「YouTube 英文教學影片分析之研究」，碩士論文，國立臺南大學教育學系科技發展與傳播碩士班，2019。
- 許若琳，「線上影音平台的使用動機及黏著度之探討-以 YouTube 為例」，碩士論文，東海大學企業管理學系，2019。
- 陳彥丞，「質性分析影響 YouTube 觀看關鍵因素」，碩士論文，銘傳大學企業管理學系，2019。
- 黃子洋，「YouTube 教學對於學習者口說能力、學習動機以及態度之影響」，碩士論文，銘傳大學應用英語學系，2019。
- 謝映容，「影響知識型 YouTube 頻道影片持續觀看行為之因素」，碩士論文，國立中央大學資訊管理學系，2019。
- Lyon, J.A. and Magana, A.J., “A review of mathematical modeling in engineering education,” *International Journal of Engineering Education*, Vol. 36, No. 1A, pp. 101-116, 2020.
- MIT, “2005 Program evaluation findings report,” <https://reurl.cc/j7py4Z>, pp. 1-131, 2006.
- Muhammad, N. and Srinivasan, S., “A problem solving based approach to learn engineering mathematics,” *Advances in Intelligent Systems and Computing*, Vol. 1134, pp. 839-848, 2020.
- Tisdell, C.C., “How do Australasian students engage with instructional YouTube videos? An engineering mathematics case study,” *Proceedings of AAEE2016 Conference*, pp. 1-9, 2016.
- Winangun, M.M. and Fauziah, D., “Designing lesson plan of Science, Technology, Engineering, Mathematics (STEM) education in science learning,” *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 1318, No. 1, 2019.

# 附件 4

呂志宗，2020/09/20，「開放式課程《工程數學》之應用個案探討」，教育部教學實踐研究計畫，PEE1080315，2019/08/01~2020/07/31，

