

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

流體飽合多孔介質內之熱-生物對流研究(第3年) 研究成果報告(完整版)

計畫類別：個別型
計畫編號：NSC 96-2221-E-216-026-MY3
執行期間：98年08月01日至99年07月31日
執行單位：中華大學機械工程學系

計畫主持人：許隆結

計畫參與人員：碩士班研究生-兼任助理人員：李安城
碩士班研究生-兼任助理人員：黃俊嘉

處理方式：本計畫可公開查詢

中華民國 99 年 10 月 29 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫 成果報告
 期中進度報告

流體飽合多孔性介質內之熱-生物對流研究

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 96-2221-E-216-026-MY3

執行期間：96年8月1日至99年7月31日

執行機構及系所：中華大學機械系

計畫主持人：許隆結

共同主持人：

計畫參與人員：李安城、黃俊嘉、王志豪、尤信凱、趙亦琦、黃宏業

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告 完整報告

本計畫除繳交成果報告外，另須繳交以下出國心得報告：

- 赴國外出差或研習心得報告
- 赴大陸地區出差或研習心得報告
- 出席國際學術會議心得報告
- 國際合作研究計畫國外研究報告

處理方式：除列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

中華民國 99 年 10 月 28 日

中文摘要

本計畫將分成三年執行，分別針對趨地性、嗜氧性與趨光性微生物飽合多孔性介質內進行熱-生物對流研究，將採用局部熱不平衡的模式來考慮多孔性介質內的固體與流體溫度分布。對於游動微生物可分成趨地性、嗜氧性與趨光性三種，對趨地性游動微生物，其游動速度與重力場有關，統計量而言此游動速度通常可假設成一常數，而影響熱-生物對流只需考慮微生物的濃度分布；對於嗜氧性微生物，微生物的游動速度與氧濃度的分布梯度有關，因此除了考慮微生物的濃度分布外，還須加入氧濃度的分布以及氧濃度因嗜氧性微生物消耗量的影響；而對趨光性微生物而言，游動速度與光源強度有關，因此微生物濃度分布除了與流場有關外，還與流場內光源強度的分布有關，必須將光源的強度被微生物吸收的輻射效應加以考慮。

Abstract

This project investigates the thermo-bioconvection of motile microorganisms in fluid-saturated porous media within a period of three years. The local non-equilibrium model is applied by using two equations to separately describe the temperature distributions of solid and liquid phases in the porous media. The Darcy law is used to simulate the momentum equation of the fluids. The motile velocity is assumed to be constant, proportional to the gradient of oxygen concentrations and a function of light intensity for the gravitaxis, oxytaxis and phototaxis microorganisms, respectively. The consumption rate of oxygen by oxytaxis microorganisms are taken into account for the concentrations of oxygen. The light intensity received by phototaxis microorganisms is given by the Lambert-Beer law. The stability and 2D convection of the thermo-bioconvective flow are discussed in terms of dimensionless parameters such as thermal Darcy-Rayleigh number, bioconvection Rayleigh number, Lewis number, Thermal Rayleigh number, Plect number and the interface heat transfer coefficient.

目 錄

中文摘要	i
英文摘要	ii
目 錄	iii
第一章 緒論	1
第二章 趨地性微生物在牛頓流體飽合多孔性介質內熱-生物對流穩定性分析	5
第三章 嗜氧性微生物在牛頓流體飽合多孔性介質內熱-生物對流穩定性分析	10
第四章 趨地性微生物在牛頓流體飽合多孔性介質內熱-生物對流流場分析	16
第五章 流體飽合多孔性介質內嗜氧性微生物之熱-生物對流流場分析	21
第六章 流體飽合多孔性介質內趨光性微生物之熱-生物對流流場分析	26
第七章 結果與討論	32
第八章 結論	101
參考文獻	105
計畫成果自評	110

第一章 緒論

研究目的

近年來，有關懸浮液中游動微生物(motile micro-organisms)造成生物對流(bioconvection)之研究引起學者廣範的興趣。某些細菌及微生物具有自我推進(self-propelled)的能力，通常這些微生物統計量而言會向某個特定方向游動，造成他們往特定方向游動的趨動力依不同的菌種可分成：1. 趨光性(phototaxis)，某些細菌有對光線反應的運動，一般是指朝向光源的地方運動，但是，後來又以正趨光性來表示朝向光源方向的運動，以負趨光性來表示遠離光源方向的運動。例如許多單細胞藻類具有敏感的眼點，使細胞藻具有趨光性；2. 趨地性(gravitaxis)，往地心引力方向或反地心引力方向游動之能力，某些菌類因為比身結構造成會反地心引力的方向運動；3. 嗜氧性(oxytaxis)，細菌在獲取能量時會消耗氧氣的微生物稱為嗜氧性，此類細菌會往氧濃度高的方向游動；4. 化學驅向性(chemotaxis)，細菌會受一些營養物質如糖類和胺基酸的吸引，及遠離有害物質和細菌代謝廢棄物，這種趨向化學引誘劑和遠離驅除劑的運動即稱為化學趨向性。當實驗培養皿中含有游動的微生物懸浮液，微生物因上述四種動力而聚集在培養皿上層時，若微生物較培養液稍重，向上游動聚集的結果產生懸浮液不穩定的密度分布，而導致對流的發生，此過程類似熱對流，故名之為生物對流。實驗人員在不同的微生物體培養皿中常觀察到因生物對流造成的一些複雜的對流圖案(convection patterns such as hexagons, rolls, eddy, jets, etc.)。生物對流會造成培養皿內的不穩定性進而影響實驗的進行，但也可能影響微生物的分布並可再活化(reactivate) 位於底部因缺氧而處於休眠狀態(inactive)的微生物，因此瞭解其相關力學機制對基礎生物技術將有重要的應用與貢獻。

文獻探討

有關不同游動生物造成生物對流的理論模型建立可參考文獻[2-4]，針對生物對流的問題Pedley 及Kessler[1]還有Hill與Pedley[5]並著有專文進行文獻回顧。目前研究生物對流一般視懸浮液為連續體模型(continuum models of the suspension)，微生物則以

濃度變數形式出現，配合傳統的流體力學模型來描述整體懸浮液之不穩定流動特性。Childress 等人[6]基於Navier-Stokes方程式配合Boussinesq近似考慮推導出連續體模型，探討趨地性的微細胞生物引發之生物對流問題。Fujita與Watanabe[7]以Childress的模型方程式計算生物對流問題，並發現隨著生物對流雷里數(Rayleigh number of bioconvection)增加，流場經由一連串的分歧(bifurcation)進入渾沌行為。Harashima 等人[8]分析矩形空穴內趨地性生物對流所形成之流場圖形。Ghorai與Hill[9-12]在一系列的文章中利用stream-vorticity方法來解流場分布，探討趨地性生物造成之二維噴流(plume)的穩定性與發展，並比較不同起始條件與高寬比之影響。

除了游動生物的本身濃度分布造成之對流效應外，近年來研究學者也開始將流體的溫度分布與游動生物濃度分布耦合造成之對流現象進行探討，此一現象通常稱為熱-生物對流(thermo-bioconvection)，常在熱流體內有嗜熱性(thermophilic)微生物存在時發生[13]。對這類問題，Kuznetsov [13-15]進行一系列的分析，包括趨地性與嗜氧性微生物造成之熱-生物對流現象(thermo-bioconvection)。研究中發現溫度場不均匀分布下的微生物懸浮液比等溫懸浮液更不穩定。Nield與Kuznetsov [16]研究培養皿由底部冷卻之情況之熱-生物對流穩定性，並發現由底部冷卻會穩定懸浮液但在某些情況下會有振盪對流(oscillatory convection)產生。Alloui等人[17]也考慮熱-生物對流的穩定問題，結果顯示熱溫度分布的效應可以使懸浮液穩定或不穩定，同時也會影響生物對流之流場型態。Alloui等人[18]更利用數值方法解熱-生物對流之流場分布，並發現當熱雷里數增加時，流場會由次臨界分歧(subcritical bifurcation)過渡到超臨界分歧(supercritical bifurcation)。

文獻中也發現在單細胞水藻(single-celled algae)懸浮液產生之生物對流中，流場的型態會受到照明的影響[19-21]。強光的照射會破壞懸浮液穩定的對流型態並防止均勻攪拌的培養皿中懸浮液產生對流型態。光線照射對生物對流的對流型態造成影響，其原因在於微生物本身具有趨光性游動能力，造成微生物濃度的不均勻，而由於這些微生物也會吸收或散射光源，因此造成光強度分布的不均勻，更進一步影響微生物的游動，這個效應稱為遮蔽(shading)[22]。有關趨光性微生物造成之生物對流現象的理

論分析，文獻上較少見。Vincent 與Hill[22]針對趨光性微生物造成之生物對流穩定性進行研究，結果顯示振盪對流存在此系統。Ghorai與Hill[23]更進一步以數值方法分析此問題之流場分布，當雷里數增加時，計算結果顯示流場由穩態進入周期振盪，再由週期振盪回到穩態，然後再經歷週期振盪。

除了上述針對各種不同單純微生物懸浮液造成之生物對流做分析外，在流體飽合多孔性介質中之生物對流現象亦吸引研究學者的注意。多孔性介質中的生物對流現象其實在自然界中常發生，例如地底下砂層中含微生物的飽合水層。同時此一問題也有實際應用的研究價值，例如微生物強化油回收系統[24,25]中會注入微生物與營養品，以調整多孔性介質的滲透率。Kessler[26]建議使用具有足夠讓微生物游動的滲透性，但同時具有減輕流體對流效應的多孔性介質來抑制生物對流的發生，以穩定培養皿的懸浮液。另外，在醫學上生物組織內的因浮力引發之質傳與對流對於核磁共振造影的影響與應用也漸漸受到重視[27,28]。有關流體飽合多孔性介質中之生物對流的理論研究，Kuznetsov與Jiang [29]推導在液體飽合多孔介質中連續體模型的生物對流方程式，他們利用達西模型(Darcy model)描述多孔介質中之流動行為，結果發現多孔性介質有一個臨界滲透率，當滲透率低於臨界滲透率時，不會有生物對流發生而造成微生物聚集在上表層。之後Kuznetsov的研究團隊更針對多孔性介質內包括趨地性微生物、嗜氧性微生物所造成之生物對流以及熱-生物對流進行一系列的探討[30-37]。這些研究中利用穩定性分析得到多孔性介質內各種生物對流的穩定條件，並分析微生物游動速度、培養液黏滯性等參數對臨界滲透率的影響。Nguyen-Quang等人[38]探討多孔性材質內趨地性生物對流的穩定性，將微生物游動速度的影響做更詳細的探討，結果發現當游動速度很小時，流場為平行流(parallel flow)，而當游動速度增加時，則對應的較窄的流場圖型(flow pattern)。

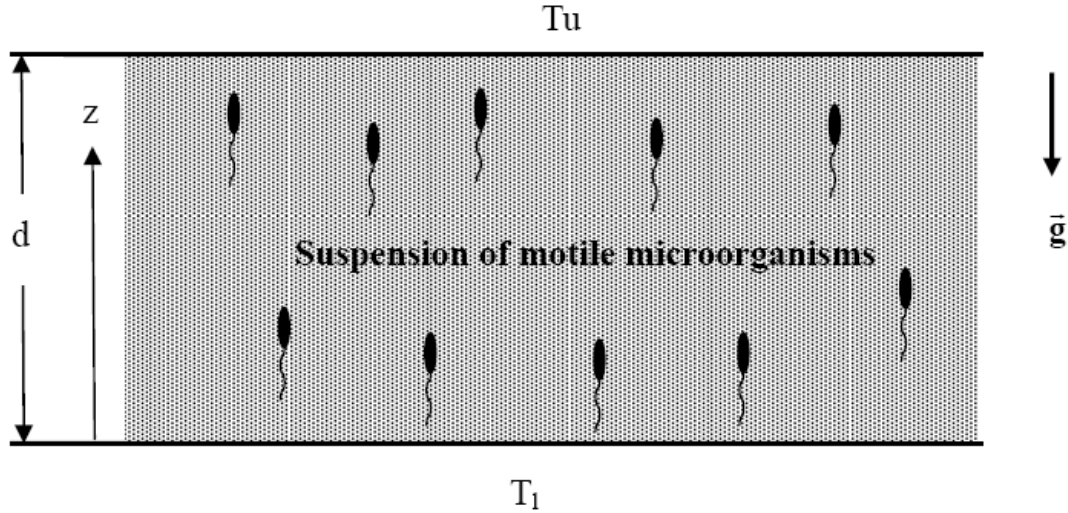
由上面的文獻回顧可知道多孔性介質內的生物對流與熱-生物對流不僅有廣泛的應用性[24-28]，具有研究的價值。上面文獻中，皆考慮多孔性材質內流體與固體達到熱平衡而以一個方程式來表示流體與固體的平均溫度。然而，在很多實際應用上，多孔性介質內固體和流體並不處於熱平衡，此時必需將固體和流體的溫度分開處理。

Nield和Bejan[39]及Pop與Ingham[40]利用兩個方程式來分別模擬多孔性材質內液體與固體的溫度分布，透過一對流項來模擬液體與固體間的熱傳遞，此模型一般稱為局部熱不平衡模型(Local thermal non-equilibrium model)。Rees等人[41-43]在一系列的報告中研究液體與固體局部熱不平衡對於多孔性材質內熱對流的影響。Banu與Rees[44]提出局部熱不平衡對於流體臨界雷里數的影響。

本計畫將分成三年執行，分別針對趨地性、嗜氧性與趨光性微生物飽合多孔性介質內進行熱-生物對流研究，將採用局部熱不平衡的模式來考慮多孔性介質內的固體與流體溫度分布。對於游動微生物可分成趨地性、嗜氧性與趨光性三種，對趨地性游動微生物，其游動速度與重力場有關，統計量而言此游動速度通常可假設成一常數，而影響熱-生物對流只需考慮微生物的濃度分布；對於嗜氧性微生物，微生物的游動速度與氧濃度的分布梯度有關，因此除了考慮微生物的濃度分布外，還須加入氧濃度的分布以及氧濃度因嗜氧性微生物消耗量的影響；而對趨光性微生物而言，游動速度與光源強度有關，因此微生物濃度分布除了與流場有關外，還與流場內光源強度的分布有關，必須將光源的強度被微生物吸收的輻射效應加以考慮。

第二章 趨地性微生物在牛頓流體飽合多孔性介質內熱-生物對 流穩定性分析

2.1 物理模型



【圖一】多孔性材質物理模型

考慮如圖一所示之流體飽合多孔性介質層的厚度為 d ，飽合層下端邊界保持在 T_l 而上端溫度保持在 T_u ($T_l > T_u$)，在飽和層內有反趨地性的游動微生物而有聚集在飽合層的上端傾向，同時微生物的密度高於多孔性介質內的流體密度，因此會發生生物對流。

2.2 數學方程式推導

此問題動量方程式可表示成：

$$\left(\frac{\rho_0}{\varepsilon} \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial t} + \tilde{\nabla} \tilde{P} - (\rho_f - \rho_0) \right) + \frac{\mu}{K} \tilde{\mathbf{u}} = 0 \quad (1)$$

$$\rho_f = \rho_0 - \rho_0 \beta (\tilde{T}_f - \tilde{T}_u) + \Delta \rho \theta \tilde{n} \quad (2)$$

其中 $\tilde{\mathbf{u}}$ 為速度分佈、 \tilde{P} 為壓力、 ε 為孔隙度 (porosity)； μ 、 K 、 ρ 為流體的黏滯性 (viscosity)、滲透率 (permeability) 及密度 (density)； β 為流體膨脹係數； $\Delta \rho = \rho_{cell} - \rho_f$ 為

浮動微生物與流體的密度差； θ 與 \tilde{n} 為浮動微生物的平均體積與濃度。

而流體連續方程式為

$$\tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{u}} = 0 \quad (3)$$

假設不考慮微生物的生存與死亡，則微生物濃度滿足

$$\varepsilon \frac{\partial \tilde{n}}{\partial t} = -\tilde{\nabla} \cdot \tilde{\xi} \quad (4)$$

其中

$$\tilde{\xi} = \tilde{n}\tilde{\mathbf{u}} + \tilde{n}\tilde{V} - \tilde{D}_n \tilde{\nabla} \tilde{n} \quad (5)$$

為微生物的流動通量。方程式(5)等號的右邊三項分別代表流體對流、微生物游動與微生物擴散之流動通量。其中 \tilde{D}_n 為擴散係數，此處擴散係數已將多孔性介質的孔隙度效應加入考慮，方程式(5)中的 \tilde{V} 為微生物的游動速度，對於反趨地性微生物可表示成常數。多孔性材質固體與流體並非處在熱平衡狀態(thermal equilibrium)因此以兩個方程式模型(two temperature model)[20,21]來描述液體與固體的溫度分布分別如下：

$$\varepsilon(\rho c)_f \frac{\partial \tilde{T}_f}{\partial t} + (\rho c)_f \tilde{\mathbf{u}} \cdot \tilde{\nabla} \tilde{T}_f = \varepsilon k_f \tilde{\nabla}^2 + \bar{h}(\tilde{T}_s - \tilde{T}_f) \quad (6)$$

$$(1-\varepsilon)(\rho c)_s \frac{\partial \tilde{T}_s}{\partial t} = (1-\varepsilon)k_s \tilde{\nabla}^2 - \bar{h}(\tilde{T}_s - \tilde{T}_f) \quad (7)$$

其中 \tilde{T} 為溫度、 c 為比熱(specific heat)、 k 為熱傳導係數、 \bar{h} 為固體與液體的熱傳導係數(interphase heat transfer coefficient)、下標s及f為固體與液體物理性質。對於趨地性微生物，上述方程式即已足夠描述引發之熱-生物對流問題。方程式(1)-(7)配合下面邊界條件：

$$\text{At } \tilde{z} = 0 : \tilde{w} = 0, \tilde{T}_f = \tilde{T}_s = \tilde{T}_l, \tilde{\xi} \cdot \tilde{k} = 0 \quad (8)$$

$$\text{At } \tilde{z} = d : \tilde{w} = 0, \tilde{T}_f = \tilde{T}_s = \tilde{T}_u, \tilde{\xi} \cdot \tilde{k} = 0 \quad (9)$$

將方程式(1) - (9)以下面參數來無因次化：

$$(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = d(x, y, z), (\tilde{u}, \tilde{v}) = \frac{\varepsilon k_f}{(\rho c)_f d} (u, v), \tilde{P} = \frac{k_f \mu}{(\rho c)_f K} P \quad (10)$$

$$\tilde{T}_f = (\tilde{T}_l - \tilde{T}_u)T_f + \tilde{T}_u, \quad \tilde{T}_s = (\tilde{T}_l - \tilde{T}_u)T_s + \tilde{T}_u, \quad \tilde{t} = \frac{(\rho c)_f}{k_f} d^2 t \quad (11)$$

並得到無因次化方程式為

$$\frac{1}{Pr_D} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} \nabla P - Ra_D T_f + Rb_D n + u = 0 \quad (12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\nabla \xi \quad (14)$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T_f = \nabla^2 T_f + \mathbf{H}(T_s - T_f) \quad (15)$$

$$\alpha \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla^2 T_s - \eta \mathbf{H}(T_s - T_f) \quad (16)$$

無因次邊界條件可改寫成

$$z=0 : w=0, \quad T_f = T_s = 0, \quad \xi \cdot \mathbf{k} = 0 \quad (17)$$

$$z=1 : w=0, \quad T_f = T_s = 1, \quad \xi \cdot \mathbf{k} = 0 \quad (18)$$

方程式(13)以及邊界條件中的 ξ 視為微物流動通量，對趨地性微生物可表示成

$$\xi = un + Pe_\varepsilon n - Le_\varepsilon \nabla n \quad (19)$$

上面無因次方程式中， $Pr_D = \frac{Da}{\varepsilon Pr}$ 為達西普蘭特數(Darcy-Prandtl number)； $Da = \frac{K}{d^2}$ 為達

西數(Darcy number)； $Ra_D = \frac{\rho_0 g \beta \Delta T K d}{\varepsilon \mu \alpha_f}$ 為熱雷里數(thermal Rayleigh number)；

$Rb_D = \frac{g \theta \Delta \rho n_0 K d}{\varepsilon \mu \alpha_f}$ 為生物對流雷里數(bioconvection Rayleigh number)； $Pr = \frac{\mu}{\rho_0 \alpha_f}$ 為普

蘭特數(Prandtl number)； $Le_\varepsilon = \frac{Le}{\varepsilon} = \frac{D_n}{\varepsilon \alpha_f}$ 為路易斯數(Lewis number)； $\alpha = \alpha_f / \alpha_s$ 為流體

與固體熱擴散係數比(diffusivity ratio)； $Pe_\varepsilon = \frac{Vd}{\varepsilon \alpha_f}$ 為培萊克特數(Pelect number)；

$\eta = \frac{\varepsilon k_f}{(1-\varepsilon)k_s}$ 為孔隙度修正熱傳導係數比(porosity-modified conductivity ratio)； $\mathbf{H} = \frac{\bar{h}d^2}{\varepsilon k_f}$

為無因次兩相熱傳係數(non-dimensional inter-phase heat transfer coefficient)。方程式

(1)-(18)統合牛頓流體飽合多孔性介質內趨地性微生物的熱-生物對流問題，以下將針

對流體的穩定性做分析，說明穩定性分析步驟。

2.3 穩定性分析

穩定性分析將先求出問題之基態解(basic state solution)，亦即流體速度為零時，系統固體溫度、液體溫度、微生物濃度以及氧濃度隨 z 變化的解。再針對基態解給予一微小的擾動量(perturbation)，並探討擾動量的成長，以判定流體的線性穩定性(linear stability)。對於趨地性微生物此問題的基態解可表示成：

$$u = v = w = 0, \quad T_{fb} = T_{sb} = 1 - z, \quad n_b = \frac{Pe_\varepsilon \exp(Pe_\varepsilon z)}{\exp(Pe_\varepsilon) - 1} \quad (20)$$

微擾項(Perturbed state)

為求系統的穩定性，研究中將給基態解一極微小擾動量如下形式：

$$(u, v, w) = (0, 0, 0) + (u', v', w'), \quad T_f = T_{fb} + T_f' \quad (21)$$

$$T_s = T_{sb} + T_s', \quad n = n_b + n' \quad (22)$$

將方程式(21)、(22)代入(12)-(16)中，並將之線性化，然後消去 u' 與 v' 則可得到以下的微擾項方程式：

$$\left(\frac{1}{Pr_D} \frac{\partial}{\partial t} + 1\right) \nabla w' + (Rb_D \nabla_1^2 n' - Ra_D \nabla_1^2 T_f') = 0 \quad (23)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nabla^2\right) T_f' = w' + \mathbf{H}(T_s' - T_f') \quad (24)$$

$$\left(\alpha \frac{\partial}{\partial t} - \nabla^2\right) T_s' = \eta \mathbf{H}(T_f' - T_s') \quad (25)$$

對於趨地性微生物，其濃度分布擾動量方程式為

$$\frac{\partial n'}{\partial t} + w' \frac{\partial n'}{\partial z} + Pe_\varepsilon \frac{\partial n'}{\partial z} = Le_\varepsilon \nabla^2 n' \quad (26)$$

本文將尋求常規模態解(normal mode solutions)，則方程式(23)-(26)的解可寫成

$$\begin{pmatrix} w' \\ n' \\ T_f' \\ T_s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W(z) \\ N(z) \\ \Theta(z) \\ \Phi(z) \end{pmatrix} \exp\{i(lx + my) + \sigma t\} \quad (27)$$

其中 l 與 m 為 x 與 y 方向的波數(wave number)、 σ 為擾動成長率。

將方程式(27)代入(23)-(26)中加以整理可得到

$$\left(\frac{\sigma}{Pr_p} + 1\right)(D^2 - a^2)W + Ra_D a^2 \Theta - Rb_D a^2 N = 0 \quad (28)$$

$$(D^2 - a^2 - \sigma)\Theta + W + \mathbf{H}(\Phi - \Theta) = 0 \quad (29)$$

$$(D^2 - a^2 - \alpha\sigma)\Phi + \eta\mathbf{H}(\Theta - \Phi) = 0 \quad (30)$$

對於趨地性微生物，其濃度擾動量常規模態 $N(z)$ 滿足

$$\left[\mathbf{Le}_\varepsilon(D^2 - a^2) - \mathbf{Pe}_\varepsilon D - \sigma\right]N - \frac{dn_b}{dz}W = 0 \quad (31)$$

其中 $D = \frac{d}{dz}$ ， $a^2 = l^2 + m^2$

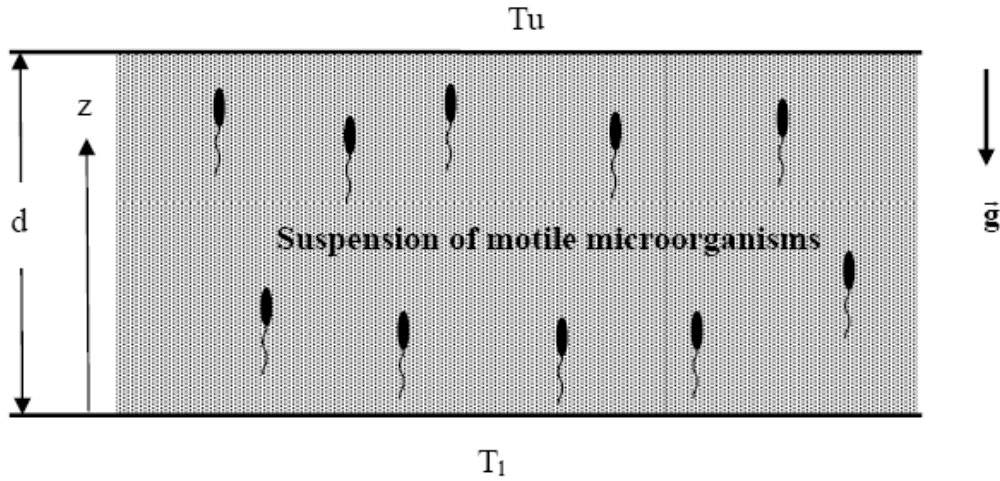
對於趨地性微生物，方程式(28)-(31)的邊界條件可寫成：

$$\text{At } z=0 : W=0, \Theta=0, \Phi=0, \mathbf{Pe}_\varepsilon N = \frac{dN}{dz} \quad (32)$$

$$\text{At } z=1 : W=0, \Theta=0, \Phi=0, \mathbf{Pe}_\varepsilon N = \frac{dN}{dz} \quad (33)$$

