

1. 試求 $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - x^2}{2xy}$ 之通解(General Solution)。 (15%)

2. 已知放射性碳 ${}^6\text{C}^{14}$ 之半衰期為 5,730 年，若某化石中之 ${}^6\text{C}^{14}$ 的含量為初始量的 12.5%，試問該化石之年齡已有多久？(15%)

3. 試解出聯立常微分方程式 $\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_2 + 6e^{2t} \\ \frac{dy_2}{dt} = y_1 - 3e^{2t} \end{cases}$ 的通解。(20%)

4. $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 3 & -1 \end{bmatrix}$, $\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{Bmatrix} 4 \\ 1 \\ -3 \\ 4 \end{Bmatrix}$, 請 (a) 利用高斯消去法(Gaussian

Elimination) 求出 $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ 的解 (b) 求出矩陣 \mathbf{A} 的行列式值 (25%)

5. 函數 $f(t) = e^t$, 請求出 $f(t)$ 的拉普拉斯 (Laplace Transform) 轉換 (15%)

6. 請求出 $z^3 = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\mathbf{i}}{\sqrt{2}}$ 的解 (10%)

* $\mathbf{i} = \sqrt{-1}$