<https://s.chu.edu.tw/R.aspx?rd=HqUjwy>。

序號	影片名稱	網址	影片長度
1	A01_工程數學在結構學的應用(一)--梁之作用力 $q(x)$ 、剪力 $V(x)$ 和彎矩 $M(x)$ 之控制方程式的推導	<a href="https://youtu.be/7c6EqT71lg">https://youtu.be/7c6EqT71lg</a>	18分56秒
2	A02_工程數學在結構學的應用(二)--梁之作用力 $q(x)$ 、剪力 $V(x)$ 和彎矩 $M(x)$ 之控制方程式的精簡推導	<a href="https://youtu.be/X_b7CiHfDWc">https://youtu.be/X_b7CiHfDWc</a>	13分49秒
3	A03_工程數學在結構學的應用(三)--均佈荷重 $q$ 作用於簡支承梁時之剪力圖和彎矩圖的解析	<a href="https://youtu.be/Fs0uBnRsD14">https://youtu.be/Fs0uBnRsD14</a>	17分21秒
4	A04_工程數學在結構學的應用(四)--集中力 $P$ 作用於簡支承梁時之剪力圖和彎矩圖的解析	<a href="https://youtu.be/wWUenGZnTwo">https://youtu.be/wWUenGZnTwo</a>	24分10秒
5	A05_工程數學在結構學的應用(五)--均佈荷重 $q$ 作用於懸臂梁時之剪力圖和彎矩圖的解析	<a href="https://youtu.be/0IHScJfPWag">https://youtu.be/0IHScJfPWag</a>	22分08秒
6	A06_工程數學在結構學的應用(六)--集中力 $P$ 作用於懸臂梁時之剪力圖和彎矩圖的解析	<a href="https://youtu.be/0ykQihVb9WM">https://youtu.be/0ykQihVb9WM</a>	24分20秒
7	A07_工程數學在結構學的應用(七)--懸臂梁受均佈荷重 $\omega$ 作用時之撓度 $y$ 、旋轉角(傾角) $\theta$ 、剪力 $V$ 和彎矩 $M$	<a href="https://youtu.be/pVAv4XeCPd8">https://youtu.be/pVAv4XeCPd8</a>	20分24秒
8	A08_工程數學在結構學的應用(八)--懸臂梁自由端受集中荷重 $P$ 作用時之撓度 $y$ 、旋轉角(傾角) $\theta$ 、剪力 $V$ 和彎矩 $M$	<a href="https://youtu.be/IP3bZy-WLLo">https://youtu.be/IP3bZy-WLLo</a>	27分45秒
9	A09_工程數學在結構學的應用(九)--懸臂梁自由端受彎矩 $M$ 作用時之最大撓度 $y_{\max} = ML^2/2EI$ 和最大傾角 $\theta_{\max} = ML/EI$	<a href="https://youtu.be/SCKIsjYJVU8">https://youtu.be/SCKIsjYJVU8</a>	18分28秒
10	A10_工程數學在結構學的應用(十)--簡支承梁受均佈荷重作用時之梁中央撓度 $\delta = 5\omega L^4/384EI$ 和端點傾角 $\theta = \omega L^3/24EI$	<a href="https://youtu.be/r7Vol-v5v8Y">https://youtu.be/r7Vol-v5v8Y</a>	23分00秒
11	A11_工程數學在結構學的應用(十一)--簡支承梁受集中荷重 $P$ 作用時之梁正中央撓度 $\delta = PL^3/48EI$ 和傾角 $\theta = PL^2/16EI$	<a href="https://youtu.be/UUtZzY4AW04">https://youtu.be/UUtZzY4AW04</a>	22分57秒
12	A12_工程數學在結構學的應用(十二)--簡支承梁受端點彎矩 $M$ 作用時之梁中央撓度 $\delta = ML^2/16EI$ 和端點傾角 $\theta = ML/3EI$ 、 $ML/6EI$	<a href="https://youtu.be/l6SbawkJmL0">https://youtu.be/l6SbawkJmL0</a>	19分45秒
13	A13_工程數學在結構學的應用(十三)--梁的兩個支承端均為固定端時，受集中荷重 $P$ 作用時之固定端彎矩 $\langle M = PL/8 \rangle$	<a href="https://youtu.be/6NdP1vldGqQ">https://youtu.be/6NdP1vldGqQ</a>	27分17秒
14	A14_工程數學在結構學的應用(十四)--梁的兩個支承端分別為固定端及輻支承端時，受集中荷重 $P$ 作用時之固定端彎矩 $\langle M = 3PL/16 \rangle$	<a href="https://youtu.be/KyZWR2TRY1E">https://youtu.be/KyZWR2TRY1E</a>	24分54秒