第三章 嗜氧性微生物在牛頓流體飽合多孔性介質內熱-生物對流穩定性分析

3.1 物理模型



【圖二】多孔性材質物理模型

考慮一牛頓流體飽合多孔性材質層之對流問題，如【圖二】所示，材料兩側為絕熱，厚度為 d ，飽合層下端邊界保持在 T_l ，而上端溫度保持在 T_u ($T_l > T_u$)，在飽和層內有嗜氧性的游動微生物而有聚集在飽合層的上端傾向，同時微生物的密度高於多孔性介質內的流體密度，因此會發生生物對流。

3.2 統御方程式推導

對於此模型流體的動量方程式，考慮以修正的達西(Modified Darcy)模型來描述，並假設流體為牛頓流體且流場滿足 Boussinesq 假設，則我們將動量方程式[28]表示成：

$$\left(\frac{\rho_0}{\epsilon} \frac{\partial \tilde{\mathbf{u}}}{\partial t} + \tilde{\nabla} \tilde{P} - (\rho_f - \rho_0) \mathbf{g} \right) + \frac{\mu}{K} \tilde{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (34)$$

$$\rho_f = \rho_0 - \rho_0 \alpha (\tilde{T}_f - \tilde{T}_u) + \Delta \rho \theta \tilde{n} \quad (35)$$

其中 $\tilde{\mathbf{u}}$ 為速度分佈、 \tilde{P} 為壓力。 ϵ 為孔隙度(Porosity)； μ 、 K 、 ρ 為流體的黏滯性

(Viscosity)、滲透率(Permeability)及密度(Density)； ϑ 為流體的體膨脹係數；

$\Delta\rho = \rho_{cell} - \rho_f$ 為游動微生物與流體的密度差； θ 與 \tilde{n} 為游動微生物的平均體積與濃度。

不可壓縮流體的連續方程式為：

$$\tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{u}} = 0 \quad (36)$$

假設不考慮微生物的生成與死亡，則微生物濃度滿足

$$\varepsilon \frac{\partial \tilde{n}}{\partial t} = -\tilde{\nabla} \cdot \tilde{\zeta} \quad (37)$$

其中

$$\tilde{\zeta} = \tilde{n}\tilde{\mathbf{u}} + \tilde{n}\tilde{V} - D_n\tilde{\nabla}\tilde{n} \quad (38)$$

$\tilde{\zeta}$ 為微生物的流動通量。方程式(38)等號的右邊三項分別代表流體對流、微生物游動速度與微生物濃度擴散造成之流動通量。其中 D_n 為擴散係數，此處的擴散係數已經將多孔性介質的孔隙度效應加入考慮。方程式(38)中的 \tilde{V} 為微生物的游動速度，對嗜氧性微生物而言，微生物的游動速度通常與懸浮液內的氧濃度梯度成正比，根據Metcalf與Pedley的實驗結果[34]可表示成：

$$\tilde{V} = bW_c\hat{H}(C)\nabla C \quad (39)$$

其中 b 為一化學趨向常數，其因次是長度， W_c 為細胞最大游動速度， bW_c 的乘積假設為一常數。 C 為無因次氧濃度可定義為：

$$C = \frac{\tilde{C} - \tilde{C}_{\min}}{\tilde{C}_0 - \tilde{C}_{\min}} \quad (40)$$

其中 \tilde{C} 為有因次氧濃度、 \tilde{C}_0 為上表面氧濃度、 \tilde{C}_{\min} 為微生物維持活化的最低氧濃度，方程式(39)中的 $\hat{H}(C)$ 為 Heaviside 函數。

溫度分佈將考慮多孔性材質固體與液體並非處在熱平衡狀態(Thermal equilibrium)，因此以兩個方程式模型[28,29]來描述液體與固體的溫度分佈分別如下：

$$\varepsilon(\rho c)_f \frac{\partial \tilde{T}_f}{\partial t} + (\rho c)_f \tilde{\mathbf{u}} \cdot \tilde{\nabla} \tilde{T}_f = \varepsilon k_f \tilde{\nabla}^2 \tilde{T}_f + \bar{h}(\tilde{T}_s - \tilde{T}_f) \quad (41)$$

$$(1-\varepsilon)(\rho c)_s \frac{\partial \tilde{T}_s}{\partial t} = (1-\varepsilon)k_s \tilde{\nabla}^2 \tilde{T}_s - \bar{h}(\tilde{T}_s - \tilde{T}_f) \quad (42)$$

其中 \tilde{T} 為溫度、 c 為比熱(Specific Heat)、 k 為熱傳導係數、 \bar{h} 為固體與液體的熱傳係數 (Inter-phase Heat Transfer Coefficient)、下標 s 及 f 分別代表固體與液體的物理性質。

對於嗜氧性微生物，尚須考慮氧濃度分佈如下：

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial t} + \tilde{\mathbf{u}} \cdot \tilde{\nabla} C = D_c \tilde{\nabla}^2 C - \frac{\gamma \tilde{n}}{\Delta \tilde{C}} \quad (43)$$

其中 D_c 為氧的擴散係數， $-\gamma \tilde{n} / \Delta \tilde{C}$ 為嗜氧性微生物的氧消耗率， $\Delta \tilde{C} = \tilde{C}_0 - \tilde{C}_{\min}$ 。

方程式(34)-(43)配合下面邊界條件為：

$$\text{At } \tilde{z}=0: \tilde{w}=0, \tilde{T}_f = \tilde{T}_s = \tilde{T}_l, \tilde{\zeta} \cdot \tilde{\mathbf{k}} = 0, \frac{\partial C}{\partial \tilde{z}} = 0 \quad (44)$$

$$\text{At } \tilde{z}=d: \tilde{w}=0, \tilde{T}_f = \tilde{T}_s = \tilde{T}_u, \tilde{\zeta} \cdot \tilde{\mathbf{k}} = 0, C=1 \quad (45)$$

將方程式(34)到(45)以下面參數[33]來無因次化：

$$(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = d(x, y, z) \quad (\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}) = \frac{\varepsilon k_f}{(\rho c)_f d} (u, v, w) \quad \tilde{P} = \frac{k_f \mu}{(\rho c)_f K} P$$

$$\tilde{T}_f = (\tilde{T}_l - \tilde{T}_u) T_f + \tilde{T}_u \quad \tilde{T}_s = (\tilde{T}_l - \tilde{T}_u) T_s + \tilde{T}_u \quad \tilde{t} = \frac{(\rho c)_f}{k_f} d^2 t$$

$$\tilde{n} = n_0 n$$

並得到無因次化方程式為：

$$\frac{1}{p_{rD}} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon} \nabla P - \mathbf{R}_a T_f + \mathbf{R}_b n + u = 0 \quad (46)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (47)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\nabla \zeta \quad (48)$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T_f = \nabla^2 T_f + \mathbf{H}(T_s - T_f) \quad (49)$$

$$\alpha \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla^2 T_s - \eta \mathbf{H}(T_s - T_f) \quad (50)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \cdot \nabla C = Le \delta \nabla^2 C - Le \delta \beta n \quad (51)$$

而無因次的邊界條件可改寫成：

$$\text{At } z=0: w=0, T_f=T_s=1, \zeta \cdot k=0, \frac{\partial C}{\partial z}=0 \quad (52)$$

$$\text{At } z=1: w=0, T_f=T_s=0, \zeta \cdot k=0, C=1 \quad (53)$$

其中方程式(48)及邊界條件(52)、(53)中的 ζ 是微物流動通量，對嗜氧性微生物可表示成：

$$\zeta = un + Pen \nabla C - Le \nabla n \quad (54)$$

上述無因次方程式中， $P_{rD} = \frac{\epsilon Pr}{Da}$ 為達西-普朗多數(Darcy-Prandtl Number)， $Pr = \frac{\mu}{\rho_0 \alpha_f}$ 為普朗多數(Prandtl Number)， $Da = \frac{K}{d^2}$ 為達西數(Darcy Number)， $R_a = \frac{\rho_0 g \vartheta \Delta T K d}{\epsilon \mu \alpha_f}$ 為熱雷里數(Thermal Rayleigh Number)， $R_b = \frac{g \theta \Delta \rho n_0 K d}{\epsilon \mu \alpha_f}$ 為生物雷里數(Bio-Rayleigh Number)， $Pe = \frac{V d}{\epsilon \alpha_f}$ 為培克萊特數(Peect Number)， $Le = \frac{D_n}{\epsilon \alpha_f}$ 為路易斯數(Lewis Number)， $H = \frac{\bar{h} d^2}{\epsilon k_f}$ 為無因次兩相熱傳係數(Inter-phase Heat Transfer Coefficient)， $\alpha = \frac{\alpha_f}{\alpha_s}$ 為流體與固體熱擴散係數比(Diffusivity Ratio)， $\eta = \frac{\epsilon k_f}{(1-\epsilon)k_s}$ 為孔隙度修正熱傳導係數比(Porosity-modified Conductivity Ratio)， $\delta = \frac{D_c}{D_n}$ 為濃度擴散係數比(Concentration Diffusivity Ratio)， $\beta = \frac{\gamma n_0 d^2}{D_c \Delta C}$ 為氧的消耗率與擴散率的比值。

上述方程式為牛頓流體飽合多孔性介質內嗜氧性微生物的熱-生物對流問題，論文中將針對流體的穩定性做分析，以下將說明穩定性分析之步驟。

穩定性分析

穩定性分析必須先求出問題之基態(Basic State)解，亦即流體速度為零時，系統固體溫度、液體溫度、微生物濃度以及氧濃度隨z變化的解。再針對求得之基態解給

予一微小的擾動量(Perturbation)，並探討擾動量的成長，以判定流體的線性穩定性 (Linear Stability)。對於嗜氧性微生物，此問題基態解可寫成：

$$u = v = w = 0 \quad T_{fb}(z) = T_{sb}(z) = 1 - z \quad n_b(z) = \frac{A_1^2}{2\varpi} \sec^2\left(\frac{A_1}{2}z\right)$$

$$C_b(z) = 1 - \frac{2}{Pe} \ln\left(\frac{\cos(A_1 z/2)}{\cos(A_1/2)}\right) \quad (55)$$

其中 A_1 滿足以下方程式

$$\tan\left(\frac{A_1}{2}\right) = \frac{\varpi}{A_1} \quad (56)$$

其中 $\varpi = Pe\beta$ ，為培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積。

微擾項(Perturbed State)

為求系統的穩定性，論文中給基態解一極微小的擾動量如下形式：

$$(u, v, w) = (0, 0, 0) + (u', v', w') \quad T_f = T_{fb} + T_f'$$

$$T_s = T_{sb} + T_s' \quad n = n_b + n' \quad C = C_b + C' \quad (57)$$

將方程式(24)代入方程式(13)-(18)中，並將之線性化，然後消去 u' 與 v' 則可得到微擾項方程式如下：

$$\left(\frac{1}{P_{rd}} \frac{\partial}{\partial t} + 1\right) \nabla^2 w' - R_a \nabla_1^2 T_f' + R_b \nabla_1^2 n' = 0 \quad (58)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \nabla^2\right) T_f' = w' + H(T_s' - T_f') \quad (59)$$

$$\left(\alpha \frac{\partial}{\partial t} - \nabla^2\right) T_s' = \eta H(T_f' - T_s') \quad (60)$$

$$\frac{\partial n'}{\partial t} + w' \frac{\partial n_b}{\partial z} + Pe \frac{\partial C'}{\partial z} \frac{\partial n_b}{\partial z} + Pe \frac{\partial C_b}{\partial z} \frac{\partial n'}{\partial z} + Pen' \frac{\partial^2 C_b}{\partial z^2} + Pen_b \nabla^2 C' = Le \nabla^2 n' \quad (61)$$

$$\frac{\partial C'}{\partial t} + w' \frac{\partial C_b}{\partial z} = Le \delta \nabla^2 C' - Le \delta \beta n' \quad (62)$$

尋求常規模態解(Normal Mode Solutions)，則上述微擾項方程式(58)-(62)的解可寫成：

$$\begin{pmatrix} w' \\ n' \\ T_f' \\ T_s' \\ C' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W(z) \\ N(z) \\ \Theta(z) \\ \Phi(z) \\ C(z) \end{pmatrix} \exp\{i(lx + my) + \sigma t\} \quad (63)$$

其中 l 與 m 為 X 與 Y 方向的波數(Wave Number)、 σ 為擾動成長率。

將常規模態解方程式(63)代入方程式(58)-(62)中，加以整理則可得到：

$$\left(\frac{\sigma}{P_{rd}} + 1\right)(D^2 - a^2)W + R_a a^2 \Theta - R_b a^2 N = 0 \quad (64)$$

$$(D^2 - a^2 - \sigma)\Theta + W + H(\Phi - \Theta) = 0 \quad (65)$$

$$(D^2 - a^2 - \alpha\sigma)\Phi + \eta H(\Theta - \Phi) = 0 \quad (66)$$

$$\left(\mathbf{Le}(D^2 - a^2) - D\mathbf{Pe} \frac{\partial C_b}{\partial z} - \mathbf{Pe} \frac{\partial^2 C_b}{\partial z^2} - \sigma\right)N - \left(\mathbf{Pe}n_b(D^2 - a^2) + D\mathbf{Pe} \frac{\partial n_b}{\partial z}\right)C - W \frac{\partial n_b}{\partial z} = 0 \quad (67)$$

$$\left[\mathbf{Le}\delta(D^2 - a^2) - \sigma\right]C - \frac{\partial C_b}{\partial z}W - \beta\mathbf{Le}\delta N = 0 \quad (68)$$

其中 $D = \frac{d}{dz}$ ， $a^2 = l^2 + m^2$ 。

則方程式(64)-(68)的邊界條件可寫成：

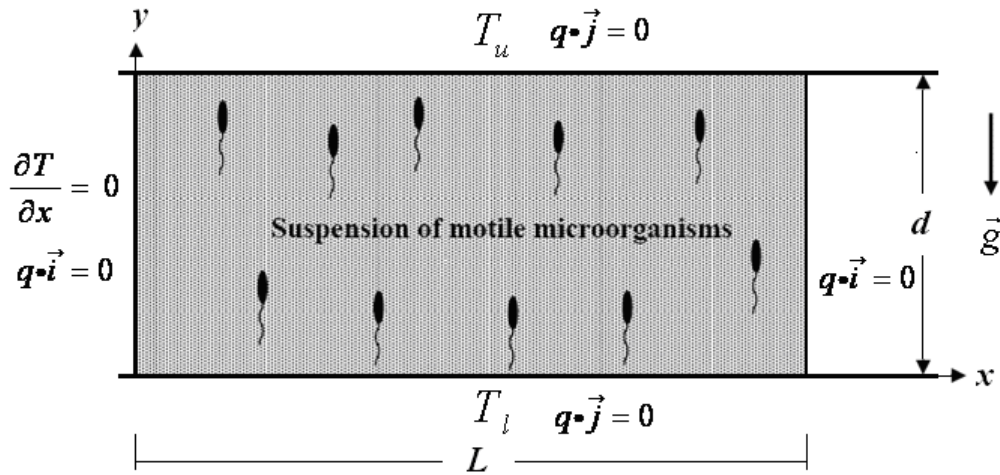
$$\text{At } z=0: W=0, \Theta=0, \Phi=0, \mathbf{Pe} \left(n_b \Big|_{z=0} \frac{dC}{dz} + \frac{dC_b}{dz} \Big|_{z=0} N \right) = \mathbf{Le} \frac{dN}{dz}, \frac{dC}{dz} = 0 \quad (69)$$

$$\text{At } z=1: W=0, \Theta=0, \Phi=0, \mathbf{Pe} \left(n_b \Big|_{z=1} \frac{dC}{dz} + \frac{dC_b}{dz} \Big|_{z=1} N \right) = \mathbf{Le} \frac{dN}{dz}, C=0 \quad (70)$$

由方程式(64)-(68)配合邊界條件(69)-(70)則可解出此問題的線性穩定性。

第四章 趨地性微生物在牛頓流體飽合多孔性介質內熱-生物對流場分析

4.1 物理模型



【圖三】多孔性材質物理模型

考慮如圖三所示之流體飽合多孔性介質層的厚度為 d ，微物流動通量為 q ， \vec{i} 為 x 邊界單位法向量， \vec{j} 為 y 邊界單位法向量， $q \cdot \vec{i} = 0$ 與 $q \cdot \vec{j} = 0$ 表示邊界無微生物穿透，飽合層下端邊界溫度保持在 T_l ，而上端邊界溫度保持在 T_u ($T_l > T_u$)，在飽和層內有反趨地性的游動微生物而有聚集在飽合層的上端傾向，同時微生物的密度高於多孔性介質內的流體密度，因此會發生熱-生物對流。

4.2 數學方程式推導

對於此模型流體的動量方程式，考慮以達西(Darcy)模型來描述，並假設流體為牛頓流體且流場滿足Boussinesq假設，則我們將動量方程式[23]表示成：

$$(\tilde{\nabla} \tilde{P} - (\rho_f - \rho_0)\mathbf{g}) + \frac{\mu}{K} \tilde{\mathbf{u}} = 0 \quad (71)$$

$$\rho_f = \rho_0 - \rho_0 \beta (\tilde{T}_f - \tilde{T}_u) + \Delta \rho \tilde{\eta} \quad (72)$$

其中 $\tilde{\mathbf{u}}$ 為流體速度、 \tilde{P} 為壓力。 μ 、 K 、 ρ 為流體的黏滯性(Viscosity)、滲透率

(Permeability)及密度(Density)； β 為流體的體膨脹係數； $\Delta\rho = \rho_{cell} - \rho_f$ 為游動微生物與流體的密度差； θ 與 \tilde{n} 為游動微生物的平均體積與濃度。

不可壓縮流流體的連續方程式為：

$$\tilde{\nabla} \cdot \tilde{u} = 0 \quad (73)$$

假設不考慮微生物的生成與死亡，則微生物濃度滿足

$$\varepsilon \frac{\partial \tilde{n}}{\partial t} = -\tilde{\nabla} \cdot \tilde{q} \quad (74)$$

其中

$$\tilde{q} = \tilde{n}\tilde{u} + \tilde{n}\tilde{\nabla} - D_n \tilde{\nabla} \tilde{n} \quad (75)$$

\tilde{q} 為微生物的流動通量、 ε 為孔隙度(Porosity)。方程式(75)等號的右邊三項分別代表流體對流、微生物游動速度與微生物濃度擴散造成之流動通量。其 D_n 為擴散係數，此擴散係數已經將多孔性介質的孔隙度效應加入考慮。

溫度分佈將考慮多孔性材質固體與液體處在熱不平衡狀態(Thermal Non-equilibrium)，因此以兩個方程式模型[21,22]來描述液體與固體的溫度分佈分別如下：

$$\varepsilon(\rho c)_f \frac{\partial \tilde{T}_f}{\partial t} + (\rho c)_f \tilde{u} \cdot \tilde{\nabla} \tilde{T}_f = \varepsilon k_f \tilde{\nabla}^2 \tilde{T}_f + h(\tilde{T}_s - \tilde{T}_f) \quad (76)$$

$$(1-\varepsilon)(\rho c)_s \frac{\partial \tilde{T}_s}{\partial t} = (1-\varepsilon)k_s \tilde{\nabla}^2 \tilde{T}_s - h(\tilde{T}_s - \tilde{T}_f) \quad (77)$$

其中 \tilde{T} 為溫度、 c 為比熱(Specific Heat)、 k 為熱傳導係數(Thermal Conductivity)、 h 為固體與液體的熱傳係數(Interphase Heat Transfer Coefficient)、下標 s 及 f 分別代表固體與液體的物理性質。

上述方程式即已足夠描述引發之熱-生物對流問題。方程式(71)-(77)配合下面邊界條件：

$$x=0: u=v=0, \quad T=T_l, \quad \vec{q} \cdot \vec{j} = 0 \quad (78)$$

$$x=L: u=v=0, \quad T=T_0, \quad \vec{q} \cdot \vec{j} = 0 \quad (79)$$

$$y=0: u=v=0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \vec{q} \cdot \vec{i} = 0 \quad (80)$$

$$y=d: u=v=0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \vec{q} \cdot \vec{i} = 0 \quad (81)$$

將方程式(71) - (81)以下面參數來無因次化：

$$(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = d(x, y, z), \quad (\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}) = \frac{\varepsilon k_f}{(\rho c)_f d}(u, v, w), \quad \tilde{P} = \frac{\mu k_f}{(\rho c)_f K} P \quad (82)$$

$$\tilde{T}_f = (\tilde{T}_l - \tilde{T}_u)T_f + \tilde{T}_u, \quad \tilde{T}_s = (\tilde{T}_l - \tilde{T}_u)T_s + \tilde{T}_u, \quad \tilde{t} = \frac{(\rho c)_f}{k_f} d^2 t \quad (83)$$

此問題得到無因次方程式為：

$$\frac{K}{\varepsilon} \nabla P + \mathbf{Ra} T_f + \mathbf{Rb} n + u = 0 \quad (84)$$

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (85)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\nabla \cdot q \quad (86)$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} + u \cdot \nabla T_f = \nabla^2 T_f + \mathbf{H}(T_s - T_f) \quad (87)$$

$$\alpha \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla^2 T_s - \eta \mathbf{H}(T_s - T_f) \quad (88)$$

而無因次的邊界條件可改寫成

$$x=0: u=v=0, \quad T=T_l, \quad \vec{q} \cdot \vec{j} = 0 \quad (89)$$

$$x=L: u=v=0, \quad T=T_0, \quad \vec{q} \cdot \vec{j} = 0 \quad (90)$$

$$y=0: u=v=0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \vec{q} \cdot \vec{i} = 0 \quad (91)$$

$$y = d : u = v = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \vec{q} \cdot \vec{i} = 0 \quad (92)$$

方程式(84)以及邊界條件中的 q 是微物流動通量，對趨地性微生物可表示成：

$$q = un + Pen - Le\nabla n \quad (93)$$

上面無因次方程式中：

$$\mathbf{Ra} = \frac{\rho_0 g \beta \Delta T K d}{\varepsilon \mu \kappa_f} \text{ 為熱雷里數 (Thermal Rayleigh Number)}; \quad \mathbf{Rb} = \frac{g \theta \Delta \rho n_0 K d}{\varepsilon \mu \kappa_f} \text{ 為生物對流}$$

$$\text{雷里數 (Bioconvection Rayleigh Number)}; \quad \mathbf{Le} = \frac{D_n}{\varepsilon \kappa_f} \text{ 為路易斯數(Lewis Number)};$$

$$\mathbf{Pe} = \frac{Vd}{D_n} \text{ 為培萊克特數 (Pelect Number)}。 \quad \alpha = \kappa_f / \kappa_s \text{ 為流體與固體熱擴散係數比}$$

$$\text{(Diffusivity Ratio)}; \quad \eta = \frac{\varepsilon k_f}{(1-\varepsilon)k_s} \text{ 為孔隙度修正熱傳導係數比 (Porosity-modified}$$

$$\text{Conductivity Ratio)}; \quad \mathbf{H} = \frac{\bar{h}d^2}{\varepsilon k_f} \text{ 為無因次兩相熱傳係數(Non-dimensional Interphase Heat}$$

Transfer Coefficient)。

統合牛頓流體飽合多孔性介質內趨地性微生物的熱-生物對流問題，將方程式(84) - (88) 引入 Vorticity (ξ) 與 Dimensionless Stream (ψ) 函數，可得到下列新的方程式：

$$\xi = -\nabla^2 \psi \quad (94)$$

$$\nabla^2 \psi = \mathbf{Ra} \frac{\partial T_f}{\partial x} - \mathbf{Rb} \frac{\partial n}{\partial x} \quad (95)$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T_f}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T_f}{\partial y} = \nabla^2 T_f + \mathbf{H}(T_s - T_f) \quad (96)$$

$$\alpha \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla^2 T_s - \eta \mathbf{H}(T_s - T_f) \quad (97)$$

趨地性微生物濃度分佈方程式

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial n}{\partial x} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} + \mathbf{Pe} \right) \frac{\partial n}{\partial y} = \nabla^2 n \quad (98)$$

起始條件與邊界條件：

在 $t=0$ 時，假設趨地性微生物的濃度是均勻分佈，則

$$n(x, y, 0) = 1 \quad (99)$$

$$\psi = T_f = T_s = 0 \quad (100)$$

假設邊界壁面為不滲透，則對趨地性微生物，流體在邊界的速度與溫度及微生物濃度分佈滿足：

$$x = 0: \quad \psi = 0, u = 0, \frac{\partial T_f}{\partial x} = 0, \frac{\partial T_s}{\partial x} = 0, \frac{\partial n}{\partial x} = 0 \quad (101)$$

