

1. 假設矩陣 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & -1 \\ -5 & 9 & -3 \\ -4 & 4 & 1 \end{bmatrix}$, 請

- a、 求出矩陣 \mathbf{A} 的特徵值 (eigenvalues) (15%)
b、 求出一矩陣 Λ , 使 $\Lambda^{-1}\mathbf{A}\Lambda$ 為一對角矩陣 (diagonal matrix) (10%)
* Λ^{-1} 代表 Λ 的反矩陣 (inverse matrix)

2. 函數 $f(t) = \begin{cases} t & 0 \leq t < \pi \\ 2\pi - t & \pi \leq t < 2\pi \end{cases}$, $f(t) = f(t + 2\pi)$, 假設 $f(t)$ 的傅立葉級數為

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{int} \text{ 請}$$

- a、 寫出 $f(t)$ 及其傅立葉級數的巴斯瓦關係式 (Parseval's relationship) (10%)
b、 求出 $a_n = ?$ (15%)

3. 試解析 $\frac{d^2 y}{dx^2} + 9y = 0$, $y(0) = 0$, $\frac{dy(0)}{dx} = 3$ 。 (15%)

4. 試解析以下所示一維波傳問題之解：

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} , u(0,t) = 0 , u(L,t) = 0 , u(x,0) = f(x) , \frac{\partial u(x,0)}{\partial t} = g(x) ,$$

其中 $u =$ 質點位移量 ; $c =$ 波速 ; $L =$ 繩長 ; $t =$ 時間變數 ; $x =$ 空間變數。 (25%)

5. 試化簡 $\ln(-1)$ 為實部(real part)與虛部(imaginary part)之和。 (10%)