15	A15_工程數學在結構學的應用(十五)--梁的兩個支承端均為固定端時，受均佈荷重 $\omega$ 作用時之固定端彎矩 $\langle M = \omega L^2/12 \rangle$	<a href="https://youtu.be/SXKui_D7QVI">https://youtu.be/SXKui_D7QVI</a>	25分08秒
16	A16_工程數學在結構學的應用(十六)--梁的兩個支承端分別為固定端及輻支承端時，受均佈荷重 $\omega$ 作用時之固定端彎矩 $\langle M = \omega L^2/8 \rangle$	<a href="https://youtu.be/t8ILYogi3Vc">https://youtu.be/t8ILYogi3Vc</a>	22分38秒
17	A17_工程數學在結構學的應用(十七)--梁的支承端固定端時，受集中荷重 $P$ 作用時之固定端彎矩 $\langle M = Pab^2/L^2$ 、 $M = Pa^2b/L^2 \rangle$	<a href="https://youtu.be/5kFdSNcupMc">https://youtu.be/5kFdSNcupMc</a>	39分40秒
18	A18_工程數學在結構學的應用(十八)--柱產生 $\Delta = 1$ 的相對位移時之固定端彎矩與剪力 $\langle M = 6EI/L^2$ 、 $V = 12EI/L^3 \rangle$	<a href="https://youtu.be/ptcstLsgl94">https://youtu.be/ptcstLsgl94</a>	21分13秒
19	A19_工程數學在結構學的應用(十九)--柱產生 $\Delta$ 的相對位移時之固定端彎矩與剪力 $\langle M = 6EI\Delta/L^2$ 、 $V = 12EI\Delta/L^3 \rangle$	<a href="https://youtu.be/IAQ9r73rwU8">https://youtu.be/IAQ9r73rwU8</a>	25分22秒
20	A20_工程數學在結構學的應用(二十)--柱產生 $\Delta$ 的相對位移時之無傾角輻接端彎矩與鉸接端剪力 $\langle M = 3EI\Delta/L^2$ 、 $V = 3EI\Delta/L^3 \rangle$	<a href="https://youtu.be/tL8yaMYN68k">https://youtu.be/tL8yaMYN68k</a>	17分50秒
21	A21_工程數學在結構學的應用(二十一)--柱產生 $\theta$ 的相對傾角時之彎矩與剪力 $\langle M = 4EI\theta/L$ 及 $2EI\theta/L$ 、 $V = 6EI\theta/L^2 \rangle$	<a href="https://youtu.be/WNodmyilNdk">https://youtu.be/WNodmyilNdk</a>	19分29秒
22	A22_工程數學在結構學的應用(二十二)--簡支承柱產生 $\theta$ 的傾角時之彎矩與剪力等 $\langle M = 3EI\theta/L$ 、 $V = 3EI\theta/L^2 \rangle$	<a href="https://youtu.be/lH_HDVn_jlE">https://youtu.be/lH_HDVn_jlE</a>	20分47秒
23	A23_工程數學在結構學的應用(二十三)--傾角變位法之公式推導(3-1)	<a href="https://youtu.be/8F2uaMTOEdo">https://youtu.be/8F2uaMTOEdo</a>	27分34秒
24	A24_工程數學在結構學的應用(二十四)--傾角變位法之公式推導(3-2)	<a href="https://youtu.be/oSw8aAzWB5I">https://youtu.be/oSw8aAzWB5I</a>	18分07秒
25	A25_工程數學在結構學的應用(二十五)--傾角變位法之公式推導(3-3)	<a href="https://youtu.be/8ZEHSNdXe_g">https://youtu.be/8ZEHSNdXe_g</a>	5分31秒
26	A26_工程數學在結構學的應用(二十六)--簡支承梁的一半受均佈荷重 $\omega$ 作用時之梁正中央的撓度 $\delta = 5\omega L^4/768EI$	<a href="https://youtu.be/d_qzqSdXqp0">https://youtu.be/d_qzqSdXqp0</a>	25分28秒
27	A27_工程數學在結構學的應用(二十七)--懸臂梁受三角形荷重 $\blacktriangle$ 作用之自由端撓度 $\delta = \omega L^4/30EI$ 、自由端傾角 $\theta = \omega L^3/24EI$	<a href="https://youtu.be/nrZzEoW4F1Q">https://youtu.be/nrZzEoW4F1Q</a>	17分44秒