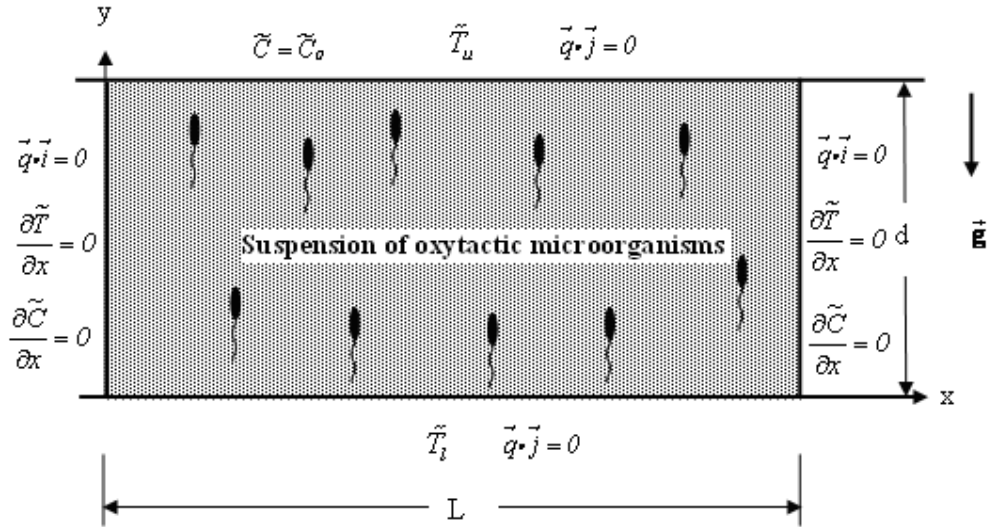
$$x = L/d: \quad \psi = 0, u = 0, \frac{\partial T_f}{\partial x} = 0, \frac{\partial T_s}{\partial x} = 0, \frac{\partial n}{\partial x} = 0 \quad (102)$$

$$y = 0: \quad \psi = 0, u = 0, T_f = 1, T_s = 1, \mathbf{Pen} = \frac{\partial n}{\partial y} \quad (103)$$

$$y = 1: \quad \psi = 0, u = 0, T_f = 0, T_s = 0, \mathbf{Pen} = \frac{\partial n}{\partial y} \quad (104)$$

第五章 流體飽合多孔性介質內嗜氧性微生物之熱 - 生物對流流場分析

5.1 物理模型



圖四 二維流場物理模型圖

考慮如圖四所示之流體飽合多孔性介質層的厚度為 d 寬度為 L ，飽合層下端邊界保持在 \tilde{T}_l 而上端溫度保持在 \tilde{T}_u ($\tilde{T}_l > \tilde{T}_u$)，微物流動通量為 \vec{q} ， \vec{i} 為 x 邊界單位法向量， \vec{j} 為 y 邊界單位法向量， $\vec{q} \cdot \vec{i} = 0$ 與 $\vec{q} \cdot \vec{j} = 0$ 表示邊界無微生物穿透， $\tilde{C} = \tilde{C}_0$ 為上表面氧濃度為一常數， $\frac{\partial \tilde{T}}{\partial x} = 0$ 代表左右兩邊壁面絕熱，同時微生物的密度高於多孔性介質內的流體密度，因此會發生生物對流。

5.2 數學方程式推導

以達西(Darcy)模型來描述流體的動量方程式且流場假設滿足Boussinesq近似，則動量方程式可以表示成：

$$\left(\tilde{\nabla}\tilde{P} - (\rho_f - \rho_0)\vec{\mathbf{g}}\right) + \frac{\mu}{K}\tilde{\mathbf{u}} = 0 \quad (105)$$

$$\rho_f = \rho_0 - \rho_0\beta(\tilde{T}_f - \tilde{T}_u) + \Delta\rho\theta\tilde{n} \quad (106)$$

其中 $\tilde{\mathbf{u}}$ 為流體速度、 \tilde{P} 為壓力。 μ 、 K 、 ρ 為流體的黏滯性(viscosity)、滲透率(permeability)及密度(density)； β 為流體的體膨脹係數； $\Delta\rho = \rho_{cell} - \rho_f$ 為游動微生物與流體的密度差； θ 與 \tilde{n} 為游動微生物的平均體積與濃度。

流體的連續方程式為：

$$\tilde{\nabla} \cdot \tilde{\mathbf{u}} = 0 \quad (107)$$

假設不考慮微生物的生成與死亡，則微生物濃度滿足：

$$\varepsilon \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \tilde{t}} = -\tilde{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{q}} \quad (108)$$

其中

$$\vec{\mathbf{q}} = \tilde{n}\tilde{\mathbf{u}} + \tilde{n}\tilde{V} - D_n\tilde{\nabla}\tilde{n} \quad (109)$$

ε 為孔隙度， $\vec{\mathbf{q}}$ 為微生物的流動通量。其中 D_n 為擴散係數。方程式(109)中的 \tilde{V} 為微生物的游動速度，對嗜氧性微生物而言，微生物的游動速度通常與懸浮液內的氧濃度梯度成正比，參考Metcalf與Pedly的實驗結果[27]並且修正改寫成：

$$\tilde{V} = \tilde{b}\tilde{W}_c\nabla C \quad (110)$$

其中 \tilde{b} 為化學趨向常數其因次是長度， \tilde{W}_c 為細胞最大游動速度其因次是速度， $\tilde{b}\tilde{W}_c$ 的乘積為一常數。C 為無因次氧濃度可定義為：

$$C = \frac{\tilde{C}}{\tilde{C}_0} \quad (111)$$

其中 \tilde{C} 為有因次氧濃度、 \tilde{C}_0 為上表面氧濃度。

考慮多孔性介質固體與流體處在熱不平衡狀態(thermal non-equilibrium)，因此以兩個方程式模型(two temperature model)[19, 20]來描述液體與固體的溫度分布分別如下：

$$\varepsilon(\rho c)_f \frac{\partial \tilde{T}_f}{\partial \tilde{t}} + (\rho c)_f \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \tilde{T}_f = \varepsilon k_f \vec{\nabla}^2 \tilde{T}_f + h(\tilde{T}_s - \tilde{T}_f) \quad (112)$$

$$(1 - \varepsilon)(\rho c)_s \frac{\partial \tilde{T}_s}{\partial \tilde{t}} = (1 - \varepsilon)k_s \vec{\nabla}^2 \tilde{T}_s - h(\tilde{T}_s - \tilde{T}_f) \quad (113)$$

其中 \tilde{T} 為溫度、 c 為比熱(specific heat)、 ε 為孔隙度(porosity)、 k 為熱傳導係數、 h 為固體與液體的熱傳係數(interphase heat transfer coefficient)、下標 s 及 f 分別代表固體與液體的物理性質。

對於嗜氧性微生物，尚須考慮氧濃度分布如下：

$$\varepsilon \frac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{t}} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} \tilde{C} = D_c \vec{\nabla}^2 \tilde{C} - \frac{\gamma \tilde{n}}{\Delta \tilde{C}} \quad (114)$$

其中 D_c 為氧的擴散係數， $-\gamma \tilde{n} / \Delta \tilde{C}$ 為嗜氧性微生物的氧消耗率，

$$\Delta \tilde{C} = \tilde{C}_0$$

方程式(105)-(114)配合下面邊界條件為：

$$x=0: \quad u=v=0, \quad \frac{\partial \tilde{T}_f}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{T}_s}{\partial x} = 0, \quad \vec{q} \cdot \vec{i} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{C}}{\partial x} = 0 \quad (115)$$

$$x=L: \quad u=v=0, \quad \frac{\partial \tilde{T}_f}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{T}_s}{\partial x} = 0, \quad \vec{q} \cdot \vec{i} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{C}}{\partial x} = 0 \quad (116)$$

$$y=0: \quad u=v=0, \quad \tilde{T}_f = \tilde{T}_l, \quad \tilde{T}_s = \tilde{T}_l, \quad \vec{q} \cdot \vec{j} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{C}}{\partial y} = 0 \quad (117)$$

$$y=d: \quad u=v=0, \quad \tilde{T}_f = \tilde{T}_u, \quad \tilde{T}_s = \tilde{T}_u, \quad \vec{q} \cdot \vec{j} = 0, \quad \tilde{C} = C_0 \quad (118)$$

將方程式(105)到(118)以下面參數來無因次化：

$$(\tilde{x}, \tilde{y}) = d(x, y) \quad , \quad (\tilde{u}, \tilde{v}) = \frac{\varepsilon k_f}{(\rho c)_f d} (u, v) \quad , \quad \tilde{P} = \frac{\mu k_f}{(\rho c)_f K} P \quad (119)$$

$$\tilde{T}_f = (\tilde{T}_l - \tilde{T}_u) T_f + \tilde{T}_u \quad , \quad \tilde{T}_s = (\tilde{T}_l - \tilde{T}_u) T_s + \tilde{T}_u \quad , \quad \tilde{t} = \frac{(\rho c)_f}{k_f} d^2 t$$

並得到無因次化方程式為：

$$\frac{1}{\varepsilon} \nabla P + \mathbf{Ra} T_f + \mathbf{Rbn} + u = 0 \quad (120)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (121)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{q} \quad (122)$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T_f = \nabla^2 T + \mathbf{H}(T_s - T_f) \quad (123)$$

$$\alpha \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla^2 T_s - \eta \mathbf{H}(T_s - T_f) \quad (124)$$

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C = \delta \tilde{\nabla}^2 C - \sigma \delta n \quad (125)$$

而無因次的邊界條件可改寫成：

$$x=0: u=v=0, \quad \frac{\partial T_f}{\partial x}=0, \quad \frac{\partial T_s}{\partial x}=0, \quad \vec{q} \cdot \vec{i}=0, \quad \frac{\partial C}{\partial x}=0 \quad (126)$$

$$x=L: u=v=0, \quad \frac{\partial T_f}{\partial x}=0, \quad \frac{\partial T_s}{\partial x}=0, \quad \vec{q} \cdot \vec{i}=0, \quad \frac{\partial C}{\partial x}=0 \quad (127)$$

$$y=0: u=v=0, \quad T_f=1, \quad T_s=1, \quad \vec{q} \cdot \vec{j}=0, \quad \frac{\partial C}{\partial y}=0 \quad (128)$$

$$y=d: u=v=0, \quad T_f=0, \quad T_s=0, \quad \vec{q} \cdot \vec{j}=0, \quad C=1 \quad (129)$$

方程式(122)以及邊界條件中的 \vec{q} 是微物流動通量，而對嗜氧性微生物則可表示成：

$$\vec{q} = n\vec{u} + n\mathbf{Pe}\nabla C - \mathbf{Le}\nabla n \quad (130)$$

上面無因次方程式中； $\mathbf{Ra} = \frac{\rho_0 g \beta \Delta T K d}{\varepsilon \mu \kappa_f}$ 為達西熱雷里數(Darcy thermal Rayleigh

number)； $\mathbf{Rb} = \frac{g \theta \Delta \rho n_0 K d}{\varepsilon \mu \kappa_f}$ 為達西生物對流雷里數(bioconvection Darcy Rayleigh

number)； $\mathbf{Le} = \frac{D_n}{\varepsilon \kappa_f}$ 為修正路易斯數(modified Lewis number)； $\mathbf{Pe} = \frac{\tilde{W}_c d}{D_n}$ 為修正培克萊

特數(modified Plect number)； $\mathbf{H} = \frac{\bar{h} d^2}{\varepsilon k_f}$ 為無因次兩相熱傳係數((Non-dimensional

Interphase Heat Transfer Coefficient)； $\alpha = \kappa_f / \kappa_s$ 為流體與固體熱擴散係數比(diffusivity

ratio)； $\eta = \frac{\varepsilon k_f}{(1-\varepsilon)k_s}$ 為孔隙度修正熱傳導係數比(porosity-modified conductivity ratio)；

$\sigma = (\gamma \bar{n} H^2) / (D_c \Delta \tilde{C})$ 為氧的消耗率與擴散率的比值； $\delta = \frac{D_c}{D_n}$ 為濃度擴散係數比

(Concentration Diffusivity Ratio)。

考慮如圖五所示之物理模式，流體飽合多孔性介質寬度為L厚度為d，引入vorticity (ζ)與stream (ψ) 函數，則可將方程式(120)-(125)改寫成：

$$\zeta = -\nabla^2 \psi \quad (131)$$

$$\nabla^2 \psi = \mathbf{Ra} \frac{\partial T_f}{\partial x} - \mathbf{Rb} \frac{\partial n}{\partial x} \quad (132)$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T_f}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T_f}{\partial y} = \nabla^2 T_f + \mathbf{H}(T_s - T_f) \quad (133)$$

$$\mathbf{a} \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla^2 T_s - \mathbf{\eta H}(T_s - T_f) \quad (134)$$

嗜氧性微生物的濃度方程式及氧濃度方程式為

$$\varepsilon \frac{\partial n}{\partial t} + (\mathbf{Pe} \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y}) \frac{\partial n}{\partial x} + (\mathbf{Pe} \frac{\partial C}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x}) \frac{\partial n}{\partial y} + \mathbf{Pen} \nabla^2 C = \nabla^2 n \quad (135)$$

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial t} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial C}{\partial y} = \delta \nabla^2 C - \sigma \delta n \quad (136)$$

起始條件與邊界條件：

在 $t=0$ 時，假設微生物的濃度是均勻分布，則

$$n(x, y, 0) = 1, \quad C(x, y, 0) = 1, \quad (137)$$

$$\psi = T_f = T_s = 0 \quad (138)$$

對於嗜氧性微生物，其邊界條件為

$$x=0: \quad \psi = 0, u = 0, \frac{\partial T_f}{\partial x} = 0, \frac{\partial T_s}{\partial x} = 0, \frac{\partial n}{\partial x} = 0, \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (139)$$

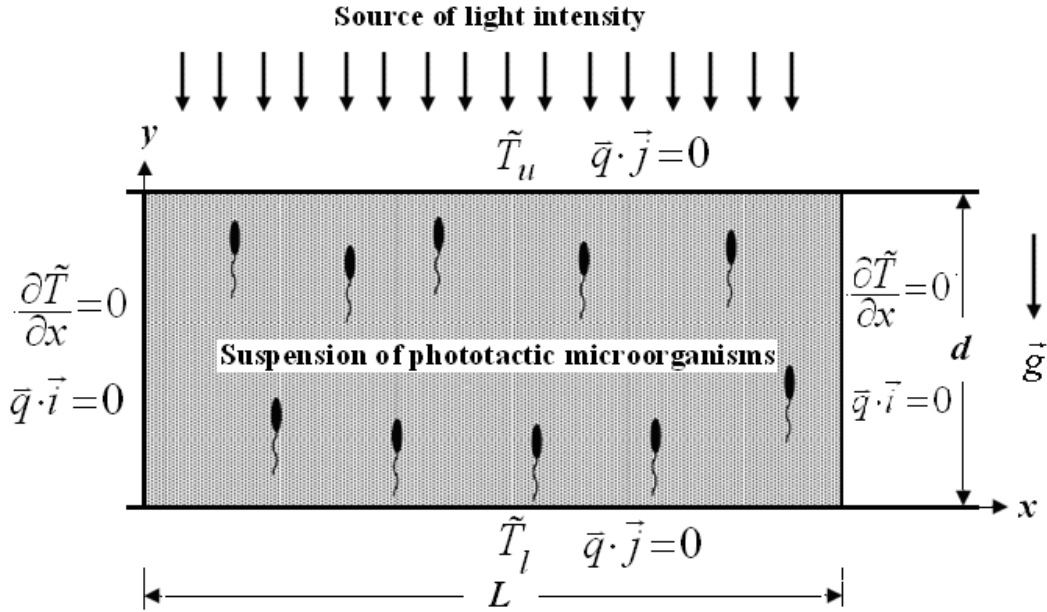
$$x=L/d: \quad \psi = 0, u = 0, \frac{\partial T_f}{\partial x} = 0, \frac{\partial T_s}{\partial x} = 0, \frac{\partial n}{\partial x} = 0, \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (140)$$

$$y=0: \quad \psi = 0, u = 0, T_f = 1, T_s = 1, \frac{\partial n}{\partial y} = 0, \frac{\partial C}{\partial y} = 0 \quad (141)$$

$$y=1: \quad \psi = 0, u = 0, T_f = 0, T_s = 0, \mathbf{Pen} \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial n}{\partial y}, C = 1 \quad (142)$$

第六章 流體飽合多孔性介質內趨光性微生物之熱-生物對流流場分析

6.1 物理模型



【圖六】多孔性介質物理模型

如【圖六】所示，流體飽合多孔性介質層的厚度為 d ，其微生物流動通量為 \vec{q} ， \vec{i} 為 x 邊界單位上的法向量， \vec{j} 為 y 邊界單位上的法向量， $\vec{q} \cdot \vec{i} = 0$ 與 $\vec{q} \cdot \vec{j} = 0$ 表示邊界無微生物穿透，飽合層下端邊界溫度為 T_l ，而上端邊界溫度為 T_u ($T_l > T_u$)。懸浮液裡的微生物為趨光性微生物，微生物的密度高於多孔性介質內的流體密度，其上方有均勻平行光源照射，光源的強度隨著懸浮液的深度而遞減，趨光性微生物受光照影響，因此往臨界光強度的地方聚集。

6.2 數學方程式推導

假設流體為牛頓流體且流場滿足 Boussinesq 假設，流體考慮以達西(Darcy)模型來描述，則動量方程式可以表示成：

$$(\tilde{\nabla} \tilde{P} - (\rho_f - \rho_0) \vec{g}) + \frac{\mu}{K} \vec{u} = 0, \quad (143)$$

$$\rho_f = \rho_0 - \rho_0\beta(\tilde{T}_f - \tilde{T}_u) + \Delta\rho\theta\tilde{n}, \quad (144)$$

其中 \tilde{u} 為速度分布、 \tilde{P} 為壓力。 μ 、 K 、 ρ 分別為流體的黏滯性(viscosity)、滲透率(permeability)及密度(density)； β 為流體的體膨脹係數； $\Delta\rho = \rho_{cell} - \rho_f$ 為游動微生物與流體的密度差； θ 與 \tilde{n} 為游動微生物的平均體積與濃度。

而流體的連續方程式為：

$$\tilde{\nabla} \cdot \tilde{u} = 0 \quad (145)$$

假設不考慮微生物的生成與死亡，則微生物的濃度滿足

$$\varepsilon \frac{\partial \tilde{n}}{\partial \tilde{t}} = -\tilde{\nabla} \cdot \tilde{q} \quad (146)$$

其中 ε 為孔隙度

$$\tilde{q} = \tilde{n}\tilde{u} + \tilde{n}\tilde{\nabla}j - D_n\tilde{\nabla}\tilde{n}, \quad (147)$$

\tilde{q} 為微生物的流動通量。方程式(147)等號的右邊三項分別代表流體對流、微生物游動速度與微生物濃度擴散造成之流動通量。其中 D_n 為擴散係數， $\tilde{\nabla}$ 為微生物的游動速度。

本計畫為了將溫度以熱不平衡的方式表達出來，因此以兩個方程式模型(two temperature model)來考慮多孔性介質固體與液體並非處在熱平衡狀態(thermal non-equilibrium)，因此以兩個方程式模型(two temperature model)來描述液體與固體的溫度分布分別如下：

$$\varepsilon(\rho c)_f \frac{\partial \tilde{T}_f}{\partial \tilde{t}} + (\rho c)_f \tilde{u} \cdot \tilde{\nabla} \tilde{T}_f = \varepsilon k_f \tilde{\nabla}^2 \tilde{T}_f + h(\tilde{T}_s - \tilde{T}_f) \quad (148)$$

$$(1 - \varepsilon)(\rho c)_s \frac{\partial \tilde{T}_s}{\partial \tilde{t}} = (1 - \varepsilon)k_s \tilde{\nabla}^2 \tilde{T}_s - h(\tilde{T}_s - \tilde{T}_f) \quad (149)$$

其中 \tilde{T} 為溫度、 c 為比熱(specific heat)、 k 為熱傳導係數、 h 為固體與液體的熱傳係數(interphase heat transfer coefficient)、下標 s 以及 f 分別代表固體與液體的物理性質。

再將方程式(143)-(149)配合下面邊界條件：

$$x=0: u=v=0, \frac{\partial T}{\partial x}=0, \vec{q} \cdot \vec{j}=0 \quad (150)$$

$$x=L: u=v=0, \frac{\partial T}{\partial x}=0, \vec{q} \cdot \vec{j}=0 \quad (151)$$

$$y=0: u=v=0, T=T_l, \vec{q} \cdot \vec{i}=0 \quad (152)$$

$$y=d: u=v=0, T=T_u, \vec{q} \cdot \vec{i}=0 \quad (153)$$

再將方程式(143) - (153)配合下面參數來無因次化：

$$(\tilde{x}, \tilde{y}) = d(x, y), (\tilde{u}, \tilde{v}) = \frac{\varepsilon k_f}{(\rho c)_f d}(u, v), \tilde{P} = \frac{\mu k_f}{(\rho c)_f K} P \quad (154)$$

$$\tilde{T}_f = (\tilde{T}_l - \tilde{T}_u) T_f + \tilde{T}_u, \tilde{T}_s = (\tilde{T}_l - \tilde{T}_u) T_s + \tilde{T}_u, \tilde{t} = \frac{(\rho c)_f}{k_f} d^2 t \quad (155)$$

並得到無因次化方程式為

$$\frac{1}{\varepsilon} \nabla P + \mathbf{Ra} T_f \vec{j} - \mathbf{Rb} n \vec{j} + \vec{u} = 0 \quad (156)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (157)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{q} \quad (158)$$

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla T_f = \nabla^2 T_f + \mathbf{H}(T_s - T_f) \quad (159)$$

$$\alpha \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla^2 T_s - \eta \mathbf{H}(T_s - T_f) \quad (160)$$

而無因次的邊界條件可改寫成

$$x=0: u=v=0, \frac{\partial T}{\partial x}=0, \vec{q} \cdot \vec{j}=0 \quad (161)$$

$$x=\frac{L}{d}: u=v=0, \frac{\partial T}{\partial x}=0, \vec{q} \cdot \vec{j}=0 \quad (162)$$

$$y=0: u=v=0, T=1, \vec{q} \cdot \vec{i}=0 \quad (163)$$

$$y=1: u=v=0, T=0, \vec{q} \cdot \vec{i}=0 \quad (164)$$

方程式 (158) 以及邊界條件中的 q 是微物流動通量，考慮一飽合多孔性介質層，其上方有均勻平行光源照射，將光源效應考慮進來後，則無因次通量 q 在考慮光強度效應下可表示成：

$$\bar{q} = n\bar{u} + n\mathbf{Pe}T(I)\bar{j} - \mathbf{Le}\nabla n \quad (165)$$

上面無因次方程式中

$\mathbf{Ra} = \frac{\rho_0 g \beta \Delta T K d}{\epsilon \mu \kappa_f}$ 為達西熱雷里數 (Darcy Thermal Rayleigh

Number); $\mathbf{Rb} = \frac{g \theta \Delta \rho n_0 K d}{\epsilon \mu \kappa_f}$ 為達西生物對流雷里數 (bioconvection Darcy Rayleigh

number); $\mathbf{Le} = \frac{D_n}{\epsilon \kappa_f}$ 為修正的路易斯數 (modified Lewis number); $\mathbf{Pe} = \frac{\tilde{V} d}{\epsilon \kappa_f}$ 為修正的

培萊克特數 (modified Pelect number); $\mathbf{H} = \frac{\bar{h} d^2}{\epsilon k_f}$ 為無因次兩相熱傳係數 (inter-phase heat

transfer coefficient); $\alpha = \frac{\kappa_f}{\kappa_s}$ 為液體與固體熱擴散係數比 (diffusivity ratio); $\eta = \frac{\epsilon k_f}{(1-\epsilon)k_s}$

為孔隙度修正熱傳導係數比 (porosity-modified conductivity ratio)。

計畫中針對趨光性微生物的熱-生物對流問題，對此問題來說，除了要考慮微生物的濃度分布外，還需考慮液體內光強度的分布對微生物游動速度造成之影響。

當懸浮液有趨光性微生物時，根據 Häder[36] 的實驗結果，當光強度小於一臨界值 I_c 時，微生物會分布在光源與臨界值之間，且微生物會游向臨界值的位置；反之，當光強度大於 I_c 時，微生物會分布在光源反方向與臨界值之間，而游向臨界值。因此趨光性微生物會聚集在所處環境的光源強度為 $I = I_c$ 處。趨光性微生物的游動速度將以下面方程式表示[36]：

$$\tilde{V} = V_c T(I) \bar{p} \quad (166)$$

其中 V_c 是一常數、 \bar{p} 為光源對微生物的相對位置向量。 $T(I)$ 代表趨光性函數，根據 Häder[36] 的實驗結果應滿足下面條件

$$T(I) \begin{cases} \geq 0 & \text{if } I \leq I_c \\ < 0 & \text{if } I > I_c \end{cases} \quad (167)$$

假設微生物對光源的二次散射效應微弱可乎略不計，則在懸浮液中的光源強度可以 Lambert-Beer Law 表示成

$$I(x, y) = I_s \exp\left(-\sigma \int_{\gamma} nds\right) \quad (168)$$

其中 I_s 為光源強度、 σ 為消散係數(extinction coefficient)、 γ 為光源到 (x, y) 的直線區段。

而光強度 I 無因次化後則可表示成

$$I(x, y) = I_s \exp\left(-\lambda \int_y^1 n(x, y) dy\right) \quad (169)$$

其中 $\lambda = \sigma \bar{n} d$ 為趨光性微生物對光的吸收能力。本論文將考慮 Vincent 與 Hill [15] 所提之以下的趨光性函數 $T(I)$

$$T(I) = -\Lambda(I - I_c) \quad (170)$$

其中 I_c 為臨界光強度

方程式(146)(147)和(169)(170)配合動量方程式及能量方程式及可統御趨光性微生物在流體飽合多孔介質內的熱-生物對流系統。有關二維流場分析如下：

二維流場分布

針對趨光性微生物在流體飽合多孔介質中的熱-生物對流的二維流場分布，引入 stream 函數，則可將系統方程式改寫成

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial T_f}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial T_f}{\partial y} = \nabla^2 T_f + \mathbf{H}(T_s - T_f) \quad (171)$$

$$\alpha \frac{\partial T_s}{\partial t} = \nabla^2 T_s - \eta \mathbf{H}(T_s - T_f) \quad (172)$$

