

1. 甲、乙兩人投籃，其投中的機率分別為 0.6 及 0.7，今各投籃三次，求(1)兩人投中次數相等之機率.(2)甲比乙投中次數多的機率. (10%)
2. 設隨機變數 X 與 Y 相互獨立，且均服從標準常態分配，若 $W = \sqrt{X^2 + Y^2}$ ，求 W 的機率密度函數. (10%)
3. 若隨機變數 X 和 Y 的累積分配函數如下所示，求 $P(-4 < X \leq 3, 1 < Y \leq 5)$ 及 $P(X + 2Y > 4)$ 之值. (15%)

$$F_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 1 - e^{-x} - e^{-y} + e^{-x-y}, & x \geq 0, y \geq 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

4. 若隨機變數 X 的機率質量函數為 $f(x) = \frac{\theta^x}{x! (e^\theta - 1)}, x = 1, 2, 3 \dots$ ，求 X 的期望值及變異數. (15%)
5. Let X and Y be independent Uniform(0,1) random variables. Find the pdf of $Z = X + Y$. (10%)
6. 90%患某病的病患能被某藥治癒。(a)試求 5 個患某病的病患中，至少有 2 人能被某藥治癒的機率 (b)試求 10 個患某病的病患中，至多有 3 人能被某藥治癒的機率(用 Poisson 分配求近似值) (c)試求 50 個患某病的病患中，至少有 45 人能被某藥治癒的機率(用常態分配求近似值) (10%)
7. (18%)

Let the joint pmf of X and Y is defined by

$$p(x,y) = \begin{cases} c|x+y| & x = -2, 0, 2, y = -1, 0, 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (a) Find the value c .
 - (b) $P(X > Y)$
 - (c) Let $W = X + 2Y$, find the pmf of W , $p_w(w)$
 - (d) Find $E(W)$ and $Var(W)$.
 - (e) Find $P(W > 0)$
 - (f) Find $Var(X)$ and $Var(Y)$
8. (12%)
A system consisting of one original unit plus a spare can function for a random amount of time X . If the density of X is given (in units of months) by

$$f(x) = \begin{cases} cxe^{-\frac{x}{2}} & 0 < x < \infty \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- (a) What is the value c ?
- (b) What is the probability that the system functions for at least 5 months?
- (c) Find $E(X)$
- (d) Find $M(t) = E(e^{tX}), t < \frac{1}{2}$