28	A28_工程數學在結構學的應用(二十八)--懸臂梁受三角形荷重 $\blacktriangle$ 作用之自由端撓度 $\delta = 11\omega L^4/120EI$ 暨傾角 $\theta = \omega L^3/8EI$	<a href="https://youtu.be/DcoxdYCR7wc">https://youtu.be/DcoxdYCR7wc</a>	16分36秒
29	A29_工程數學在結構學的應用(二十九)--簡支承梁受三角形荷重之中點撓度 $\delta = 5\omega L^4/768EI$ 和端點傾角 $\theta = \omega L^3/45EI$	<a href="https://youtu.be/FnPZZYqFIH8">https://youtu.be/FnPZZYqFIH8</a>	21分05秒
30	A30_工程數學在結構學的應用(三十)--簡支承梁受拋物線形荷重之中點撓度 $\delta = 89\omega L^4/23040EI$ 和端點大傾角 $\theta = \omega L^3/72EI$	<a href="https://youtu.be/TQHN3OObfiU">https://youtu.be/TQHN3OObfiU</a>	24分16秒
31	A31_工程數學在結構學的應用(三十一)--簡支承梁受拋物線形對稱荷重之中點撓度 $\delta = 61\omega L^4/5760EI$ 和端點傾角 $\theta = \omega L^3/30EI$	<a href="https://youtu.be/9EmX_pra6Og">https://youtu.be/9EmX_pra6Og</a>	27分19秒
32	A32_工程數學在結構學的應用(三十二)--三角形對稱荷重可表為 $q(x) = 2\omega x/L - 4\omega(x-0.5L) \cdot u(x-0.5L)/L$	<a href="https://youtu.be/DJoSgRWnWfo">https://youtu.be/DJoSgRWnWfo</a>	6分57秒
33	A33_工程數學在結構學的應用(三十三)--簡支承梁受三角形對稱荷重之中點撓度 $\delta = \omega L^4/120EI$ 和端點傾角 $\theta = 5\omega L^3/192EI$ 等	<a href="https://youtu.be/EQGQCw06MM">https://youtu.be/EQGQCw06MM</a>	30分37秒
34	A34_工程數學在結構學的應用(三十四)--懸臂梁受三角形對稱荷重之自由端撓度 $\delta = 11\omega L^4/192EI$ 和自由端傾角 $\theta = 7\omega L^3/96EI$	<a href="https://youtu.be/xzplztoa0uE">https://youtu.be/xzplztoa0uE</a>	24分10秒
35	B01_工程數學在材料力學的應用(一)--曲率和曲率半徑之微分方程式的推導 $\langle \rho = ds/d\theta$ 、 $1/\kappa = ds/d\theta \rangle$	<a href="https://youtu.be/QgYqOGg0YqQ">https://youtu.be/QgYqOGg0YqQ</a>	4分17秒
36	B02_工程數學在材料力學的應用(二)--曲率和曲率半徑之微分方程式的推導 $\langle \rho = dx/d\theta$ 、 $1/\kappa = dx/d\theta \rangle$	<a href="https://youtu.be/hi8k5SVugZ4">https://youtu.be/hi8k5SVugZ4</a>	1分50秒
37	B03_工程數學在材料力學的應用(三)--曲率和撓度間的關係 $\langle \kappa = (d^2y/dx^2)/[1+(dy/dx)^2]^{1.5} \rangle$	<a href="https://youtu.be/T1vmPSsJmSU">https://youtu.be/T1vmPSsJmSU</a>	9分53秒
38	B04_工程數學在材料力學的應用(四)--曲率和彎矩之關係的推導 $\langle \kappa = -M/EI \rangle$	<a href="https://youtu.be/DsDCr0pgh9U">https://youtu.be/DsDCr0pgh9U</a>	12分01秒
39	B05_工程數學在材料力學的應用(五)--撓度和角變量(傾角)、彎矩、剪力及作用力之關係的推導	<a href="https://youtu.be/Onp2altA2j4">https://youtu.be/Onp2altA2j4</a>	6分08秒