趨光性微生物的濃度分布方程式為

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial n}{\partial x} + \left[\mathbf{Pe} T(I) - \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] \frac{\partial n}{\partial y} = \mathbf{Le} \nabla^2 n \quad (173)$$

動量方程式為

$$\nabla^2 \psi = \mathbf{Ra} \frac{\partial T_f}{\partial x} - \mathbf{Rb} \frac{\partial n}{\partial x} \quad (174)$$

起始條件與邊界條件：

在 $t=0$ 時，假設趨光性微生物的濃度是均勻分布，則

$$n(x, y, 0) = 1 \quad (175)$$

$$\psi = T_f = T_s = 0 \quad (176)$$

假設邊界壁面為不滲透，則對於趨光性微生物，壁面的速度與溫度及微生物濃度分布滿足

$$x=0: \quad \psi = 0, u = v = 0, \frac{\partial T_f}{\partial x} = 0, \frac{\partial T_s}{\partial x} = 0, \frac{\partial n}{\partial x} = 0, \quad (177)$$

$$x=L/d: \quad \psi = 0, u = v = 0, \frac{\partial T_f}{\partial x} = 0, \frac{\partial T_s}{\partial x} = 0, \frac{\partial n}{\partial x} = 0, \quad (178)$$

$$y=0: \quad \psi = 0, u = v = 0, T_f = T_s = 1, \mathbf{Pe}T(I)|_{y=0} n = \frac{\partial n}{\partial y}, \quad (179)$$

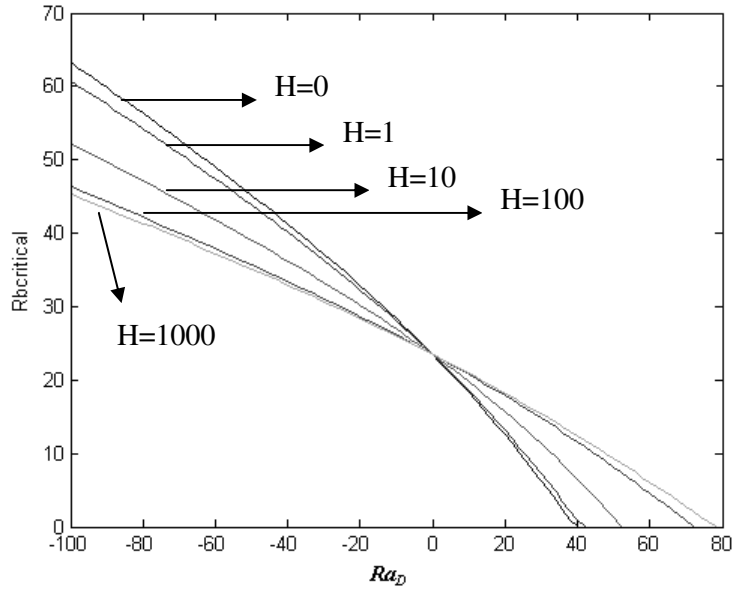
$$y=1: \quad \psi = 0, u = v = 0, T_f = T_s = 0, \mathbf{Pe}T(I)|_{y=1} n = \frac{\partial n}{\partial y}. \quad (180)$$

第七章 結果與討論

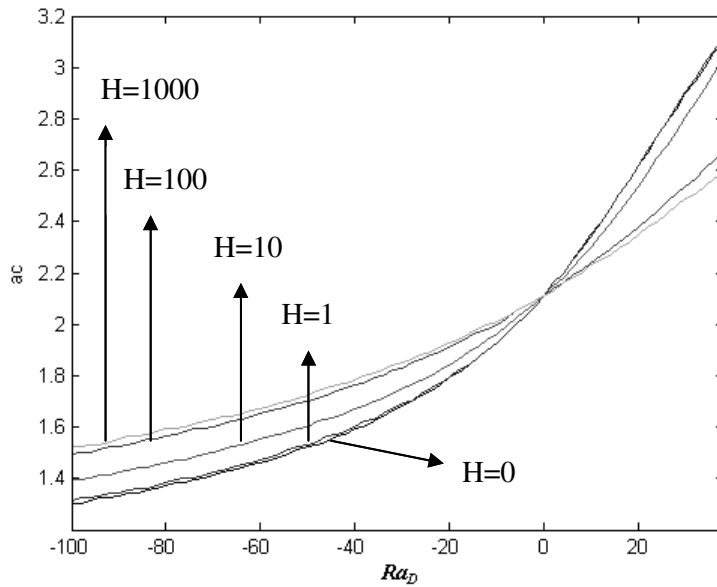
7.1 趨地性微生物在牛頓流體飽合多孔性介質內熱-生物對流穩定性分析

在【圖七】中當臨界生物雷里數為零時 $H=0$ 時 $Ra_D=40$ 、 $H=1$ 時 $Ra_D=42$ 、 $H=10$ 時 $Ra_D=52$ 、 $H=100$ 時 $Ra_D=72$ 以及 $H=1000$ 時 $Ra_D=78$ 。此結果與多孔性介質內的熱對流研究一致[24]。由圖中可以看出臨界生物雷里數隨著熱雷里數之增加而減小。當熱雷里數為負值，代表上表面為高溫下表面為低溫，此時溫度分布對流場有穩定作用，因此需有較大之生物雷里數才能有對流發生。當熱雷里數為正時，代表上表面低溫下表面高溫，此時溫度分布有助於對流的發生，因此較低之臨界生物雷里數就能發生對流。【圖七】亦顯示不同 H 值下的影響。由圖中可以看出，當熱雷里數小於零時， H 值越大其臨界生物雷里數越小，顯示在此情況下，固體與液體間的熱傳會消滅熱溫度分布對於對流影響，因此在較低生物雷里數下就能產生對流。而相反地，當熱雷里數大於零時，固體與液體間的熱交換有穩定流場的作用，在較高的臨界雷里數才能發生對流，這是因為液體與固體進行熱交換的同時，會讓液體的溫度分布較均勻，因此消滅溫度梯度產生的浮力。

【圖八】為熱雷里數對熱-生物對流臨界波數的影響，臨界波數隨著熱雷里數增加而增加。當熱雷里數為負值時隨著 H 增加臨界波數也隨之遞增，當熱雷里數為正值後則隨 H 遞減而增加。



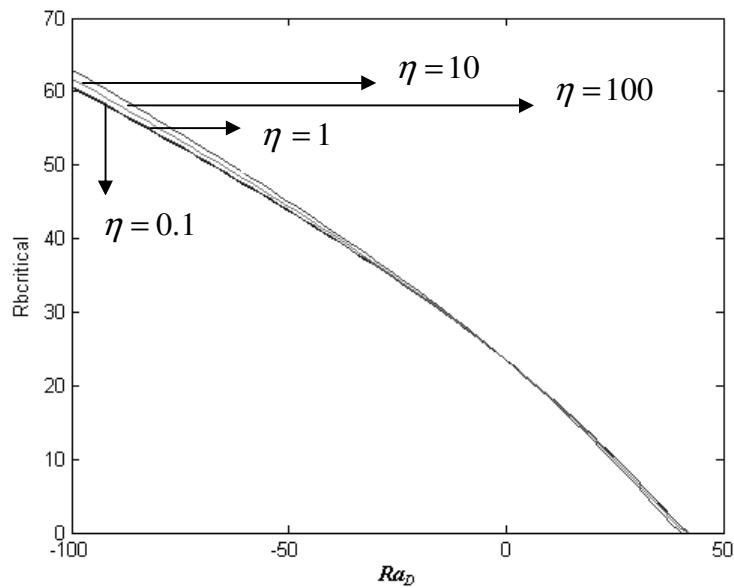
【圖七】不同H值，熱雷里數對臨界生物雷里數的影響



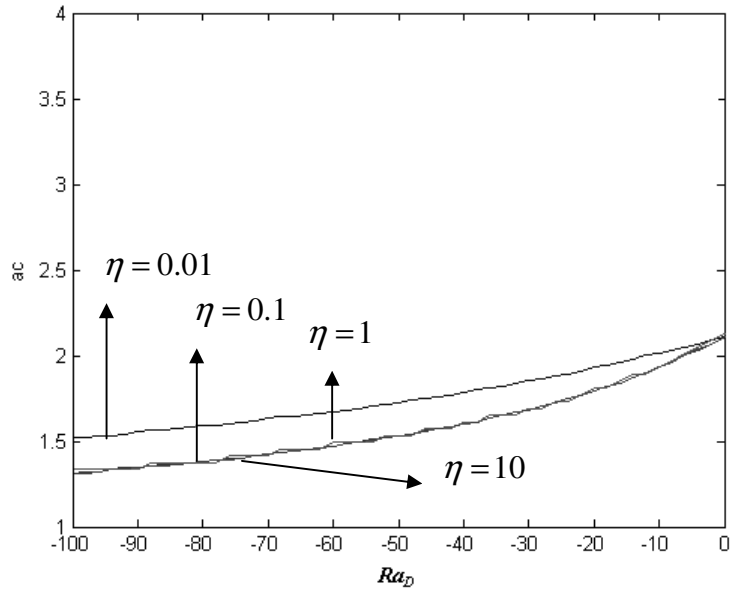
【圖八】不同H值下，熱雷里數對熱-生物對流臨界波數之影響

【圖九】顯示不同孔隙度修正熱傳導係數比(η)下，熱雷里數對熱-生物對流雷里數的影響。圖中顯示孔隙度修正熱傳導係數比對臨界生物雷里數的影響與【圖七】中固體與液體的熱傳係數H值的影響剛好相反。【圖十】顯示孔隙度修正熱傳導係數比對熱-生物對流臨界波數的影響，可看出與【圖七】中H值的影響類似。【圖四】顯示在H=1

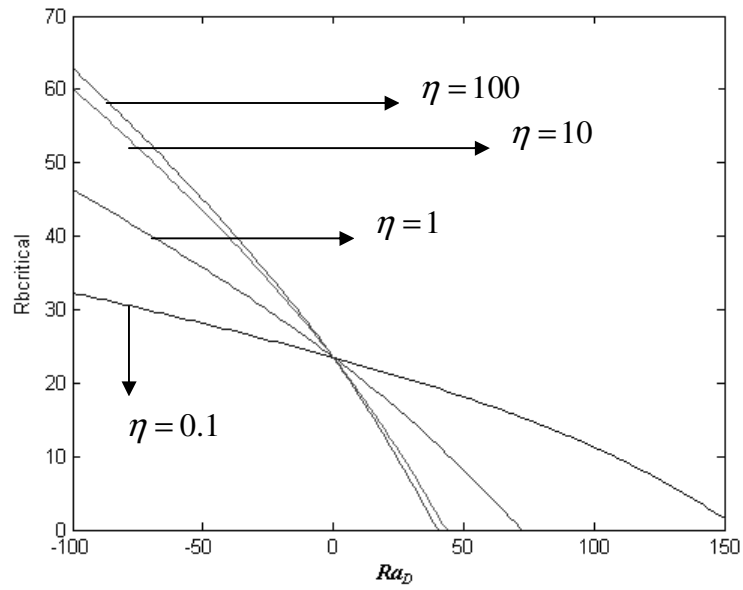
時孔隙度修正熱傳導係數比對於流場的影響很小。【圖十一】為 $H=100$ 時孔隙度修正熱傳導係數比對臨界生物雷里數的影響，與【圖四】比較有明顯的變化，顯示隨著 H 增加 η 對流場的影響會加大。【圖十一】中可看出熱雷里數為負值時孔隙度修正熱傳導係數比越大其熱-生物對流雷里數也越大，顯示孔隙度修正熱傳導係數比越大時固體熱傳係數較小需要比較大的熱-生物對流雷里數才能產生對流。熱雷里數為正值時，熱-生物對流雷里數隨著孔隙度修正熱傳導係數比減少而增加。【圖十二】為 $H=100$ 時熱雷里數對熱-生物對流臨界波數的影響，圖中顯示熱雷里數為負值時臨界波數隨著孔隙度修正熱傳導係數比增加而降低，當熱雷里數為正值時則是相反。



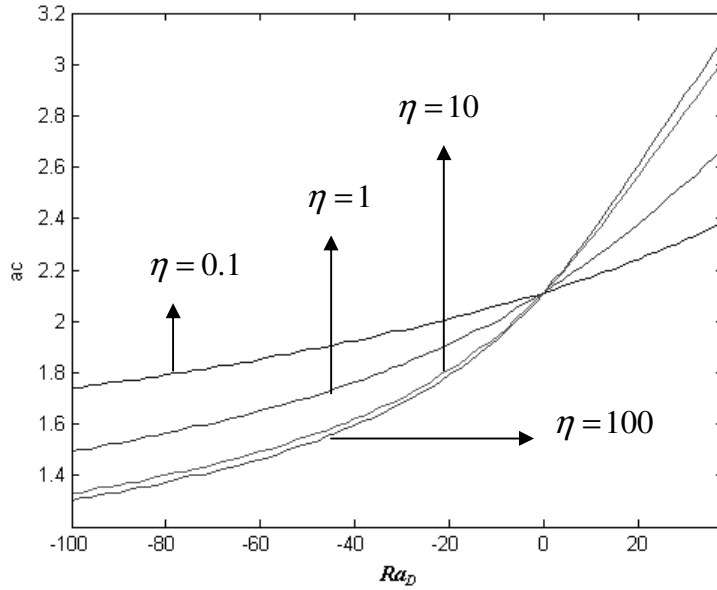
【圖九】 $H=1$ 時不同孔隙度修正熱傳導係數比(η)，熱雷里數對臨界生物雷里數之影響。



【圖十】 $H=1$ 時不同孔隙度修正熱傳導係數比(η)，熱雷里數對熱-生物對流臨界波數之影響。



【圖十一】 $H=100$ 時不同孔隙度修正熱傳導係數比(η)，熱雷里數對臨界生物雷里數之影響。



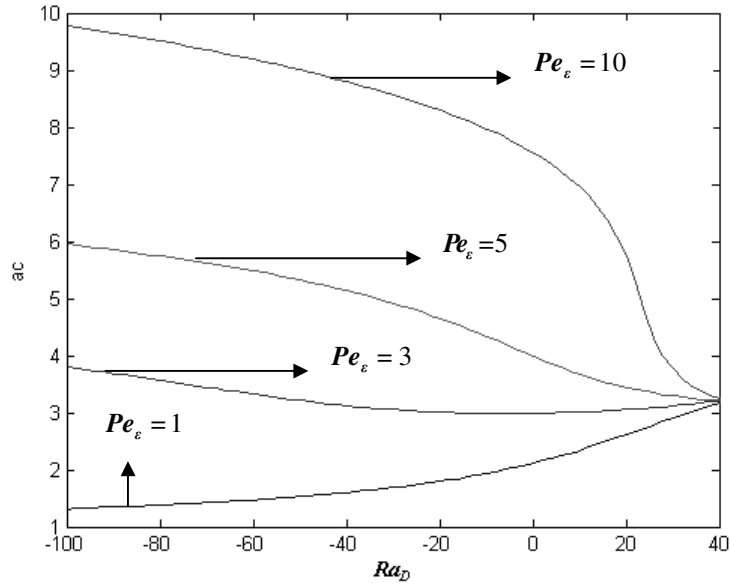
【圖十二】 $H=100$ 時不同孔隙度修正熱傳導係數比(η)，熱雷里數對熱-生物對流臨界波數之影響。

【圖十三】中顯示不同培克萊特數下，熱雷里數對臨界生物雷里數之影響。顯示臨界生物雷里數在隨著培克萊特數增加而遞減。圖中也顯示熱雷里數在不同的培克萊特數下對臨界生物雷里數的影響為單調遞減(monotonically decrease)，顯示增加上表面與下表面溫差有助於生物對流的發生。

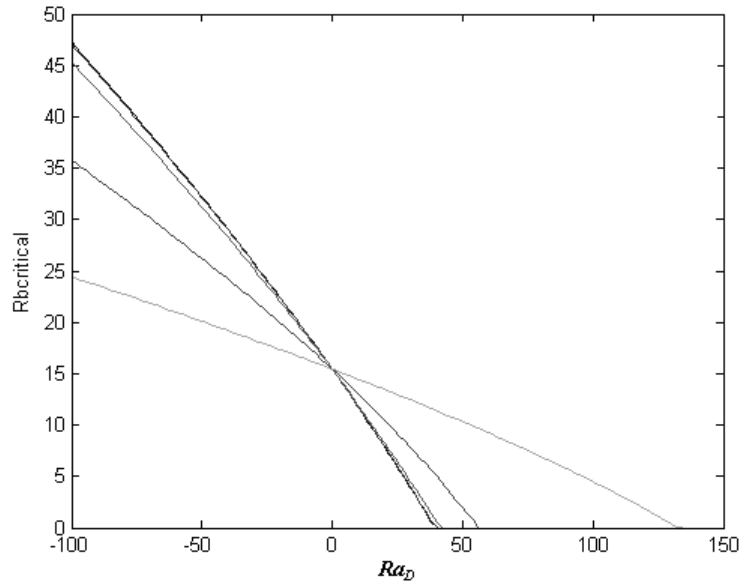
【圖十四】顯示不同培克萊特數下，熱雷里數對熱-生物對流臨界波數的影響。圖中顯示，培克萊特數大於 3 時，臨界熱-生物對流波數(critical wave number of thermo-bioconvection)隨熱雷里數增加而遞減，而當培克萊特數小於 3 時情形剛好相反，熱-生物對流臨界波數隨熱雷里數增加而遞增。不過在單純流體層下，區格此兩趨勢的臨界培克萊特數為 5，本文為多孔性材質內之熱-生物對流，在 $H=1$ 時此臨界培克萊特數為 3。在臨界培克萊特數 3 時，圖中顯示趨於一水平線，代表熱雷里數對於臨界熱-生物對流波數幾乎沒有影響。

【圖十五】為小於臨界培克萊特數($Pe_c=3$)， $Pe_c=2$ 時臨界生物雷里數隨著熱雷里數增加而遞減。熱雷里數為負值時 H 值越大其臨界生物雷里數越小，熱雷里數為正值時 H 值越大則臨界生物雷里數越大。【圖十六】顯示 $Pe_c=2$ 時，隨熱雷里數增加 H 值越大熱-生物對流臨界波數也越大，但 $H=100$ 時其值反而減少。【圖十七】為大於臨界培克萊特數($Pe_c=3$)， $Pe_c=5$ 時臨界生物雷里數也同樣隨著熱雷里數增加，但是整體的臨界生物雷里數比【圖十五】來的低，顯示培克萊特數大於臨界值時的確較容易產生對

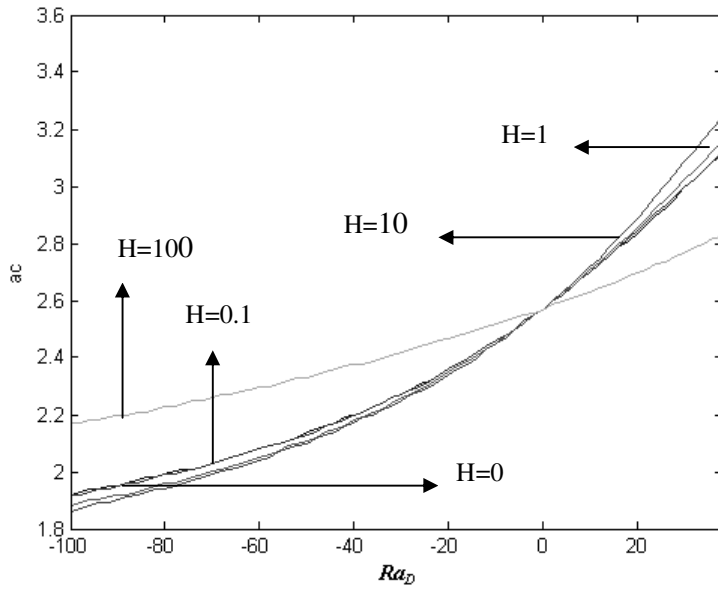
流。【圖十八】 臨界波數隨著熱雷里數增加而減少，在 $H=100$ 時接近一水平線顯示當 H 越大時固體與液體溫度幾乎相近。



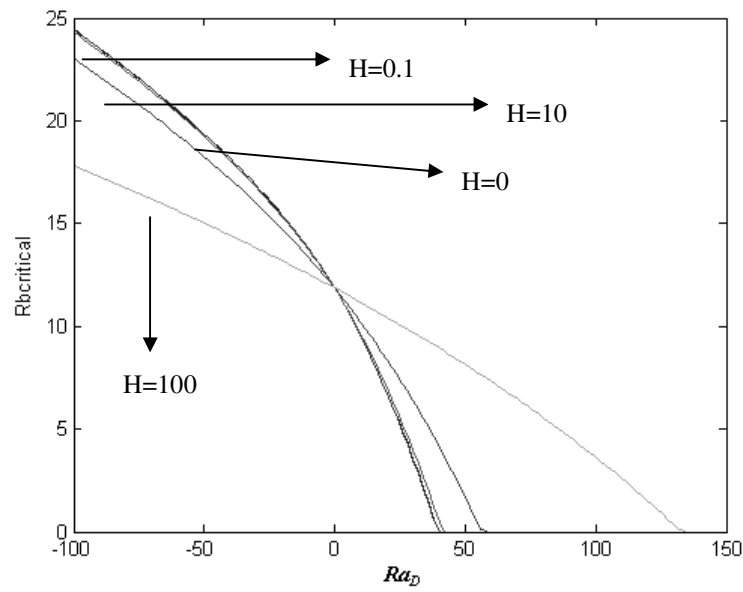
【圖十四】 $H=1$ 時不同培萊克特數 Pe_ϵ ，熱雷里數對熱-生物對流臨界波數的影響。



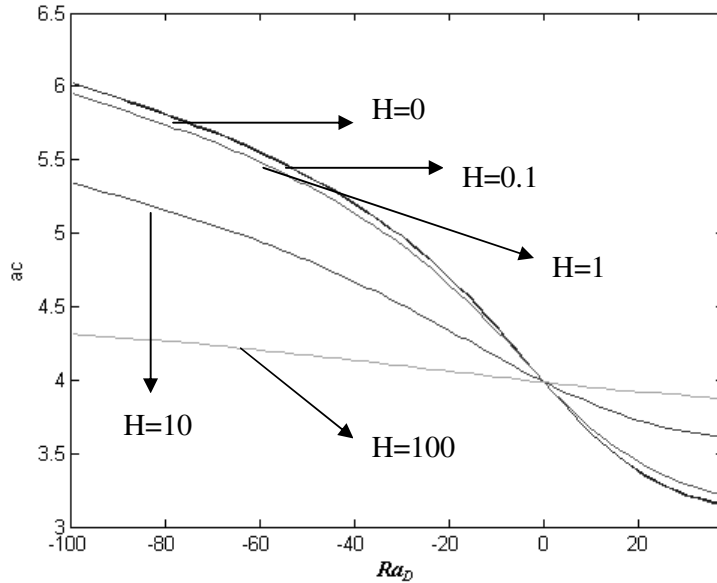
【圖十五】 $H=1$ 、 $Pe_\epsilon=2$ 時，熱雷里數對臨界生物雷里數的影響。



