

1.  $f(x, y, z) = 3x^2 - 2y^3 + z^5$  , 請求出  $f(x, y, z)$  在點  $(1, 0, 1)$  沿向量  $\mathbf{a} = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$  方向上的方向導數 (directional derivative) (10%)
2. 假設  $\mathbf{F} = -2x^2y\mathbf{i} + 2xy^2\mathbf{j}$  , 請求出  $\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$  , 其中  $d\mathbf{r} = dx\mathbf{i} + dy\mathbf{j}$  ,  $C$  為  $x^2 + y^2 \leq 1$  ,  $x \geq 0$  ,  $y \geq 0$  的邊界 (15%)
3.  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 12 & 8 & 4 \\ 1 & 7 & 18 & 9 \\ 2 & 9 & 20 & 20 \\ 3 & 11 & 15 & 14 \end{bmatrix}$  ,  $\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix}$  ,  $\mathbf{b} = \begin{Bmatrix} -4 \\ -5 \\ -25 \\ -18 \end{Bmatrix}$  , 請
- 利用高斯消去法 (Gaussian elimination) 求出  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$  的解 (15%)
  - 求出  $\mathbf{A}$  的行列式值 (10%)
4. 試求出下列線性微分方程式 (Ordinary Differential Equation) 的完全解。 (25%)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 5x \frac{dy}{dx} + 6y = e^{4x}$$

5. 假設  $c$  為一常數 , 已知方程式  $f(x)$  定義為  $f(x) = c$  , 假設  $f(x)$  為奇函數 , 運用 Fourier 級數計算當  $0 < x < \pi$  時  $f(x) = c$  之展開式。 (25%)