序號	影片名稱	網址	影片長度
40	C01_工程數學在滲流分析的應用(一)--達西定律 (Darcy's Law) $Q = kiA$ 簡介	<a href="https://youtu.be/DNmSwJSEAbc">https://youtu.be/DNmSwJSEAbc</a>	7分43秒
41	C02_工程數學在滲流分析的應用(二)--西姆公式 (Thiem Equation) 簡介	<a href="https://youtu.be/P4P5SgiNDd4">https://youtu.be/P4P5SgiNDd4</a>	11分38秒
42	C03_工程數學在滲流分析的應用(三)--自由含水層中之穩態抽水 (Steady-state Pumping)	<a href="https://youtu.be/yeOUGCFATPw">https://youtu.be/yeOUGCFATPw</a>	14分27秒
43	C04_工程數學在滲流分析的應用(四)--變水頭試驗之土壤滲透係數的量測公式	<a href="https://youtu.be/dkci8JaZLZI">https://youtu.be/dkci8JaZLZI</a>	23分46秒
44	C05_工程數學在滲流分析的應用(五)--定水頭試驗之土壤滲透係數的量測公式 $k = QL/hA$	<a href="https://youtu.be/KRs8dEuL830">https://youtu.be/KRs8dEuL830</a>	5分27秒
45	C06_工程數學在滲流分析的應用(六)--等向性地層穩態滲流之流量連續方程式 $\nabla^2 h(x, y, z) = 0$ 的推導	<a href="https://youtu.be/XuuoQVZAOJk">https://youtu.be/XuuoQVZAOJk</a>	19分35秒
46	C07_工程數學在滲流分析的應用(七)--通過土壤A和土壤B之穩態滲流所引致的水頭 (Hydraulic Head) $h(x)$	<a href="https://youtu.be/RgGoRXvrlLI">https://youtu.be/RgGoRXvrlLI</a>	17分55秒
47	C08_工程數學在滲流分析的應用(八)--考慮補注效應之限制含水層連續方程式 $\nabla^2 h(x, y) = -R(x, y)/T$ 的推導	<a href="https://youtu.be/mOwgqugZAVg">https://youtu.be/mOwgqugZAVg</a>	10分58秒
48	C09_工程數學在滲流分析的應用(九)--考慮補注效應之自由含水層連續方程式 $\nabla^2 v(x, y) = -2R(x, y)/k$ 的推導	<a href="https://youtu.be/Emjmtu9NwuM">https://youtu.be/Emjmtu9NwuM</a>	13分21秒
49	C10_工程數學在滲流分析的應用(十)--島嶼之地下水位的解析	<a href="https://youtu.be/q91grhp1ChQ">https://youtu.be/q91grhp1ChQ</a>	9分29秒
50	C11_工程數學在滲流分析的應用(十一)--土壩中之滲流水頭的解析	<a href="https://youtu.be/7ZHcCtCDMHE">https://youtu.be/7ZHcCtCDMHE</a>	10分24秒
51	C12_工程數學在滲流分析的應用(十二)--限制含水層中之穩態抽水所引致的地下水位之解析	<a href="https://youtu.be/kbbn23KnllE">https://youtu.be/kbbn23KnllE</a>	13分28秒
52	C13_工程數學在滲流分析的應用(十三)--自由含水層中之穩態抽水所引致的地下水位之解析	<a href="https://youtu.be/JhlN-EM9ajl">https://youtu.be/JhlN-EM9ajl</a>	11分01秒
53	C14_工程數學在滲流分析的應用(十四)--異向性滲流地層之流量連續方程式的推導	<a href="https://youtu.be/6-NMmbEYvbE">https://youtu.be/6-NMmbEYvbE</a>	14分15秒
54	C15_工程數學在滲流分析的應用(十五)--關於海水入侵地下含水層的範圍之 Ghyben-Herzberg 關係式 1:40 的解析	<a href="https://youtu.be/Z_l2gRjPKDw">https://youtu.be/Z_l2gRjPKDw</a>	8分23秒
55	C16_工程數學在滲流分析的應用(十六)--限制含水層考慮補注效應之暫態連續方程式 $\nabla^2 h = -R/T + (S/T) \partial h/\partial t$	<a href="https://youtu.be/qpj2HZbXEvI">https://youtu.be/qpj2HZbXEvI</a>	27分51秒
56	C17_工程數學在滲流分析的應用(十七)--自由含水層考慮補注效應之暫態連續方程式 $\nabla^2 v = -2R/k + (S/k\sqrt{v})\partial v/\partial t$ 的推導	<a href="https://youtu.be/6_ylMFibuVs">https://youtu.be/6_ylMFibuVs</a>	24分20秒
57	D01_工程數學在彈性力學的應用(一)--靜態之力平衡方程式 $\tau_{ijj} + f_i = 0$ 的推導	<a href="https://youtu.be/llOfslckneg">https://youtu.be/llOfslckneg</a>	25分13秒
58	D02_工程數學在彈性力學的應用(二)--動態之力平衡方程式 $\tau_{ijj} + f_i = \rho \ddot{u}_i$ 的推導	<a href="https://youtu.be/zSMJvbcg84Y">https://youtu.be/zSMJvbcg84Y</a>	28分20秒
59	D03_工程數學在彈性力學的應用(三)--大地工程之靜態力平衡方程式 $\tau_{ijj} + f_i = 0$ 的推導	<a href="https://youtu.be/v5Jo_CZJtE">https://youtu.be/v5Jo_CZJtE</a>	22分54秒