【圖十六】 $H=1$ 、 $Pe_\epsilon=2$ 時，熱雷里數對熱-生物對流臨界波數的影響。

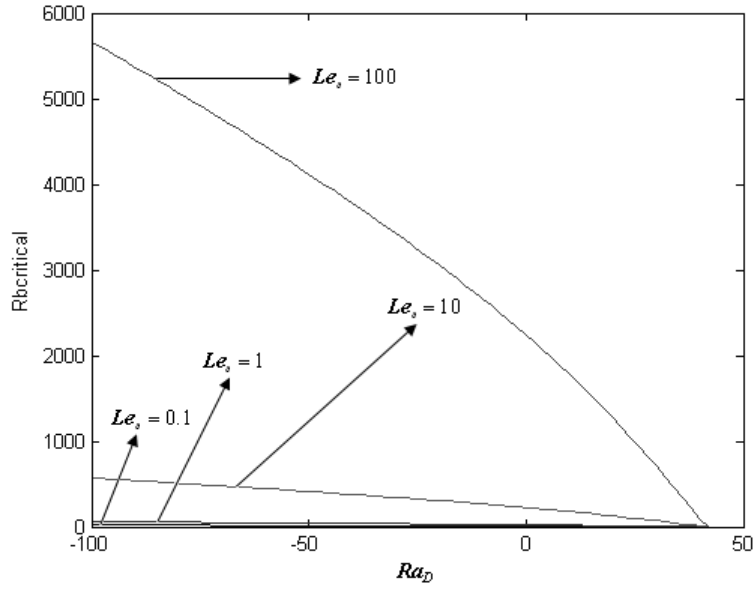


【圖十七】 $H=1$ 、 $Pe_\epsilon=5$ 時，熱雷里數對臨界生物雷里數的影響。

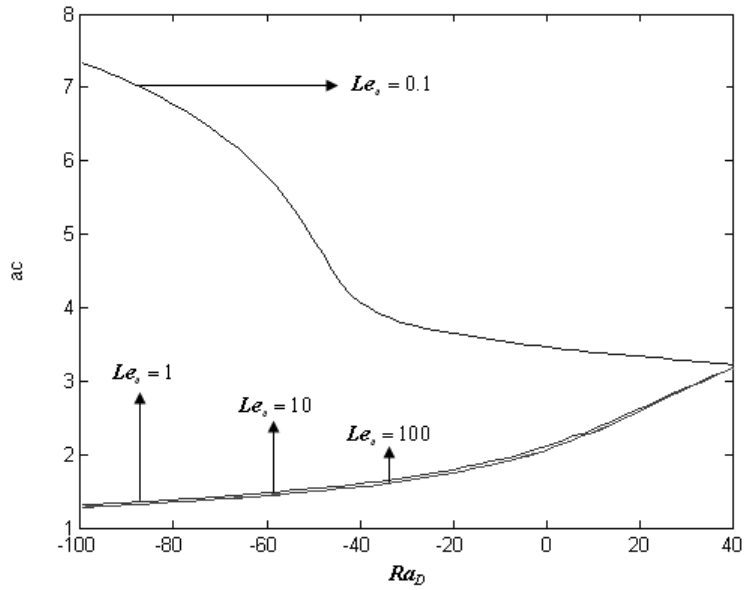


【圖十八】 $H=1$ 、 $Pe_\varepsilon=5$ 時，熱雷里數對熱-生物對流臨界波數的影響。

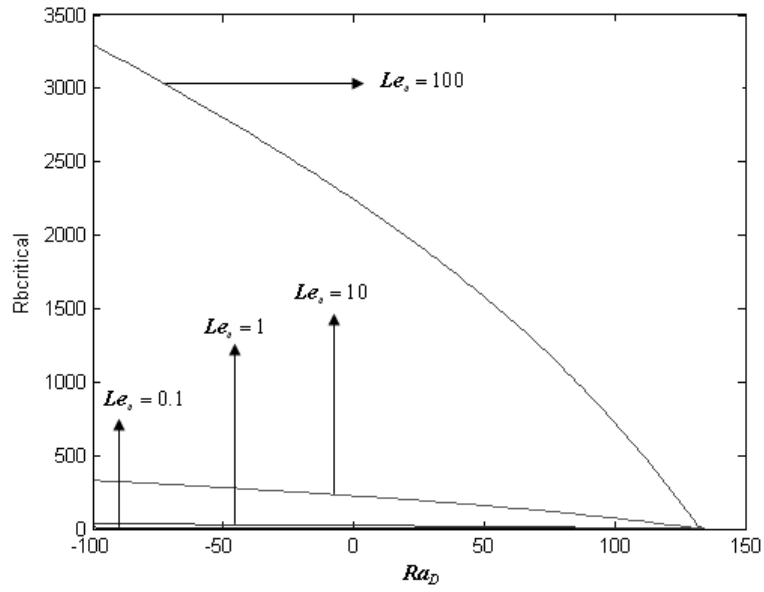
【圖十九】中顯示當 Le_ε 小於或等於1時流體擴散係數較大，相對密度差較大則較易產生對流現象， Le_ε 大於10後因流體擴散係數變小生物對流情況較不易產生。【圖二十】為 $H=1$ 時不同 Le_ε 下，熱雷里數對熱-生物對流臨界波數的影響，在路易斯數較小時($Le_\varepsilon=0.1$)臨界波數隨熱雷里數增加而遞減， $Le_\varepsilon=1$ 、 $Le_\varepsilon=10$ 、 $Le_\varepsilon=100$ 時臨界波數則隨熱雷里數增加而遞增。【圖二十一】為 $H=100$ 時，熱雷里數對臨界生物雷里數的影響，同樣可看出當 $Le_\varepsilon=0.1$ ， $Le_\varepsilon=1$ 時只需要較低的臨界生物雷里數就能產生對流，而隨著Lewis number越大時需要較大的臨界生物雷里數才能產生對流。【圖二十二】為 $H=100$ 時，熱雷里數對熱-生物對流臨界波數的影響，隨著熱雷里數的增加臨界波數也隨之遞增，顯示當 H 越大時對流場的穩定性確實有影響。



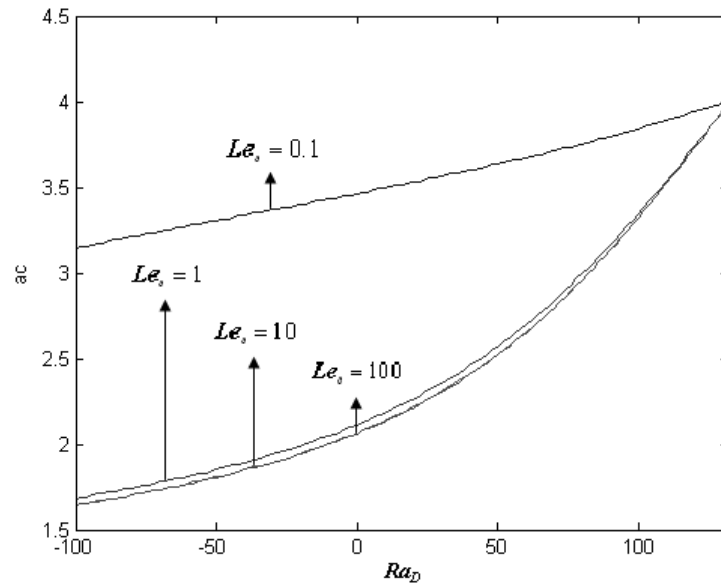
【圖十九】 $H=1$ 時不同路易斯數下，熱雷里數對臨界生物雷里數之影響。



【圖二十】 $H=1$ 時不同路易斯數下，熱雷里數對熱-生物對流臨界波數之影響。

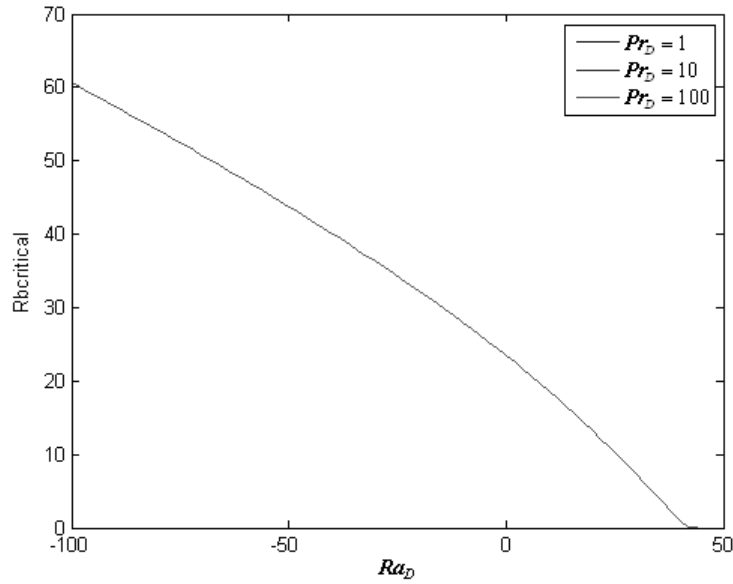


【圖二十一】 $H=100$ 時不同路易斯數下，熱雷里數對臨界生物雷里數之影響。

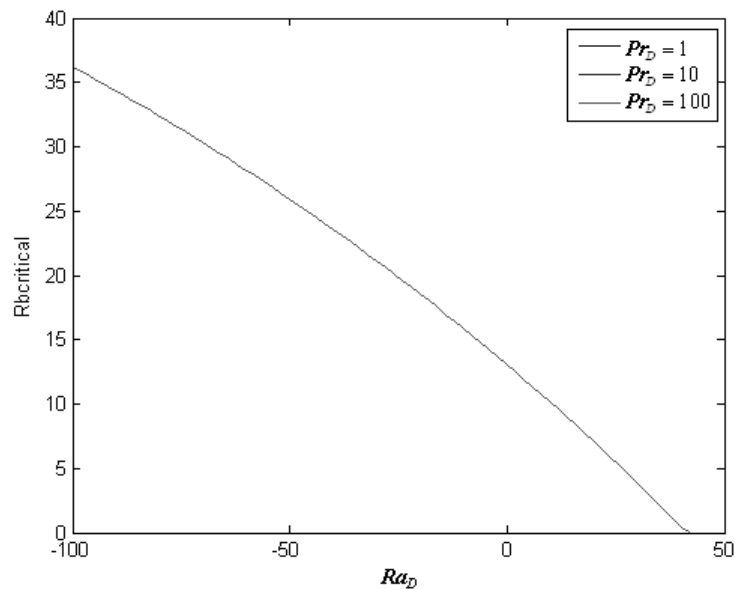


【圖二十二】 $H=100$ 時不同路易斯數下，熱雷里數對熱-生物對流臨界波數之影響。

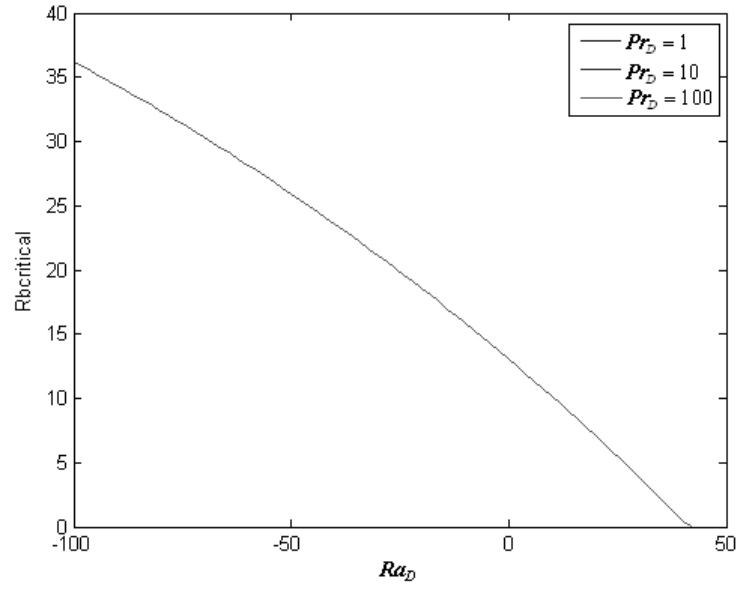
【圖二十三】與【圖二十四】分別 $H=1$ 、 $H=10$ 時不同 Pr_D 的比較，可以看出當 $Pr_D=1$ 、 $Pr_D=10$ 、 $Pr_D=100$ 時其值都是相同。【圖二十五】與【圖二十六】的結果也是與上面類似。結果顯示 Pr_D 的改變並不會對流場的穩定性造成太大的影響。



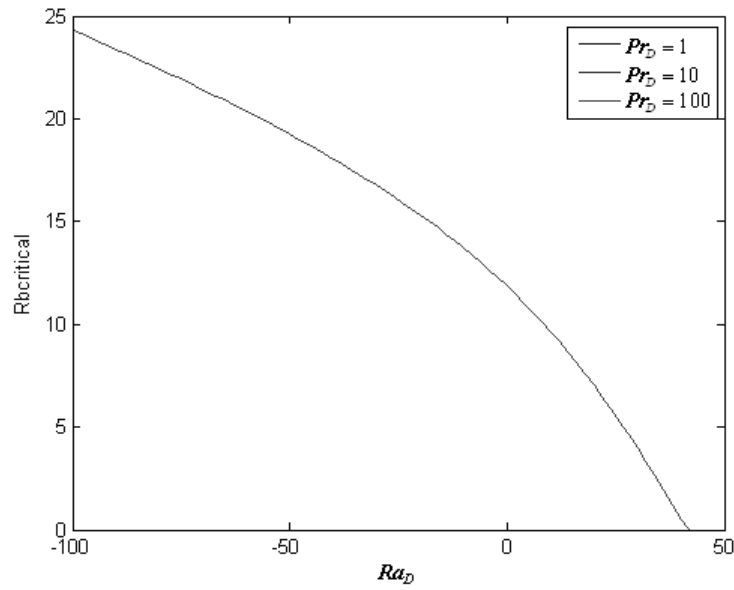
【圖二十三】 $H=1$ 時不同普蘭特下，熱雷里數對臨界生物雷里數之影響。



【圖二十四】 $H=10$ 時不同普蘭特數下，熱雷里數對臨界生物雷里數之影響。



【圖二十五】 $Pe_\epsilon=3$ 時不同普蘭特數下，熱雷里數對臨界生物雷里數之影響。



【圖二十六】 $Pe_\epsilon=5$ 時不同普蘭特數下，熱雷里數對臨界生物雷里數之影響。

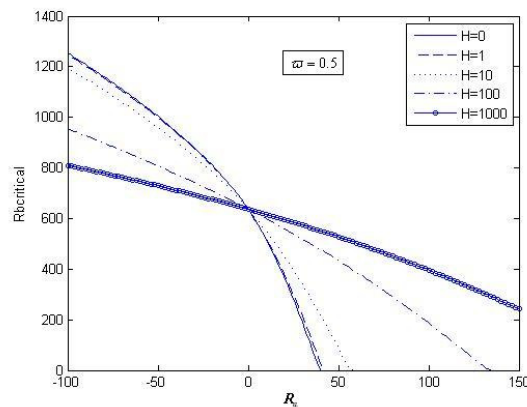
7.2 嗜氧性微生物在牛頓流體飽合多孔性介質內熱-生物對流穩

定性分析

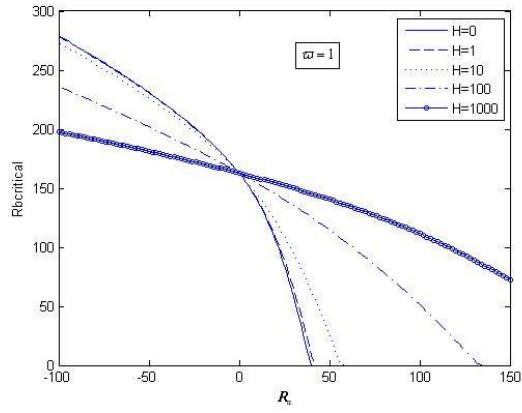
【圖二十七】顯示當培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)為 0.5、1 及 2 時，熱雷里數(R_a)對臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)在不同的無因次兩相熱傳係數(H)下之影響；圖中顯示當臨界生物對流雷里數($R_{bcritical}$)為零時，孔隙度修正熱傳導係數比(η)為 0.2，所對應的熱雷里數(R_a)分別為 $H=0$ 時 $R_a=40$ 、 $H=1$ 時 $R_a=42$ 、 $H=10$ 時 $R_a=58$ 以及 $H=100$ 時 $R_a=134$ 。此結果與多孔性介質內熱對流的研究[33]一致。臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)會隨著熱雷里數(R_a)的增加而減小。由圖中可以看出，當熱雷里數(R_a)為負值，代表上表面為高溫下表面為低溫，此時溫度分布對流場有穩定作用，因此需有較大之臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)才能有對流發生。當熱雷里數(R_a)為正時，代表上表面低溫下表面高溫，此時溫度分布有助於對流的發生，因此較低之臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)就能發生對流。【圖二十七】亦顯示不同的無因次兩相熱傳係數(H)下的影響，當熱雷里數(R_a)小於零時，無因次兩相熱傳係數(H)越大其臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)越小，顯示在此情況下，固體與液體間的熱傳會消減溫度分布對於對流之影響，因此在較低的臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)下就能產生對流。相反地，當熱雷里數(R_a)大於零時，固體與液體間的熱交換有穩定流場的作用，因此在較高的臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)才能發生對流，這是因為液體與固體進行熱交換的同時，會讓液體的溫度分布較均勻，因此消減溫度梯度產生的浮力。【圖二十七(a)】至【圖二十七(c)】則顯示不同培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)下，對系統之影響；圖中可以看出，當熱雷里數(R_a)小於零時，培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)越大，對系統影響越小。相反地，當熱雷里數(R_a)大於零時，培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)越大，對系統影響則越大。【圖二十八】顯示當培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)為 0.5、1 及 2 時，熱雷里數(R_a)對臨界波數(ac)在不同的無因次兩相熱傳係數(H)下之影響；由

圖中可以看出，臨界波數(ac)會隨著熱雷里數(R_a)的增加而減小。【圖二十八(a)】顯示培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ϖ)為0.5時，當熱雷里數(R_a)為負值，無因次兩相熱傳係數(H)小於100，臨界波數(ac)則隨著無因次兩相熱傳係數(H)增加而遞減；而無因次兩相熱傳係數(H)大於100，臨界波數(ac)則隨著無因次兩相熱傳係數(H)增加而遞增。相反地，當熱雷里數(R_a)為正值，無因次兩相熱傳係數(H)小於100，臨界波數(ac)則隨著無因次兩相熱傳係數(H)增加而遞增；而無因次兩相熱傳係數(H)大於100，臨界波數(ac)則隨著無因次兩相熱傳係數(H)增加而遞減。【圖二十八(b)】及【圖二十八(c)】則顯示培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ϖ)為1及2時，當熱雷里數(R_a)為負值，無因次兩相熱傳係數(H)值越大則臨界波數(ac)越小。相反地，當熱雷里數(R_a)為正值，無因次兩相熱傳係數(H)越大則臨界波數(ac)越大。這是因為當培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ϖ)越小，系統與多孔性材質內單純熱對流問題越相似；由Banu和Rees[33]探討多孔性材質內熱對流之研究中可知，當無因次兩相熱傳係數(H)增加時，會發現一最大臨界波數(ac)，此時對應的無因次兩相熱傳係數(H)則為一臨界值，當無因次兩相熱傳係數(H)超過此臨界值，則臨界波數(ac)便開始隨無因次兩相熱傳係數(H)增加而遞減。

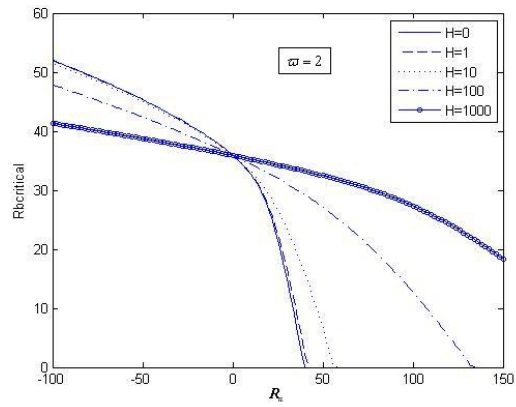
(a)



(b)

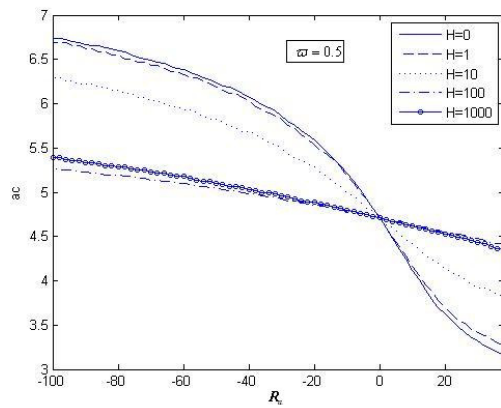


(c)

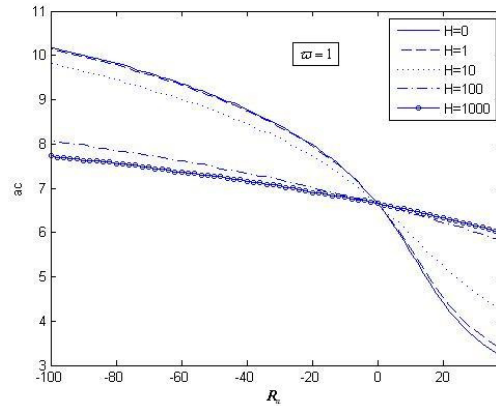


【圖二十七】不同無因次兩相熱傳係數(H)下，熱雷里數(R_a)對臨界生物雷里數 ($R_{bcritical}$)之影響(a) $\omega = 0.5$, (b) $\omega = 1$, (c) $\omega = 2$ 。

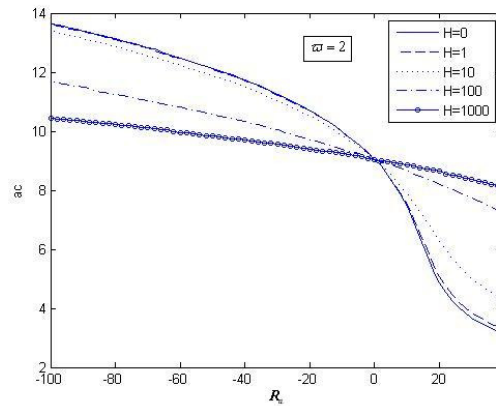
(a)



(b)



(c)



【圖二十八】不同無因次兩相熱傳係數(H)下，熱雷里數(R_a)對臨界波數(ac)之影響(a) $\omega = 0.5$ ，(b) $\omega = 1$ ，(c) $\omega = 2$ 。

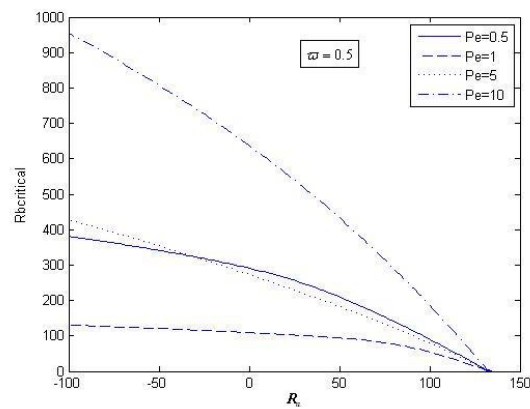
【圖二十九】顯示在培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)為 0.5、1 及 2 中，熱雷里數(R_a)對臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)在不同的培萊克特數(Pe)下之影響；【圖二十九】中可以看出，當培萊克特數(Pe)小於 1 時，臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)會隨著培萊克特數(Pe)增加而遞減；而當培萊克特數(Pe)大於 1 時，臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)則會隨著培萊克特數(Pe)增加而遞增。 ω 為培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積，當培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)固定時，培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)是成反比的關係，此時改變培萊克特數(Pe)時，氧消耗率及擴散率的比值(β)亦會改變，因此呈現【圖二

十九】結果之趨勢。【圖三十】顯示在培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)為 0.5、1 及 2 中，熱雷里數(R_a)對臨界波數(ac)在不同的培萊克特數(Pe)下之影響；【圖三十(a)】顯示培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)為 0.5 時，當培萊克特數(Pe)為 0.5、1 及 5，臨界波數(ac)會隨熱雷里數(R_a)增加而遞增，而當培萊克特數(Pe)為 10，情形則與培萊克特數(Pe)為 0.5、1 及 5 時之情形相反。【圖三十(b)】顯示培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)為 1 時，當培萊克特數(Pe)為 0.5，臨界波數(ac)不會受熱雷里數(R_a)變化而影響，顯示趨於一水平線，當培萊克特數(Pe)為 1 時，臨界波數(ac)會隨熱雷里數(R_a)增加而遞增，而當培萊克特數(Pe)為 5 及 10，情形剛好與培萊克特數(Pe)為 1 時相反。【圖三十(c)】顯示培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)為 2 時，當培萊克特數(Pe)為 0.5 及 1，臨界波數(ac)會隨熱雷里數(R_a)增加而遞增，相反地，當培萊克特數(Pe)為 5 及 10，臨界波數(ac)會隨熱雷里數(R_a)增加而遞減。【圖三十】亦顯示在培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)為 0.5、1 及 2 中，培萊克特數(Pe)對臨界波數(ac)之影響與【圖二十九】中培萊克特數(Pe)對臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)之影響類似。

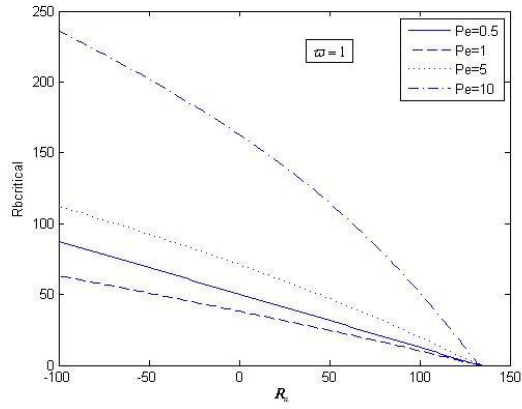
【圖三十一】顯示當氧消耗率及擴散率的比值(β)為 1 時，不同的培萊克特數(Pe)下，熱雷里數對(R_a)臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)之影響。由圖中可以看出臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)會隨著培萊克特數(Pe)增加而遞減，培萊克特數(Pe)代表嗜氧性微生物游動能力與微生物濃度擴散能力的比值，表示游動能力越大，微生物越容易聚集從而產生對流。圖中也顯示熱雷里數(R_a)在不同的培萊克特數(Pe)下對臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)的影響為單調遞減(monotonically decrease)，顯示增加上下表面溫差有助於生物對流的發生。【圖三十二】則顯示氧消耗率及擴散率的比值(β)為 1 時，不同的培萊克特數(Pe)下，熱雷里數對(R_a)臨界波數(ac)之影響；圖中顯示培萊克特數(Pe)大

於 1 時，臨界波數(ac)隨熱雷里數(R_a)增加而遞減，而當培萊克特數(Pe)小於 1 時，臨界波數(ac)則隨熱雷里數(R_a)增加而遞增。不過在單純流體層下，區格此兩趨勢的臨界培萊克特數為 5，本論文研究為多孔性材質內之熱-生物對流，在無因次兩相熱傳係數(H)為 100 時，臨界培萊克特數為 1。在臨界培萊克特數 1 時，【圖三十二】顯示趨於一水平線，表示熱雷里數(R_a)對於臨界波數(ac)幾乎沒有影響。

