1. 已知連續型隨機變數 (X_1, X_2) 的聯合機率密度函數為

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} e^{-(x_1+x_2)}, & x_1 > 0, x_2 > 0 \\ 0 & ,\text{其它} \end{cases}$$

令 $Y_1 = 3X_1 + 2X_2$，$Y_2 = X_2$，試問

(1). 隨機變數 (Y_1, Y_2) 的聯合機率密度函數 $g(y_1, y_2)$ 為何？(5 分)

(2). Y_1的機率密度函數 $h(y_1)$為何？(5 分)

(3). Y_2的機率密度函數 $h(y_2)$為何？(5 分)

2. 試證明連續型隨機變數情形下的柴比雪夫不等式(Chebyshev's Inequality)。(15 分)

3. 某餐廳顧客到達的人數呈卜瓦松過程，已知平均每分鐘有 2 位客人到達，請問櫃檯等候四分鐘仍無人到達的機率為何？(請分別利用卜瓦松分配及指數分配計算答案) (10 分)

4. 自某脫水製程隨機抽出 15 組樣本，測量其脫水前後的重量如下(單位：kg)：

脫水前	70	70	82	76	66	76	62	68	72	54	60	92	58	65	74
脫水後	68	62	72	70	48	66	58	42	54	62	57	60	62	65	64

假設產品脫水前後的重量差異呈常態分配，試求該製程脫水效果的 95%信賴區間。(15 分)

5. 假設 $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, 其中$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$，試以最小平方法推導 α、β 之估計量。(15 分)

6. 重複投擲三個硬幣 100 次，得其出現正面個數為 0、1、2 與 3 之次數分別為 15、38、35 與 12，試以 α=0.05 檢定投擲該三硬幣出現正面之個數為 p=0.5 之二項分配。(15 分)

7. 某公司自生產線上隨機抽出 15 個產品，稱其重量分別為 51.2、47.5、50.8、51.5、49.5、51.5、51.3、50.7、46.7、49.2、52.1、48.3、51.6、49.2 與 51.5 公克，假設母體呈常態分配，試求該產品重量變異數的 90%信賴區間。(15 分)