60	D04_工程數學在彈性力學的應用(四)--平面應力 (Plane Stress) 條件之靜態力平衡方程式的討論	<a href="https://youtu.be/nv7J7TR-li4">https://youtu.be/nv7J7TR-li4</a>	4分29秒
61	D05_工程數學在彈性力學的應用(五)--平面應變 (Plane Strain) 條件之靜態力平衡方程式的討論	<a href="https://youtu.be/YSciWbgwpj4">https://youtu.be/YSciWbgwpj4</a>	7分46秒
62	D06_工程數學在彈性力學的應用(六)--軸向應變與位移之關係式的推導	<a href="https://youtu.be/pbn3Asazzkk">https://youtu.be/pbn3Asazzkk</a>	6分27秒
63	D07_工程數學在彈性力學的應用(七)--角(剪)應變關係式的推導	<a href="https://youtu.be/hVLM_ifC9cY">https://youtu.be/hVLM_ifC9cY</a>	7分02秒
64	D08_工程數學在彈性力學的應用(八)--等向性材料組成律關係式之反轉換的推導	<a href="https://youtu.be/SJQeCn00fDk">https://youtu.be/SJQeCn00fDk</a>	19分53秒
65	D09_工程數學在彈性力學的應用(九)--等向性材料平面應變(Plane Strain)與平面應力(Plane Stress)力學常數的對應關係	<a href="https://youtu.be/A4DUR3q6Z3s">https://youtu.be/A4DUR3q6Z3s</a>	10分22秒
66	D10_工程數學在彈性力學的應用(十)--變位協調方程式(Compatibility Equation)的推導	<a href="https://youtu.be/TtaVTRAWbuY">https://youtu.be/TtaVTRAWbuY</a>	8分24秒
67	D11_工程數學在彈性力學的應用(十一)--極坐標(Polar Coordinates)條件下之力平衡方程式的推導(2-1)	<a href="https://youtu.be/vpRR5Hsiq2c">https://youtu.be/vpRR5Hsiq2c</a>	16分38秒
68	D12_工程數學在彈性力學的應用(十二)--極坐標(Polar Coordinates)條件下之力平衡方程式的推導(2-2)	<a href="https://youtu.be/jYp89jSWpHA">https://youtu.be/jYp89jSWpHA</a>	15分51秒
69	D13_工程數學在彈性力學的應用(十三)--等向性材料之力學常數關係式 $\mu = E/[2(1+\nu)]$ 的推導	<a href="https://youtu.be/Q808J2APjUo">https://youtu.be/Q808J2APjUo</a>	21分49秒
70	D14_工程數學在彈性力學的應用(十四)--圓柱坐標(Cylindrical Coordinates)條件下之力平衡方程式的推導(5-1)	<a href="https://youtu.be/F6N0DhZXfgo">https://youtu.be/F6N0DhZXfgo</a>	17分32秒
71	D15_工程數學在彈性力學的應用(十五)--圓柱坐標(Cylindrical Coordinates)條件下之力平衡方程式的推導(5-2)	<a href="https://youtu.be/ukLzexx3r7o">https://youtu.be/ukLzexx3r7o</a>	19分50秒
72	D16_工程數學在彈性力學的應用(十六)--圓柱坐標(Cylindrical Coordinates)條件下之力平衡方程式的推導(5-3)	<a href="https://youtu.be/ZdYIA5IAUD4">https://youtu.be/ZdYIA5IAUD4</a>	18分25秒
73	D17_工程數學在彈性力學的應用(十七)--圓柱坐標(Cylindrical Coordinates)條件下之力平衡方程式的推導(5-4)	<a href="https://youtu.be/t-ax53zxKgM">https://youtu.be/t-ax53zxKgM</a>	9分53秒
74	D18_工程數學在彈性力學的應用(十八)--圓柱坐標(Cylindrical Coordinates)條件下之力平衡方程式的推導(5-5)	<a href="https://youtu.be/v0iO7pfSMAw">https://youtu.be/v0iO7pfSMAw</a>	14分00秒
75	E01_工程數學在數值分析的應用(一)-- $\phi'(x)$ 之兩個點的前向有限差分(Forward Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/YqzPp9069XU">https://youtu.be/YqzPp9069XU</a>	7分09秒
76	E02_工程數學在數值分析的應用(二)-- $\phi'(x)$ 之兩個點的后向有限差分(Backward Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/VTlitgFpAdM">https://youtu.be/VTlitgFpAdM</a>	7分43秒
77	E03_工程數學在數值分析的應用(三)-- $\phi'(x)$ 之兩個點的中央有限差分(Central Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/QeTpuLCTMIE">https://youtu.be/QeTpuLCTMIE</a>	11分30秒
78	E04_工程數學在數值分析的應用(四)-- $\phi''(x)$ 之三個點的中央有限差分(Central Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/PLHUywgSsYc">https://youtu.be/PLHUywgSsYc</a>	9分20秒