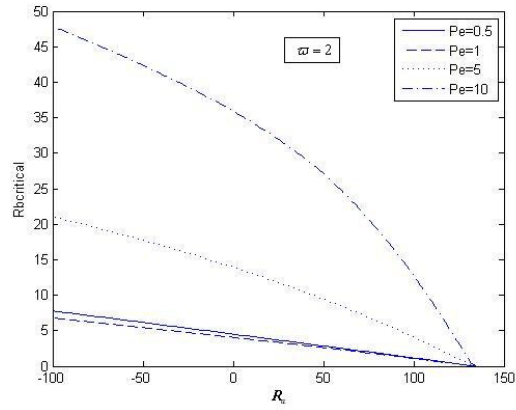
(a)



(b)

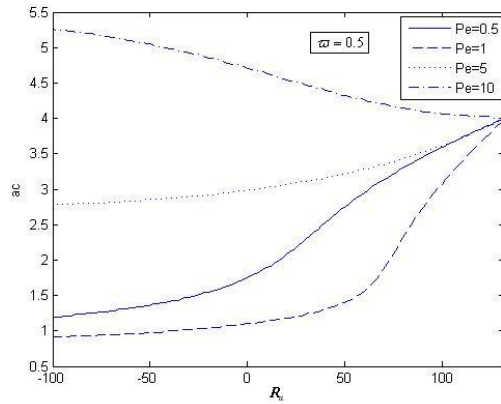


(c)

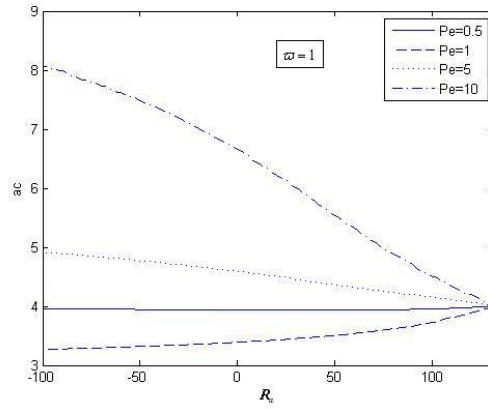


【圖二十九】不同培萊克特數(Pe)下，熱雷里數(R_a)對臨界生物雷里數(Rcritical)之影響(a) $\omega = 0.5$ ，(b) $\omega = 1$ ，(c) $\omega = 2$ 。

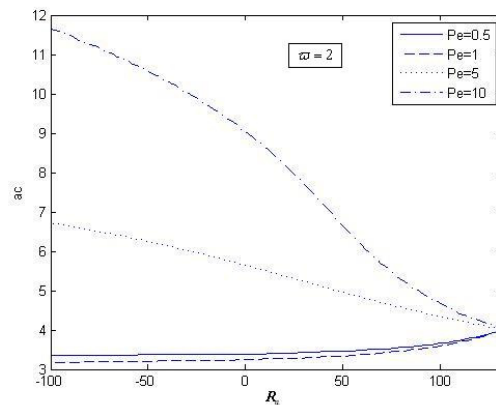
(a)



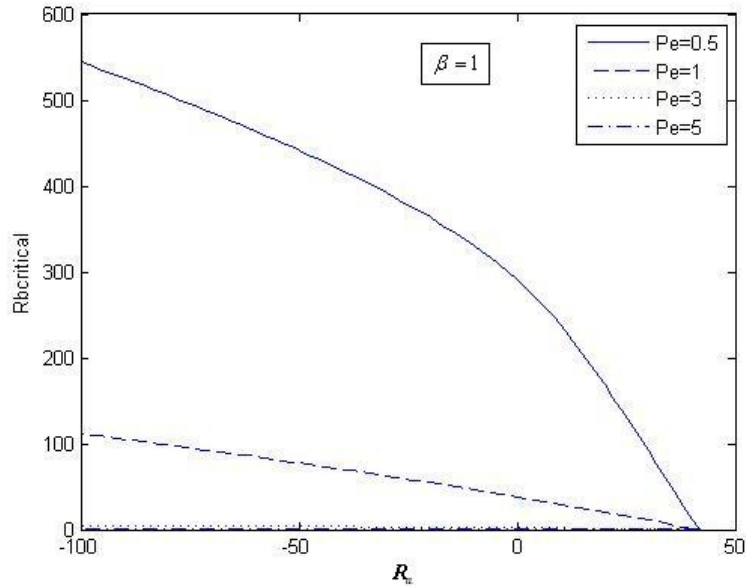
(b)



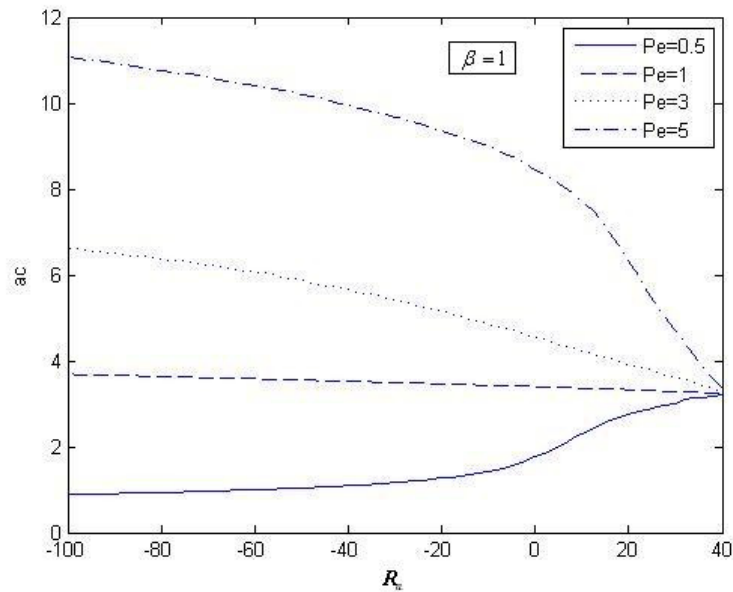
(c)



【圖三十】不同培萊克特數(Pe)下，熱雷里數(R_a)對臨界波數(ac)之影響(a) $\omega = 0.5$ ，(b) $\omega = 1$ ，(c) $\omega = 2$ 。

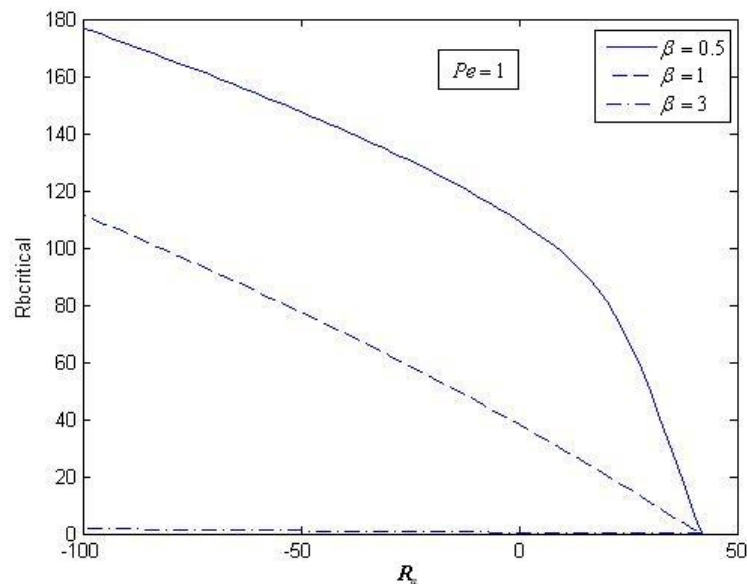


【圖三十一】 當氧消耗率及擴散率的比值(β)為 1 時，不同培萊克特數(Pe)下，熱雷里數(R_a)對臨界生物雷里數($R_{critical}$)之影響。

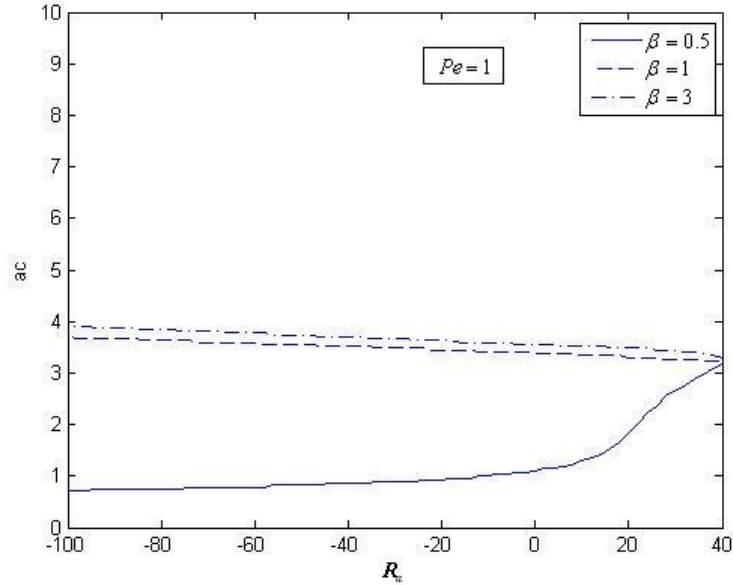


【圖三十二】 當氧消耗率及擴散率的比值(β)為 1 時，不同培萊克特數(Pe)下，熱雷里數(R_a)對臨界波數(ac)之影響。

【圖三十三】顯示熱雷里數(R_a)對臨界生物雷里數($R_{critical}$)在不同的氧消耗率及擴散率的比值(β)下之影響:由圖中可以看出,臨界生物雷里數($R_{critical}$)會隨著氧消耗率及擴散率的比值(β)增加而遞減。氧消耗率及擴散率的比值(β)代表微生物對氧的消耗率與氧濃度擴散率的比值,因此氧消耗率及擴散率的比值(β)越大時,表示氧消耗率越大,越能趨使微生物游動,則較容易有對流現象發生。【圖三十四】則顯示熱雷里數(R_a)對臨界波數(ac)在不同的氧消耗率及擴散率的比值(β)下之影響:圖中顯示氧消耗率及擴散率的比值(β)對臨界波數(ac)之影響與【圖三十三】氧消耗率及擴散率的比值(β)對臨界生物雷里數($R_{critical}$)之影響相反。



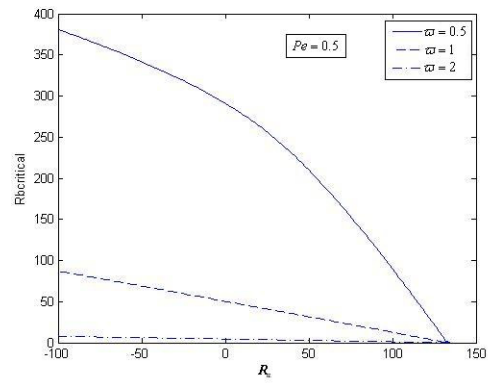
【圖三十三】 當培萊克特數(Pe)為 1 時,不同氧消耗率及擴散率的比值(β)下,熱雷里數(R_a)對臨界生物雷里數($R_{critical}$)之影響。



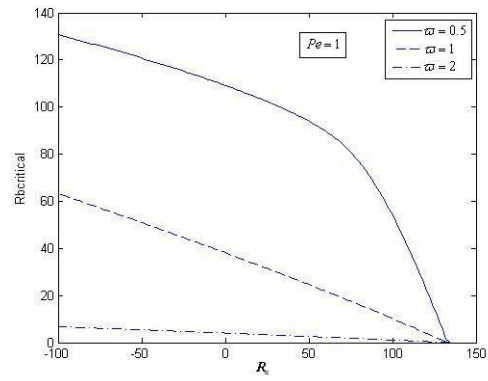
【圖三十四】 當培萊克特數(Pe)為 1 時，不同氧消耗率及擴散率的比值(β) 下，熱雷里數(R_a)對臨界波數(ac)之影響。

【圖三十五】 顯示當培萊克特數(Pe)為 0.5、1 及 5 時，熱雷里數(R_a)對臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)在不同的培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)下之影響；由圖中可以看出，臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)會隨著培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)增加而遞減。 ω 為培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)的乘積，視為一常數，因此當培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)越大時，培萊克特數(Pe)及氧消耗率及擴散率的比值(β)相對的也會越大，則較容易有對流發生。【圖三十六】 則顯示當培萊克特數(Pe)為 0.5、1 及 5 時，熱雷里數(R_a)對臨界波數(ac) 在不同的培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)下之影響；圖中顯示培萊克特數(Pe)為 0.5 及 1 時，當培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)小於 1，臨界波數(ac)隨著培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)增加而遞增，而培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)大於 1，臨界波數(ac)則隨著培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)增加而遞減。當培萊克特數(Pe)為 5 時，臨界波數(ac)隨著培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)增加而遞增。

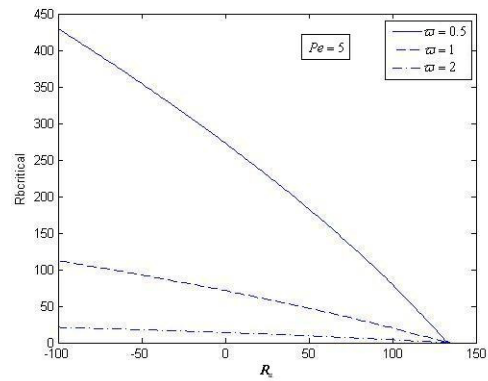
(a)



(b)



(c)

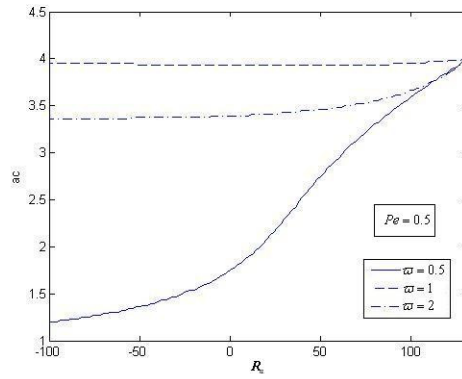


【圖三十五】 不同的培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)下，

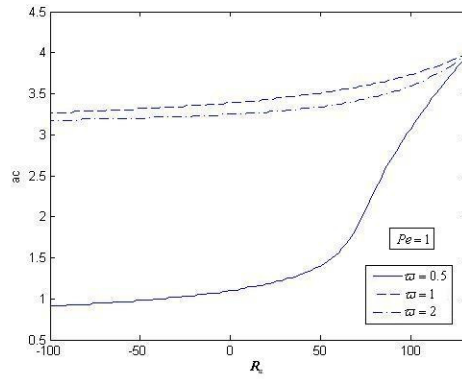
熱雷里數(R_a)對臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)之影響(a) $Pe=0.5$ ，(b) $Pe=1$ ，(c)

$Pe=5$ 。

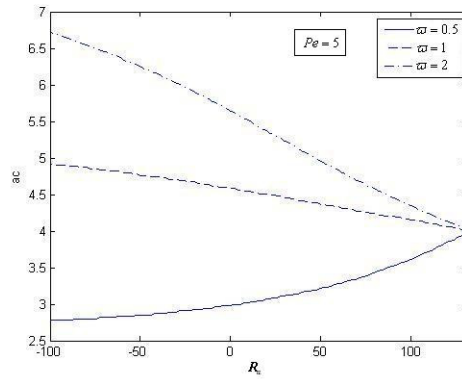
(a)



(b)



(c)



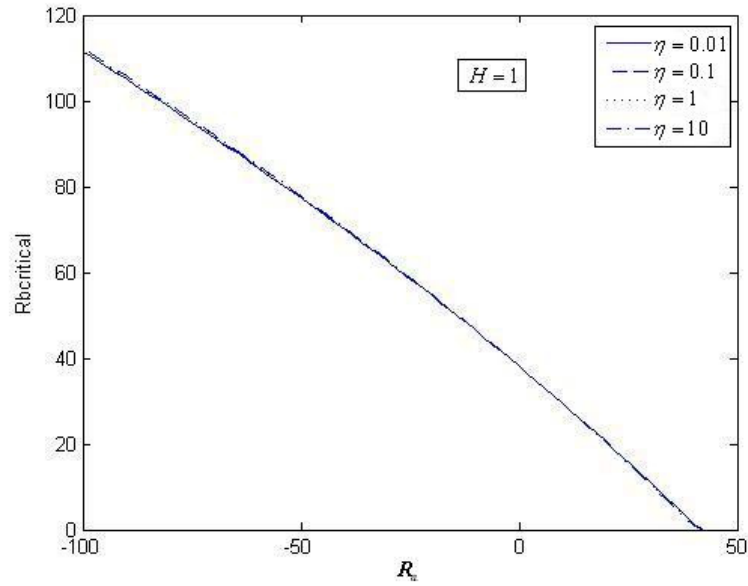
【圖三十六】 不同的培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)下，
熱雷里數 (R_a) 對 臨 界 波 數 (a_c) 之 影 響 。
(a) $Pe=0.5$, (b) $Pe=1$, (c) $Pe=5$ 。

【圖三十七】顯示當無因次兩相熱傳係數(H)為1及100時，熱雷里數(R_a)對臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)在不同的孔隙度修正熱傳導係數比(η)下之影響；圖中顯示當無因次兩相熱傳係數(H)為1時，如【圖三十七(a)】，此時孔隙度修正熱傳導係數比(η)對系統之影響較小，因此無法明確的判斷孔隙度修正熱傳導係數比(η)對系統之影響。而當無因次兩相熱傳係數(H)越大時，孔隙度修正熱傳導係數比(η)對系統之影響則越明顯。【圖三十七(b)】則顯示當熱雷里數(R_a)小於零時，臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)隨著孔隙度修正熱傳導係數比(η)增加而遞增。而當熱雷里數(R_a)大於零時，臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)則隨著孔隙度修正熱傳導係數比(η)增加而遞減。孔隙度修正熱傳導係數比(η)為流體與固體熱傳導係數之比值，因此當熱雷里數(R_a)小於零時，上表面溫度較下表面高，溫度分佈有穩定流場作用，此時固體與液體的溫度交換便有助於對流發生，因此當孔隙度修正熱傳導係數比(η)較小時，表示固體的熱傳導係數較高，則有助於對流發生，臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)便會隨著孔隙度修正熱傳導係數比(η)增加而遞增。相反地，當熱雷里數(R_a)大於零時，下表面溫度較上表面高，溫度分佈有助於對流發生，因此當孔隙度修正熱傳導係數比(η)較大時，表示液體的熱傳導係數較高，則有助於對流發生，臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)便會隨著孔隙度修正熱傳導係數比(η)值增加而遞減。

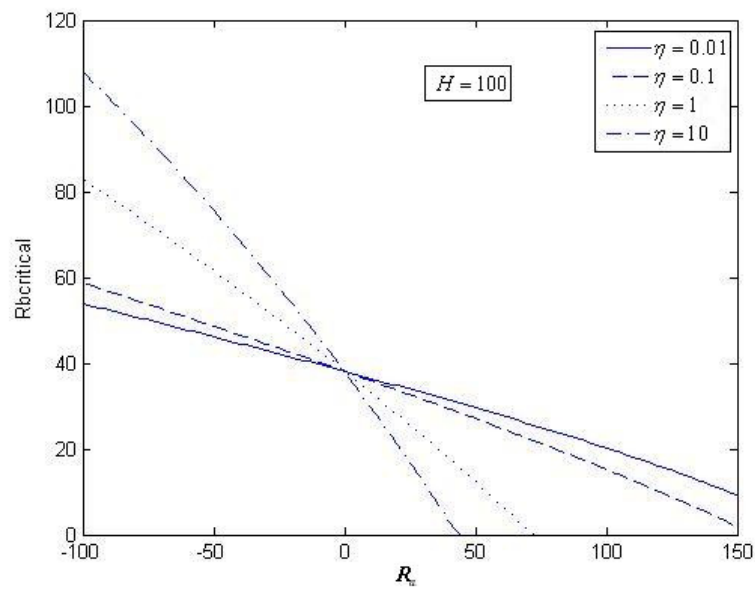
【圖三十八】顯示當無因次兩相熱傳係數(H)為1及100時，熱雷里數(R_a)對臨界波數(ac)在不同的孔隙度修正熱傳導係數比(η)下之影響；【圖三十八(a)】結果顯示亦是由於無因次兩相熱傳係數(H)較小，因此影響較不明顯。而【圖三十八(b)】則顯示當孔隙度修正熱傳導係數比(η)為0.01及0.1時，臨界波數(ac)會隨著熱雷里數(R_a)增加而遞增。而當孔隙度修正熱傳導係數比(η)為1及10時，臨界波數(ac)會隨著熱雷里數(R_a)增加而遞減。【圖三十八(b)】亦顯示，當雷里數(R_a)小於零時，臨界波數(ac)會

隨著孔隙度修正熱傳導係數比(η)增加而遞增。而當雷里數(R_a)大於零時，臨界波數
 (ac)會隨著孔隙度修正熱傳導係數比(η)增加而遞減。

(a)



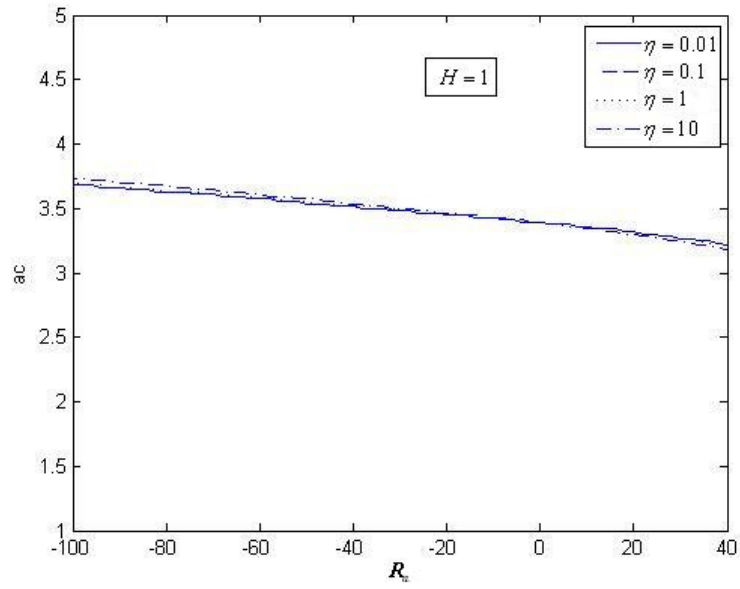
(b)



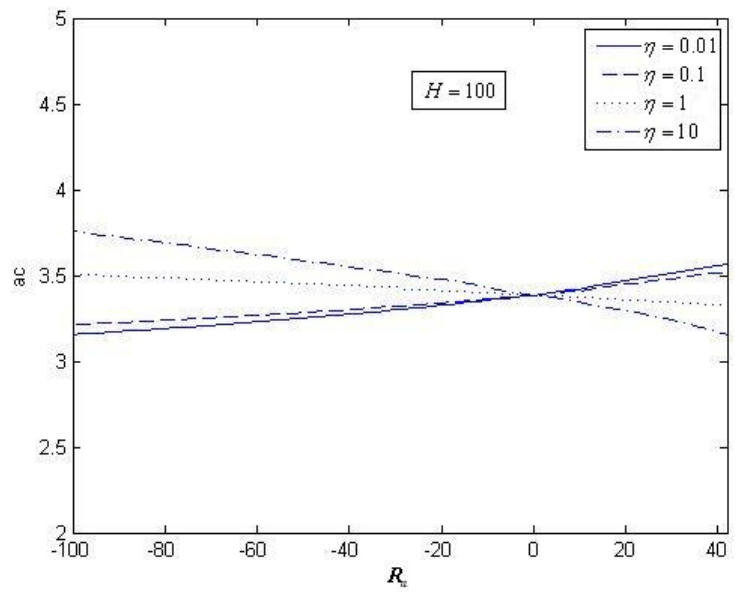
【圖三十七】不同的孔隙度修正熱傳導係數比(η)下，熱雷里數(R_a)對臨界生物雷里

數($R_{critical}$)之影響。(a) $H=1$ ，(b) $H=100$ 。

(a)

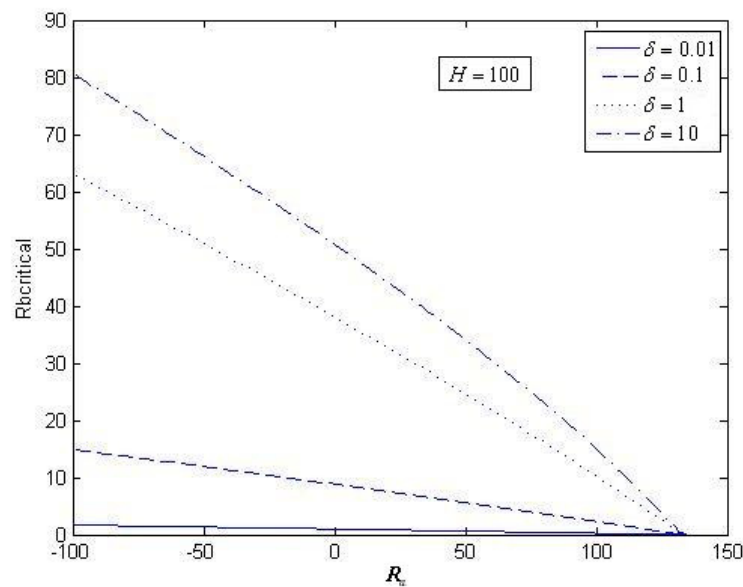


(b)



