

一、給定下列聯立微分方程式：

$$\frac{d^2 x}{dt^2} - x - 2y = t$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - 3x - 2y = 1$$

試解出 $x(t)$ 與 $y(t)$ 。(20 分)

二、函數 $u(x,y)$ 由下列方程式所定義：

$$u = \sin x + \sin y - \sin(x + y)$$

$$x \geq 0 \quad ; \quad y \geq 0 \quad ; \quad x + y \leq 2\pi$$

則此函數之極大值發生在何處？又其極大值為何？(15 分)

三、試用拉普拉斯轉換法(Laplace Transform method)解下列微分方程式：
(15 分)

$$y'' + 2y' - 3y = 10 \sinh 2t$$

$$y(0) = 0 \quad ; \quad y'(0) = 4$$

四、(a) 試繪出函數 $f(x) = \begin{cases} 1, & -\pi < x < 0 \\ -1, & 0 < x < \pi \end{cases}$ 、 $f(x+2\pi) = f(x)$ 的圖形。(5 分)

(b) 試求 $f(x)$ 在連續點之 Fourier 級數。(15 分)

(c) 試說明 $f(x)$ 在斷點之 Fourier 級數，並據以計算 $f(0)$ 之值。(6 分)

五、設積分路徑 C 為圓周 $|z| = 4$ ，積分方向為逆鐘向， $f(z) = \frac{z}{z^2 - 1}$ ，試求

$\oint_C f(z) dz$ 之積分值。(24 分)