序號	影片名稱	網址	影片長度
79	E05_工程數學在數值分析的應用(五)-- $\nabla^2\phi(x, y) = 0$ 之五個點的有限差分(Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/QJvr1RxlVg">https://youtu.be/QJvr1RxlVg</a>	13分51秒
80	E06_工程數學在數值分析的應用(六)-- $\phi'(x)$ 之四個點的中央有限差分(Central Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/N2MiyerfGe0">https://youtu.be/N2MiyerfGe0</a>	17分10秒
81	E07_工程數學在數值分析的應用(七)-- $\phi'(x)$ 之六個點的中央有限差分(Central Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/uMsCs0hafwx">https://youtu.be/uMsCs0hafwx</a>	36分10秒
82	E08_工程數學在數值分析的應用(八)-- $\phi''(x)$ 之四個點的中央有限差分(Central Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/XSkwdRzQoll">https://youtu.be/XSkwdRzQoll</a>	7分45秒
83	E09_工程數學在數值分析的應用(九)-- $\phi'''(x)$ 之五個點的中央有限差分(Central Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/gxVziaZR4uk">https://youtu.be/gxVziaZR4uk</a>	8分45秒
84	E10_工程數學在數值分析的應用(十)-- $\phi'(x)$ 之三個點的前向有限差分(Forward Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/zQOuByavVFM">https://youtu.be/zQOuByavVFM</a>	8分36秒
85	E11_工程數學在數值分析的應用(十一)-- $\phi'(x)$ 之三個點的后向有限差分(Backward Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/CdDqIKZErZs">https://youtu.be/CdDqIKZErZs</a>	6分24秒
86	E12_工程數學在數值分析的應用(十二)-- $\phi'(x)$ 之四個點的前向有限差分(Forward Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/NPOTowA7t6o">https://youtu.be/NPOTowA7t6o</a>	15分17秒
87	E13_工程數學在數值分析的應用(十三)-- $\phi'(x)$ 之四個點的后向有限差分(Backward Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/5Ela-EPEE-o">https://youtu.be/5Ela-EPEE-o</a>	14分05秒
88	E14_工程數學在數值分析的應用(十四)-- $\phi''(x)$ 之四個點的前向有限差分(Forward Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/bKg9VA8Ei1Y">https://youtu.be/bKg9VA8Ei1Y</a>	17分32秒
89	E15_工程數學在數值分析的應用(十五)-- $\phi''(x)$ 之四個點的后向有限差分(Backward Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/qwsPOU_qJVA">https://youtu.be/qwsPOU_qJVA</a>	15分08秒
90	E16_工程數學在數值分析的應用(十六)-- $\phi'''(x)$ 之四個點的前向有限差分(Forward Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/s_Jv0bgmj7o">https://youtu.be/s_Jv0bgmj7o</a>	17分41秒
91	E17_工程數學在數值分析的應用(十七)-- $\phi'''(x)$ 之四個點的后向有限差分(Backward Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/hYSz85KKRs8">https://youtu.be/hYSz85KKRs8</a>	18分16秒
92	E18_工程數學在數值分析的應用(十八)-- $\phi''(x)$ 之三個點的前向有限差分(Forward Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/Kr6GdiwFgqs">https://youtu.be/Kr6GdiwFgqs</a>	7分12秒
93	E19_工程數學在數值分析的應用(十九)-- $\phi''(x)$ 之三個點的后向有限差分(Backward Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/L1molovjpec">https://youtu.be/L1molovjpec</a>	8分10秒
94	E20_工程數學在數值分析的應用(二十)-- $\phi''(x)$ 之五個點的中央有限差分(Central Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/7e01Uqcdoel">https://youtu.be/7e01Uqcdoel</a>	7分22秒