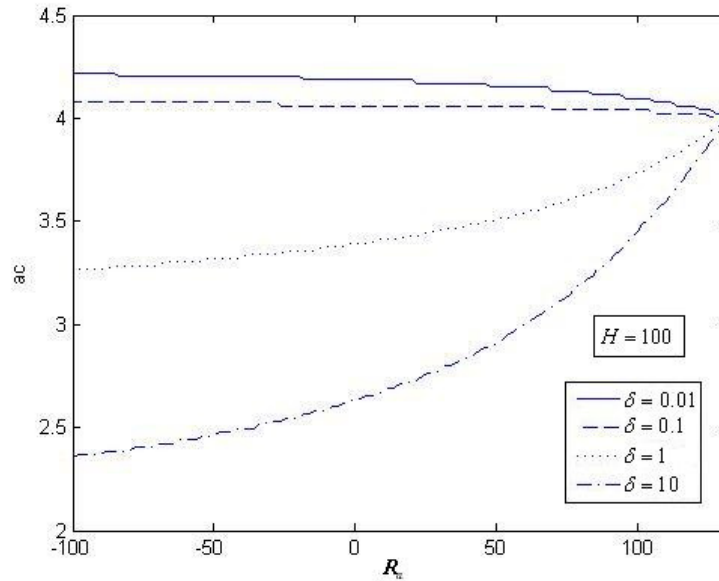
【圖三十八】不同的孔隙度修正熱傳導係數比(η)下，熱雷里數(R_a)對臨界波數(ac)之影響。(a) $H=1$ ，(b) $H=100$ 。

【圖三十九】顯示當無因次兩相熱傳係數(H)為100時，熱雷里數(R_a)對臨界生物對流雷里數($R_{bcritical}$)在不同的濃度擴散係數比(δ)下之影響；圖中顯示臨界生物對流雷里數($R_{bcritical}$)隨著濃度擴散係數比(δ)增加而遞增。濃度擴散係數比(δ)代表氧濃度與微生物濃度擴散係數的比值，因此當濃度擴散係數比(δ)越大，表示氧濃度擴散係數越大，使氧的分佈較均勻，因此削減氧濃度梯度，也削減了微生物的游動能力，有穩定流場的作用。相反地，當濃度擴散係數比(δ)越小，氧濃度擴散係數則越小，使得氧濃度梯度增加，因而增加微生物的游動能力，此時在較低的臨界生物對流雷里數($R_{bcritical}$)下就能產生對流。【圖四十】顯示熱雷里數(R_a)對臨界波數(ac)在不同的濃度擴散係數比(δ)下之影響；圖中顯示當濃度擴散係數比(δ)較小時，熱雷里數(R_a)對臨界波數(ac)的影響較小，而當濃度擴散係數比(δ)為1及10時，臨界波數(ac)會隨熱雷里數(R_a)增加而遞增。圖中亦顯示，臨界波數(ac)會隨濃度擴散係數比(δ)增加而遞減。



【圖三十九】不同的濃度擴散係數比(δ)下，熱雷里數(R_a)對臨界生物雷里數

($R_{b,critical}$)之影響。



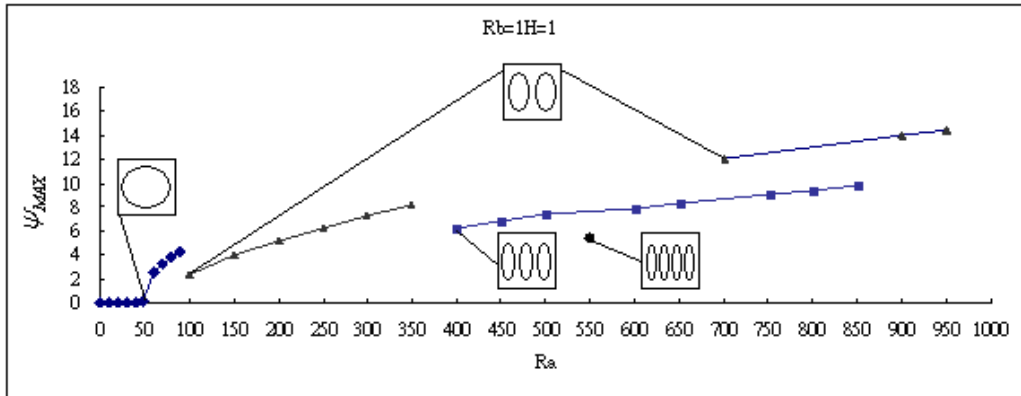
【圖四十】不同的濃度擴散係數比(δ)下，熱雷里數(R_a)對臨界波數(ac)之影響。

7.3 趨地性微生物在牛頓流體飽合多孔性介質內熱-生物對流流場分析

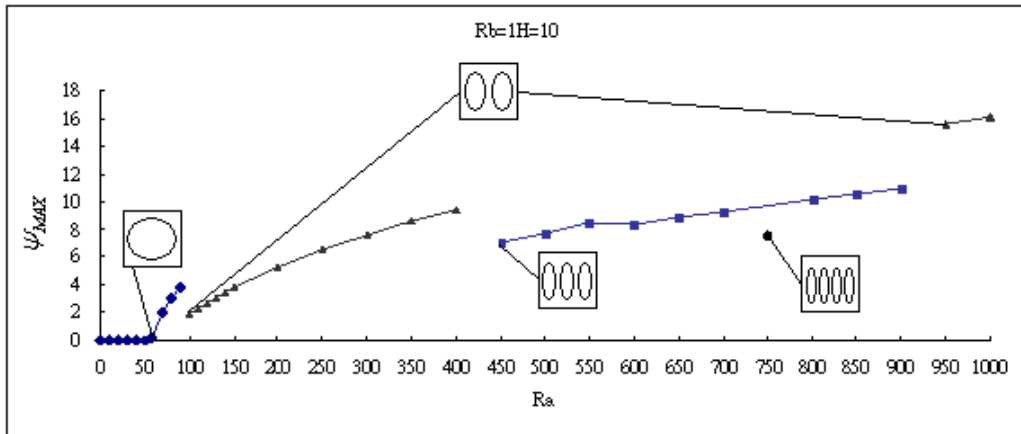
由【圖四十一】可知當生物對流雷里數 $R_b = 1$ 、無因次兩相熱傳係數 $H = 1$ ，熱雷里數 R_a 漸漸增大時，在熱雷里數 $R_a = 49$ 可以發現分岔發生，會由熱傳導過渡成熱對流現象，對流流線圖如【圖四十二(a)】所示，【圖四十二(b)】趨地性微生物受到流體流動的影響，會被開始動起來的流體帶至左上角落聚集。隨著流體開始流動，會造成溫度分佈出現變化，從【圖四十二(c)】可以發現流體溫度開始有彎曲現象發生。隨著增加無因次兩相熱傳係數至 $H = 10$ ，【圖四十一(b)】發現熱雷里數 $R_a = 59$ 才會有熱傳導到熱對流的分岔現象發生，【圖四十一(c)】當無因次兩相熱傳係數 $H = 100$ 時，熱傳導到熱對流的分岔現象延遲至熱雷里數 $R_a = 64$ 才發生。由【圖四十二(c)】、【圖四十三(c)】、【圖四十四(c)】三張流體溫度分佈圖，可知隨著無因次兩相熱傳係數 H 為 1、10、100 時，流體溫度分佈顯示流場對流效果降低，同時固體與液體的溫度在較高的 H 值會較接近；由此可知，相同的生物對流雷里數 R_b ，在較低無因次兩相熱傳係數 H 下，固體與液體間的熱傳會降低，此時液體的對流會增加，因此在較低熱雷里數 R_a 下就能產生對流。較高無因次兩相熱傳係數 H 條件下，固體與液體間的熱交換有穩定流場的作用，故在較高的熱雷里數 R_a 才能發生對流，這是因為液體與固體進行熱交換的同時，會讓液體的溫度分佈較均勻，因此降低溫度梯度產生的浮力。流體的溫度分佈同

時也影響生物濃度分佈，無因次兩相熱傳係數 H 增大，對流幾乎不存在，此時濃度分佈如【圖四十四(b)】所示，生物濃度呈現層狀分佈。 $H=1$ 與 $H=10$ 對流發生時，濃度分部曲線會有彎曲現象，兩者互相比較，在 $H=1$ 時有較強的對流發生，濃度分佈會比 $H=10$ 時較為均勻。

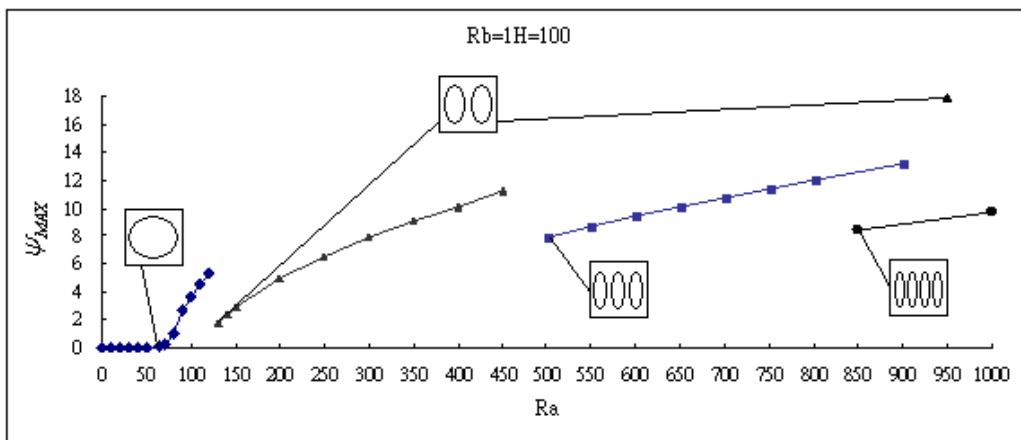
(a)



(b)

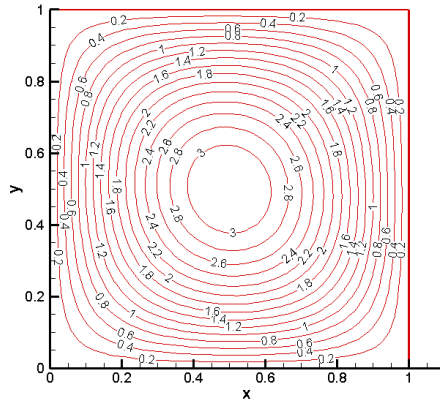


(c)

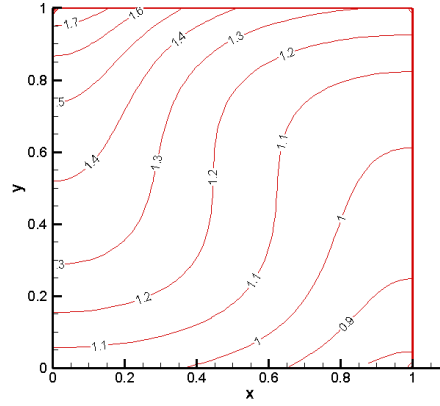


【圖四十一】在相同的生物雷里數($Rb=1$)，而不同無因次兩相熱傳係數(H) 之

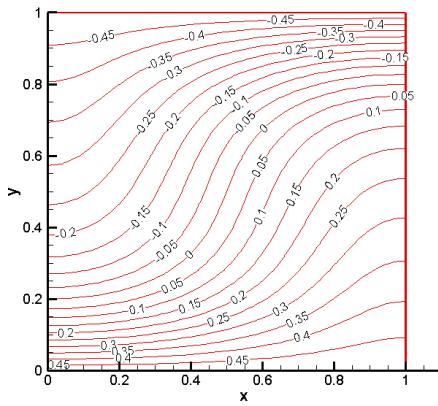
流場分佈圖(a) $H=1$ ，(b) $H=10$ ，(c) $H=100$



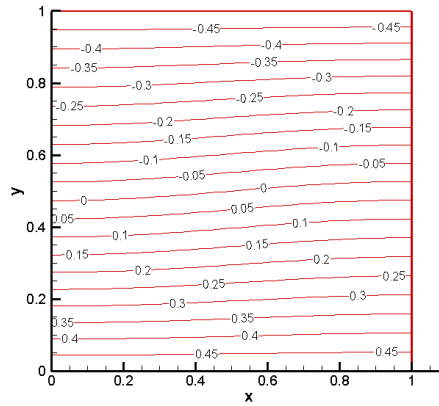
(a)流線圖



(b)微生物濃度分佈圖



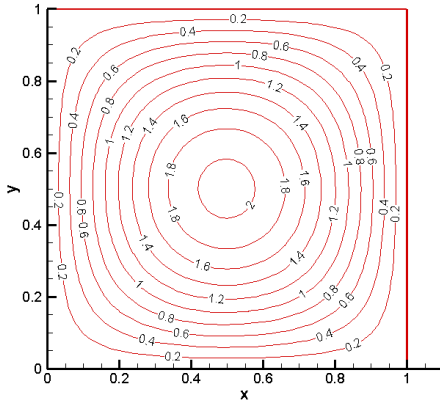
(c)流體溫度(T_f)分佈圖



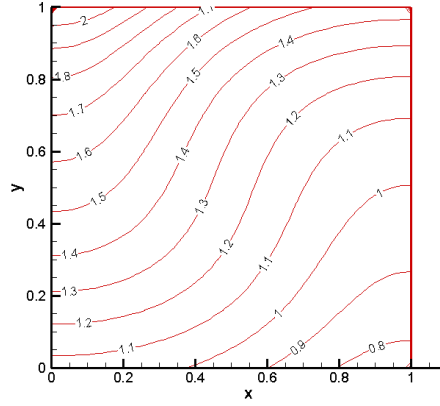
(d)固體溫度(T_s)分佈圖

【圖四十二】 $Rb=1$ 、 $H=1$ 、 $Ra=70$ 條件下的(a)流線圖，(b)微生物濃度分佈圖，(c)

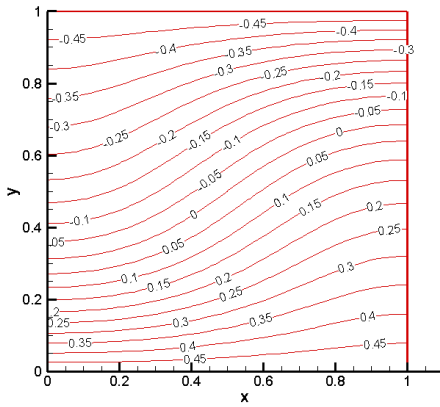
流體溫度(T_f)分佈圖與(d)固體溫度(T_s)分佈圖



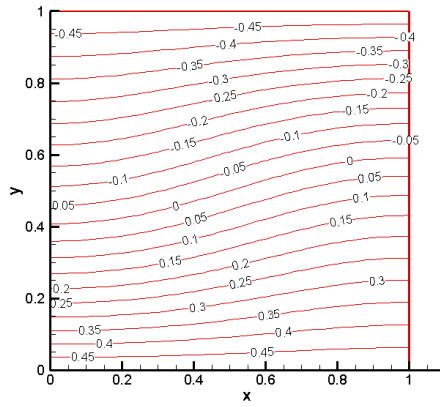
(a)流線圖



(b)微生物濃度分佈圖



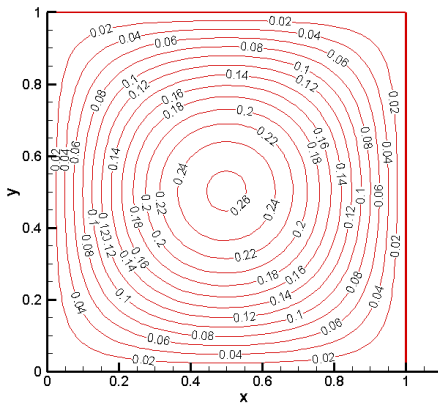
(c)流體溫度(T_f)分佈圖



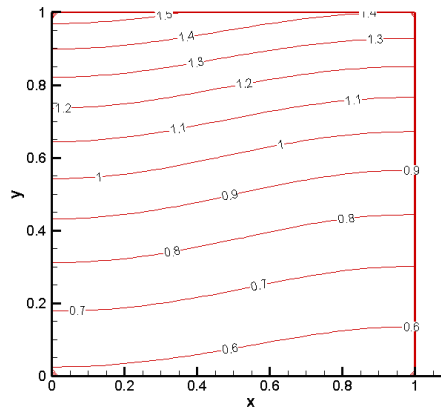
(d)固體溫度(T_s)分佈圖

【圖四十三】 $Rb=1$ 、 $H=10$ 、 $Ra=70$ 條件下的(a)流線圖，(b)微生物濃度分佈圖，(c)

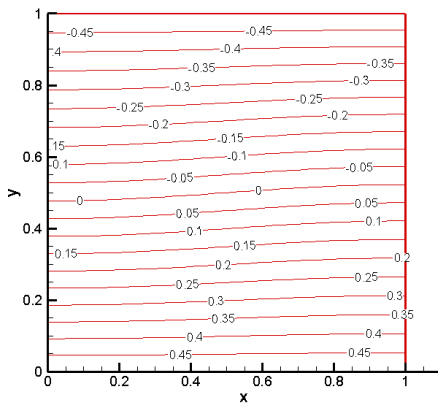
流體溫度(T_f)分佈圖與(d)固體溫度(T_s)分佈圖



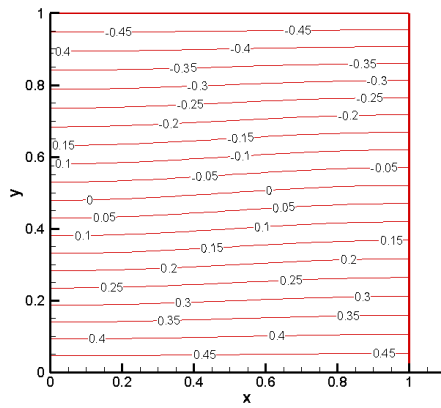
(a)流線圖



(b)微生物濃度分佈圖



(c)流體溫度(T_f)分佈圖



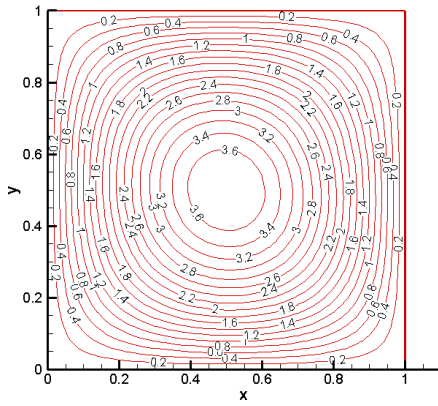
(d)固體溫度(T_s)分佈圖

【圖四十四】 $Rb=1$ 、 $H=100$ 、 $Ra=70$ 條件下的(a)流線圖，(b)微生物濃度分佈圖，

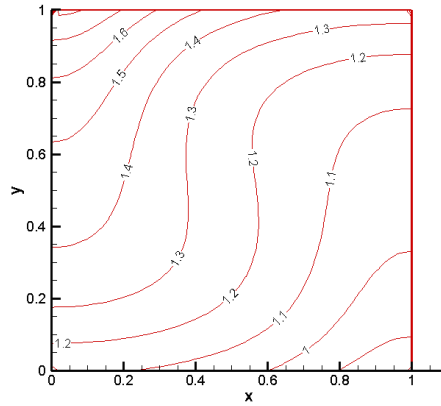
(c)流體溫度(T_f)分佈圖與(d)固體溫度(T_s)分佈圖

【圖四十五(a)】與【圖四十六(a)】得知在熱雷里數 $Ra=90$ 和 100 時， ψ_{MAX} 會忽然從 3.8 降低至 1.89 ，流線圖由一個渦流變成兩個渦流，表示對流在此又發生分岔 (bifurcation) 現象，【圖四十五(b)】因渦流是逆時針轉動，故趨地性微生物會聚集在左上角，【圖四十六(b)】左邊的渦流是順時針、右邊的渦流是逆時針，此時趨地性微生物會聚集在上蓋兩個渦流中間。在一個渦流下，流體逆時針流動，【圖四十五(c)】、【圖四十五(d)】顯示液體與固體的溫度分佈隨著流體對流而等溫線在左邊向下彎曲而右邊向上彎曲。在兩個渦流下，【圖四十六(c)】、【圖四十六(d)】液體與固體溫度的等溫線受到對流的影響而在多孔層中間向下彎曲。

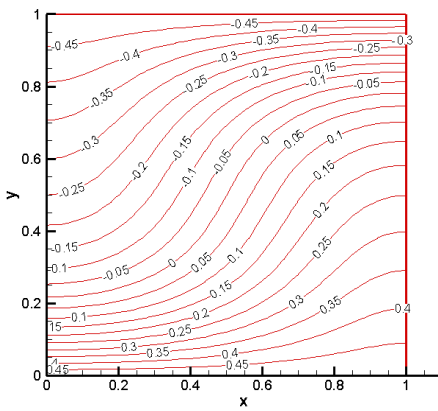
當熱雷里數 Ra 漸漸遞增，發現分岔現象會更加明顯，【圖四十七(a)】當熱雷里數 $Ra=450$ 流線圖會變成三個渦流，【圖四十七(b)】趨地性微生物會集中在上蓋兩個渦流中間及右上角的角落。而本文用兩條不同的溫度方程式來模擬多孔性介質，【圖四十七(c)】、【圖四十七(d)】明顯看出固體與液體不同的溫度分佈現象，【圖四十八(a)】熱雷里數 $Ra=750$ 時 ψ_{MAX} 也忽然驟降至 7.4 ，變成四個渦流，【圖四十八(b)】趨地性微生物會聚集在上蓋右邊兩個渦流及左邊兩個渦流中間，而【圖四十八(c)】、【圖四十八(d)】在多孔性材質內使用局部熱不平衡模型，液體與固體溫度分佈會有明顯差異，此時對流強烈，液體在多孔性層中間會有溫度較均勻的區域，在靠近上下壁面附近有較大的溫度梯度，而固體的等溫線方面，除在多孔性層中間溫度隨 x 軸呈波浪狀外，在靠近上下壁面附近的溫度梯度則比單純熱傳導情況下溫度梯度稍大。



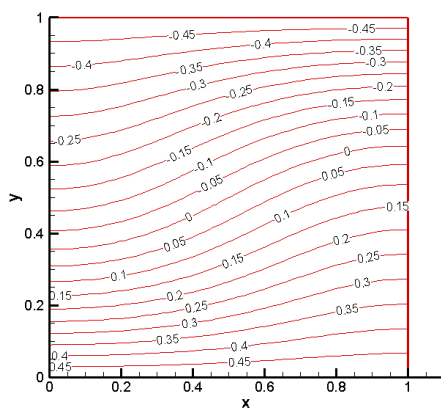
(a)流線圖



(b)微生物濃度分佈圖



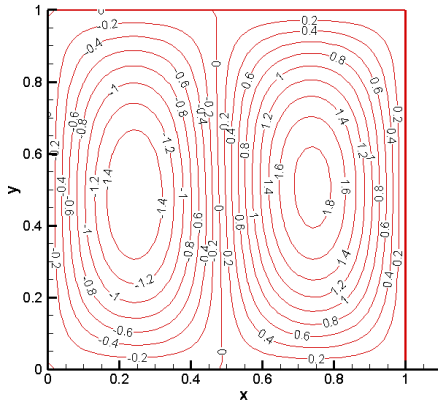
(c)流體溫度(T_f)分佈圖



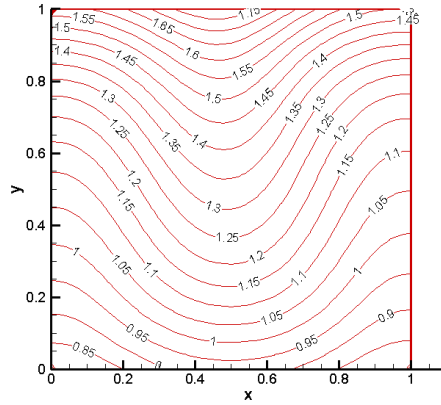
(d)固體溫度(T_s)分佈圖

【圖四十五】 $Rb=1$ 、 $H=10$ 、 $Ra=90$ 條件下的(a)流線圖，(b)微生物濃度分佈圖，(c)