95	E21_工程數學在數值分析的應用(二十一)-- $\phi''(x)$ 之五個點的中央有限差分(Central Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/rrLfNsHhuGA">https://youtu.be/rrLfNsHhuGA</a>	8分17秒
96	E22_工程數學在數值分析的應用(二十二)-- $\phi''(x)$ 之五個點的中央有限差分(Central Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/rB3REGIT07Y">https://youtu.be/rB3REGIT07Y</a>	9分53秒
97	E23_工程數學在數值分析的應用(二十三)-- $\phi''(x)$ 之五個點的中央有限差分(Central Finite Difference)之推導	<a href="https://youtu.be/qZCidikePOc">https://youtu.be/qZCidikePOc</a>	9分54秒
98	E24_工程數學在數值分析的應用(二十四)-- 將 $[a,b]$ 積分範圍調整為 $[-1,1]$ 之線性變數變換解析	<a href="https://youtu.be/cJR-EREg14w">https://youtu.be/cJR-EREg14w</a>	9分14秒
99	E25_工程數學在數值分析的應用(二十五)-- 一個點的高斯數值積分(Gaussian Quadrature)之建立與解析	<a href="https://youtu.be/oiyDjFvKffo">https://youtu.be/oiyDjFvKffo</a>	7分50秒
100	E26_工程數學在數值分析的應用(二十六)-- 兩個點的高斯數值積分(Gaussian Quadrature)之建立與解析	<a href="https://youtu.be/zWqf5hI0rIQ">https://youtu.be/zWqf5hI0rIQ</a>	19分13秒
101	E27_工程數學在數值分析的應用(二十七)-- 三個點的高斯數值積分(Gaussian Quadrature)之建立與解析(3-1)	<a href="https://youtu.be/03oqNFmZRYw">https://youtu.be/03oqNFmZRYw</a>	8分28秒
102	E28_工程數學在數值分析的應用(二十八)-- 三個點的高斯數值積分(Gaussian Quadrature)之建立與解析(3-2)	<a href="https://youtu.be/6F8VI-Vouo4">https://youtu.be/6F8VI-Vouo4</a>	9分29秒
103	E29_工程數學在數值分析的應用(二十九)-- 三個點的高斯數值積分(Gaussian Quadrature)之建立與解析(3-3)	<a href="https://youtu.be/ERWOxe3Dqk">https://youtu.be/ERWOxe3Dqk</a>	10分47秒
104	E30_工程數學在數值分析的應用(三十)-- 高斯數值積分(Gaussian Quadrature)之優越性的範例展示	<a href="https://youtu.be/8QSQNhjX_Ks">https://youtu.be/8QSQNhjX_Ks</a>	7分11秒
105	E31_工程數學在數值分析的應用(三十一)-- 一階導函數 $\phi'(x)$ 之兩點的中央有限差分、前向有限差分、後向有限差分之殘餘誤差的比較	<a href="https://youtu.be/VqdwjEngv8A">https://youtu.be/VqdwjEngv8A</a>	5分26秒
106	E32_工程數學在數值分析的應用(三十二)-- 一階導函數 $\phi'(x)$ 之兩點、三點、四點的前向有限差分之殘餘誤差的比較	<a href="https://youtu.be/ZdgpuJOd9vc">https://youtu.be/ZdgpuJOd9vc</a>	6分04秒
107	E33_工程數學在數值分析的應用(三十三)-- 一階導函數 $\phi'(x)$ 之兩點、三點、四點的后向有限差分之殘餘誤差的比較	<a href="https://youtu.be/rT6Qh9ex1Ec">https://youtu.be/rT6Qh9ex1Ec</a>	5分39秒
108	E34_工程數學在數值分析的應用(三十三)-- 一階導函數 $\phi'(x)$ 之兩點、四點、六點的中央有限差分之殘餘誤差的比較	<a href="https://youtu.be/btwVdlbFJCY">https://youtu.be/btwVdlbFJCY</a>	5分10秒
109	E35_工程數學在數值分析的應用(三十五)-- 二階導函數 $\phi''(x)$ 之三點的中央有限差分、前向有限差分、後向有限差分之殘餘誤差的比較	<a href="https://youtu.be/VmaeO55_lgg">https://youtu.be/VmaeO55_lgg</a>	5分38秒
110	E36_工程數學在數值分析的應用(三十六)-- 三階導函數 $\phi'''(x)$ 之四點的中央有限差分、前向有限差分、後向有限差分之殘餘誤差的比較	<a href="https://youtu.be/BiW7qeXnH-Q">https://youtu.be/BiW7qeXnH-Q</a>	5分13秒

合計全部時數：28時4分15秒

單元平均時數：15分19秒

# 附件 5

呂志宗，2020/08/24，「發表證明」，參與  
108 年度教育部教學實踐研究計畫-工  
程學門、數理學門暨社會(含法政)學門  
成果交流會。

# 發表證明

教實字第 1080406019 號

中華大學土木工程學系 呂志宗教授 於民國 109 年 8 月 24 日至 8 月 25 日參與「108 年度教育部教學實踐研究計畫-工程學門、數理學門暨社會(含法政)學門成果交流會」出席發表，特頒此狀，謹申謝忱。



主辦機關：教育部

執行單位：財團法人國家實驗研究院

教育部教學實踐研究計畫專案辦公室

中華民國一〇九年八月二十四日