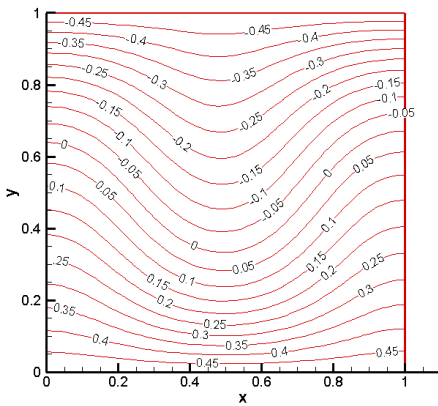
流體溫度(T_f)分佈圖與(d)固體溫度(T_s)分佈圖



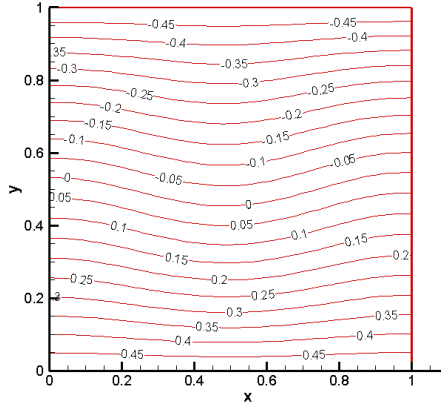
(a)流線圖



(b)微生物濃度分佈圖



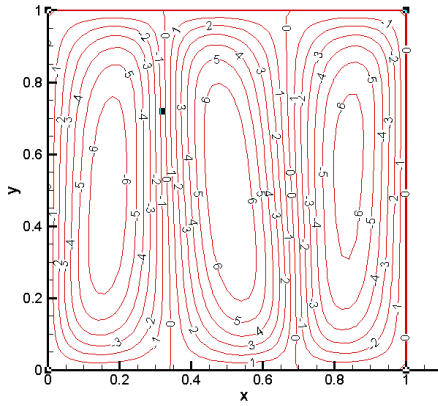
(c)流體溫度(T_f)分佈圖



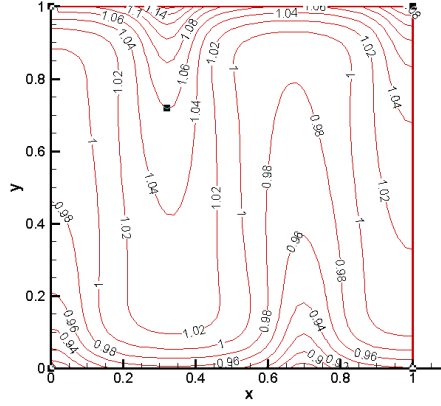
(d)固體溫度(T_s)分佈圖

【圖四十六】 $Rb=1$ 、 $H=10$ 、 $Ra=100$ 條件下的(a)流線圖，(b)微生物濃度分佈圖，

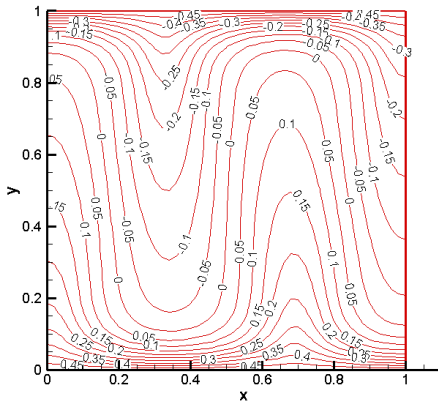
(c)流體溫度(T_f)分佈圖與(d)固體溫度(T_s)分佈圖



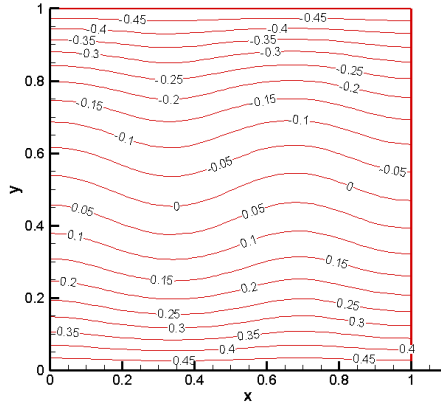
(a)流線圖



(b)微生物濃度分佈圖



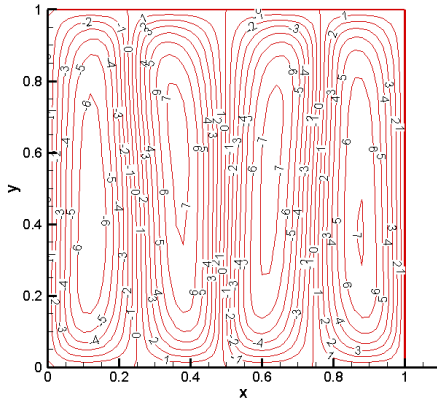
(c)流體溫度(T_f)分佈圖



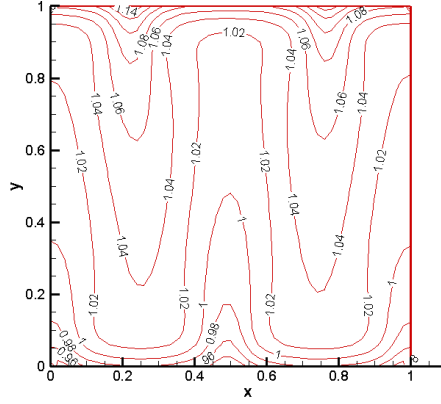
(d)固體溫度(T_s)分佈圖

【圖四十七】 $Rb=1$ 、 $H=10$ 、 $Ra=450$ 條件下的(a)流線圖，(b)微生物濃度分佈圖，

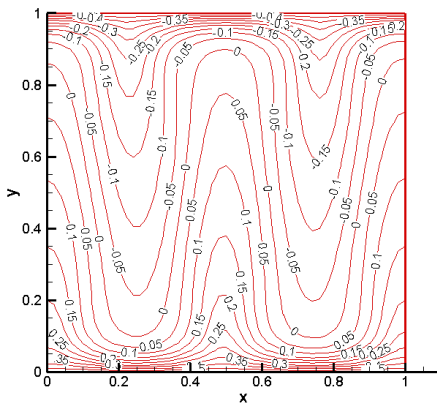
(c)流體溫度(T_f)分佈圖與(d)固體溫度(T_s)分佈圖



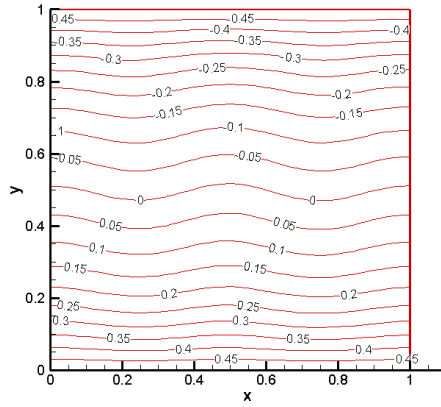
(a)流線圖



(b)微生物濃度分佈圖



(c)流體溫度(T_f)分佈圖

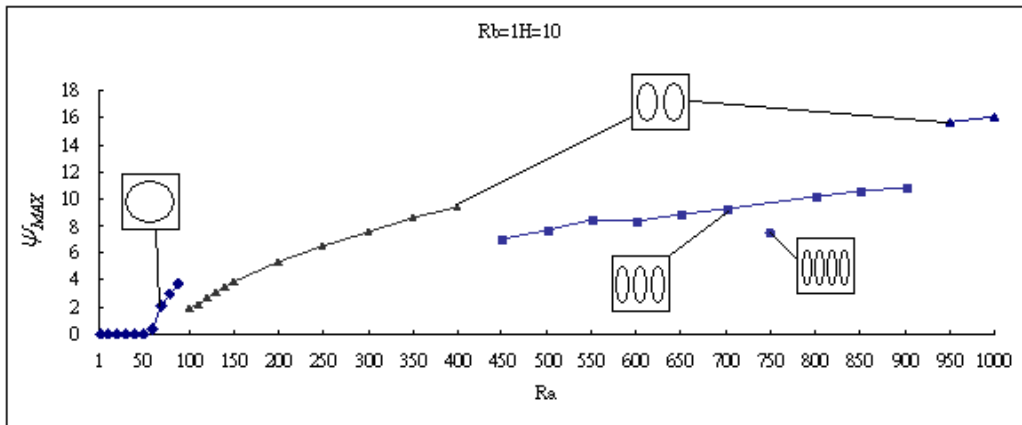


(d)固體溫度(T_s)分佈圖

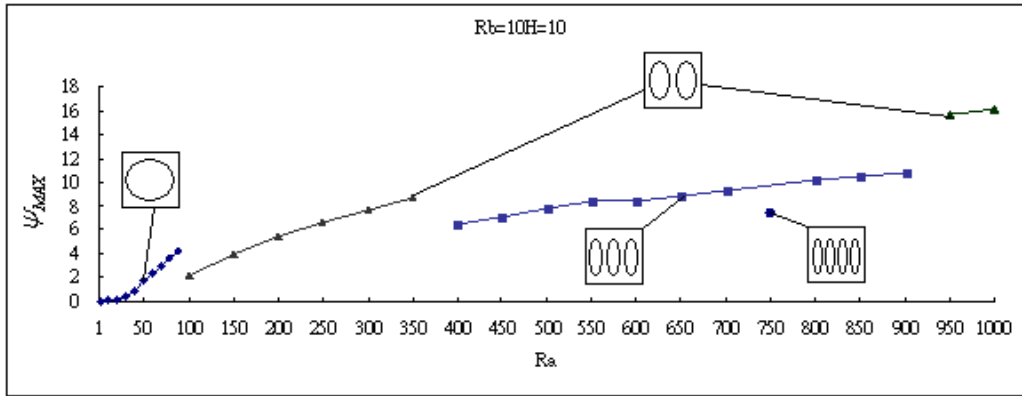
【圖四十八】 $Rb=1$ 、 $H=10$ 、 $Ra=750$ 條件下的(a)流線圖，(b)微生物濃度分佈圖，

(c)流體溫度(T_f)分佈圖與(d)固體溫度(T_s)分佈圖

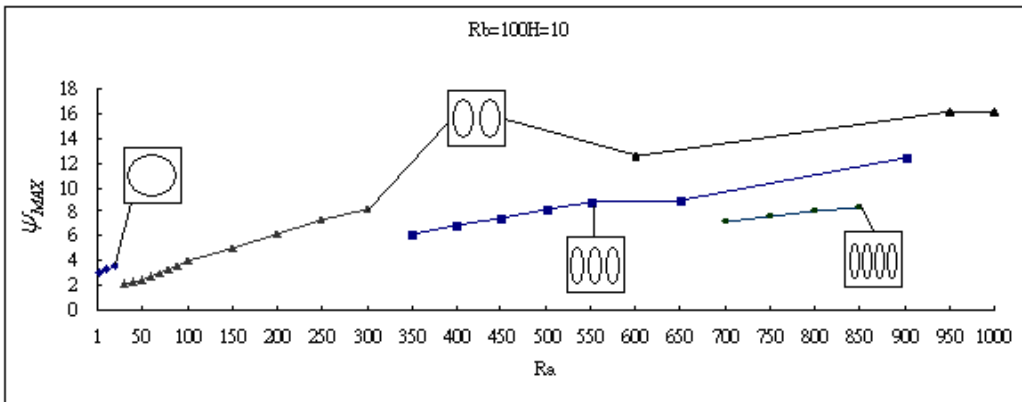
【圖四十九】至【圖五十三】分別是 Rb 為1、10、100、500及1000下的流場分岔圖。由【圖四十九】可看出第一個顯示熱傳導到熱對流的分岔發生在熱雷里數 Ra 值約60時，此時對流流場為一個渦流。當生物雷里數 Rb 增加至10時，【圖五十】顯示第一個熱傳導到熱對流的分岔發生在熱雷里數 Ra 值約20時，與 $Rb=1$ 的值相比，顯示對流提早發生，此時形成的流場也是一個渦流。當 Rb 繼續增加至100時，【圖五十一】顯示在 $Ra=0$ 時即會有對流發生，表示 Rb 增大至100，在上下板沒有溫差下，單純由生物游動即能發生對流，此時發生的生物對流流場為一個渦流，隨著熱雷里數增加，流場會繼續有分岔發生，形成兩個、三個或四個渦流的流場。當 Rb 增加至500時，【圖五十二】也顯示在 $Ra=0$ 時即會有對流發生，此時發生的生物對流流場為兩個渦流，隨著熱雷里數 Ra 增加，流場會繼續有分岔發生，形成三個或四個渦流的流場。【圖五十三】顯示 $Rb=1000$ 時，流場隨熱雷里數增加的分岔圖，此時單純的生物對流($Ra=0$)下流場為兩個渦流，隨著熱雷里數 Ra 由零漸增至1000，流場並未進一步發生分岔產生更多渦流的形態，顯示生物對流強度已經大到足以決定流場型態，也就是說上下板溫差在此時並不影響流場的結構。



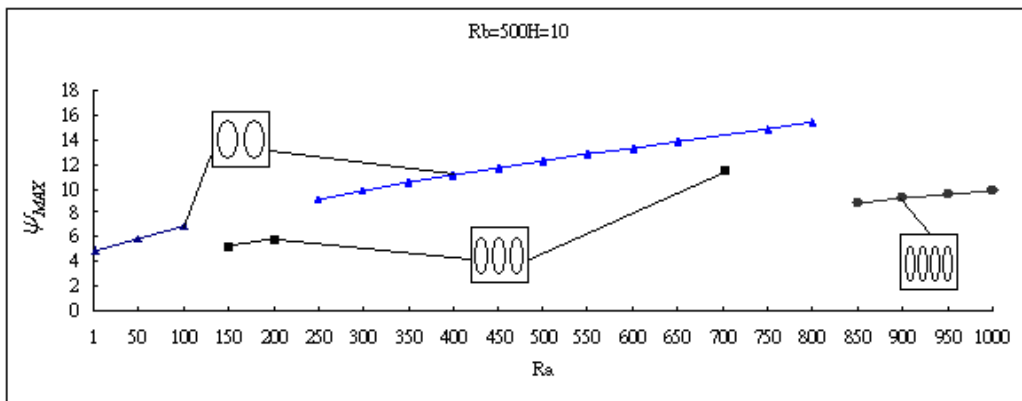
【圖四十九】當 $H=10$ 、 $Rb=1$ 時，流場分佈圖



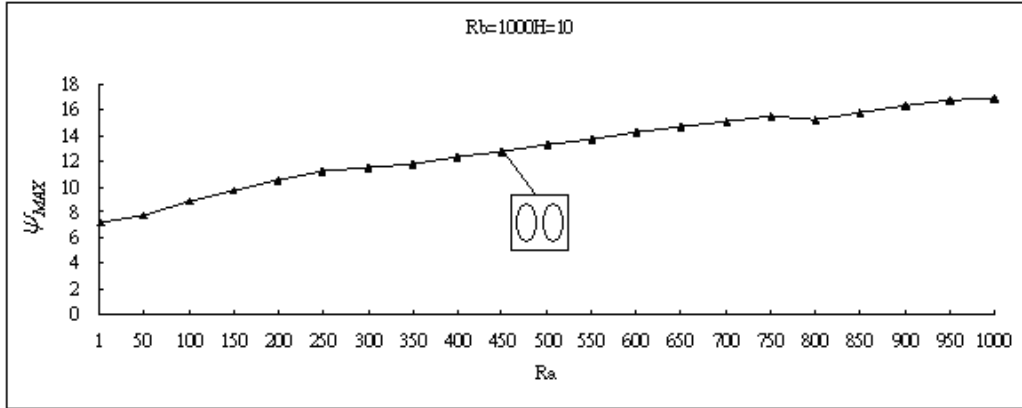
【圖五十】當 $H=10$ 、 $Rb=10$ 時，流場分佈圖



【圖五十一】當 $H=10$ 、 $Rb=100$ 時，流場分佈圖



【圖五十二】當 $H=10$ 、 $Rb=500$ 時，流場分佈圖

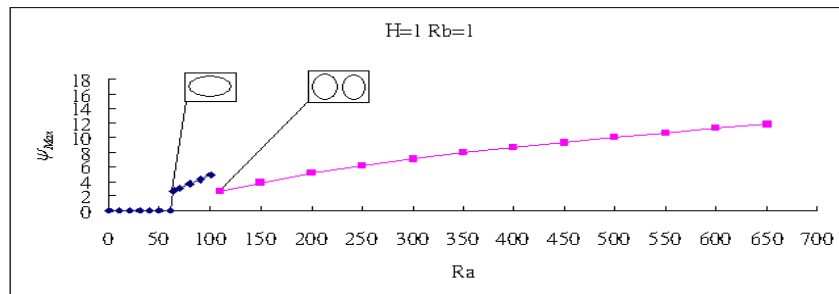


【圖五十三】當 $H=10$ 、 $Rb=1000$ 時，流場分佈圖

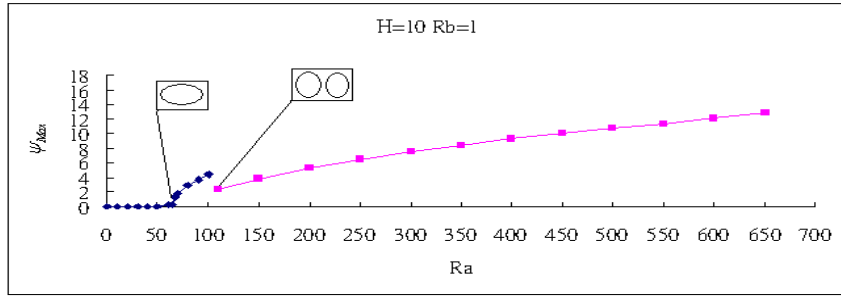
7.4 流體飽合多孔性介質內嗜氧性微生物之熱 - 生物對流流場分析

由【圖五十四】可看出，當達西熱雷里數 Ra 逐漸變大時，會發生由熱傳導過渡轉變為熱對流的現象，當 $H=1$ 時【圖五十四(a)】中發現在達西熱里數 $Ra=62$ 時出現分岔，此時流體開始流動並且造成溫度分布出現變化，【圖五十五(a)】中流體溫度等溫線分佈開始有彎曲現象發生，顯示並非單純熱傳導造成，已有熱對流產生。觀察【圖五十五(d)】的微生物濃度分布，發現微生物因流體的流動的影響而被帶至右上角聚集，當無因次固體與液體熱傳係數 $H=10$ 時，【圖五十四(b)】發現達西熱里數 $Ra=67$ 才發生熱傳導過渡到熱對流的分岔現象，隨著增加無因次固體與液體熱傳係數至 $H=100$ 【圖五十四(c)】分岔現象到達西熱雷里數 $Ra=84$ 才出現，比較【圖五十五(a)】、【圖五十六(a)】、【圖五十七(a)】三張流體溫度分布圖，在相同條件下，當無因次固體與液體熱傳係數 H 越增加時，流體溫度等溫線彎曲程度趨緩，顯示對流效果開始降低，同時固體與液體的溫度在較高的無因次固體與液體熱傳係數 H 會較接近，由此可知，在相同的達西生物對流雷里數 Rb 情況下，較高的無因次固體與液體熱傳係數 H 會提高固液相間之熱傳，對於流場有穩定的效果，故需要較高的達西熱雷里數 Ra 才能有對流發生，因為液體與固體進行熱交換的同時，會讓液體分布較均勻，降低溫度梯度產生的浮力，同時影響微生物的濃度分布。

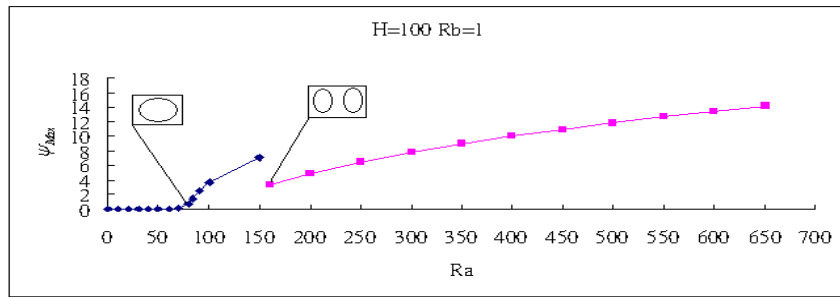
(a)



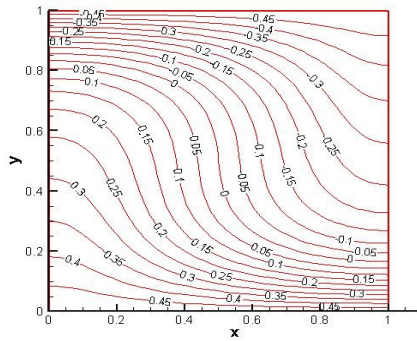
(b)



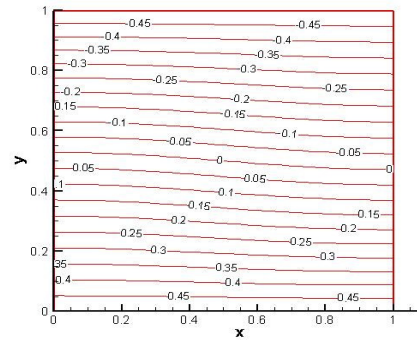
(C)



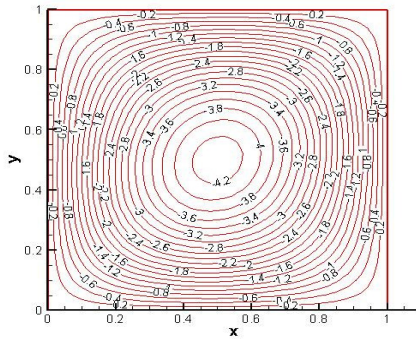
【圖五十四】 相同 $Rb=1$ 、 $Le=1$ 、 $Pe=1$ 、 $\sigma=10^{-3}$ 條件下，不同無因次固體與液體熱傳係數 H 之流場分布圖(a) $H=1$ ，(b) $H=10$ ，(c) $H=100$



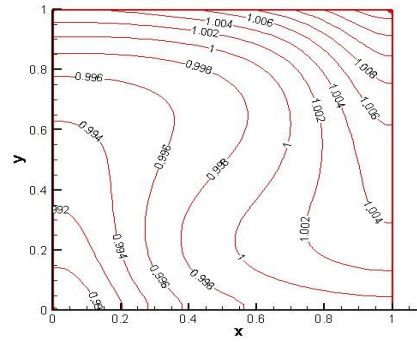
(a) 流體溫度 (T_f) 分布圖



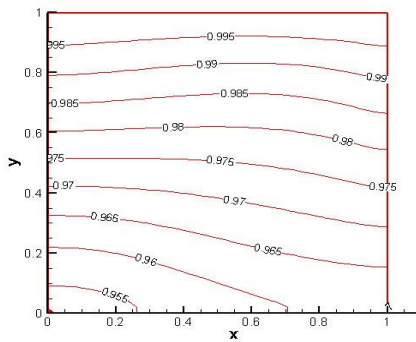
(b) 固體溫度 (T_s) 分布圖



(c)流線圖

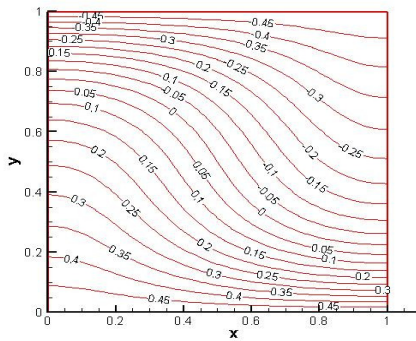


(d)微生物濃度分布圖

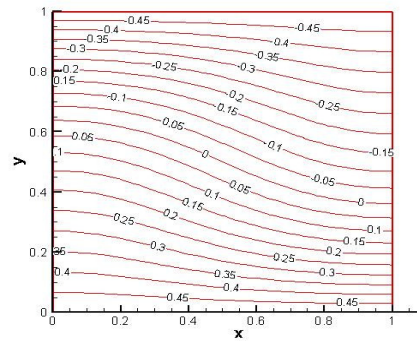


(e)氧濃度分布圖

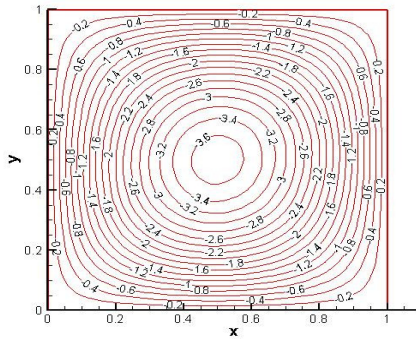
【圖五十五】 $H=1$ 、 $Rb=1$ 、 $Ra=90$ 、 $Le=1$ 、 $Pe=1$ 、 $\sigma=10^{-3}$ 條件下的(a)流體溫度 (T_f) 分布圖，(b)固體溫度 (T_s) 分布圖，(c)流線圖，(d)微生物濃度分布圖，(e)氧濃度分布圖



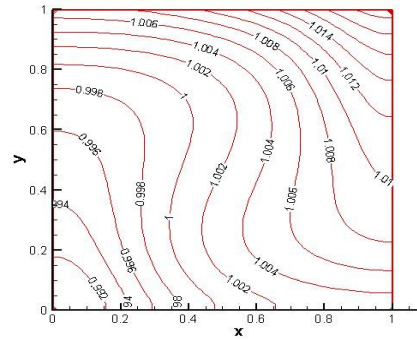
(a)流體溫度 (T_f) 分布圖



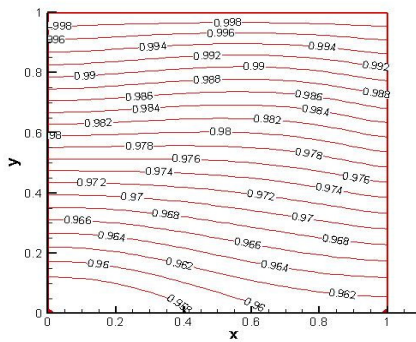
(b)固體溫度 (T_s) 分布圖



(c)流線圖

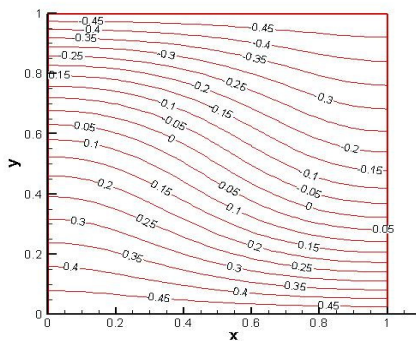


(d)微生物濃度分布圖

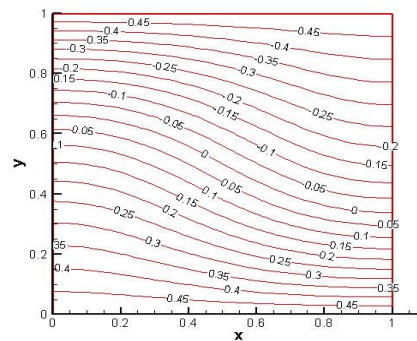


(e)氧濃度分布圖

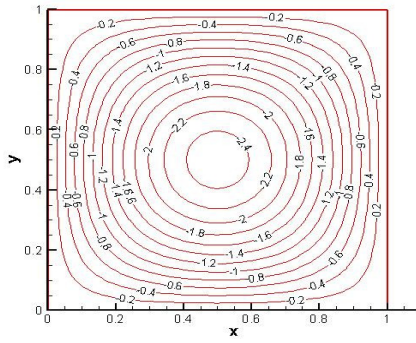
【圖五十六】 $H=10$ 、 $Rb=1$ 、 $Ra=90$ 、 $Le=1$ 、 $Pe=1$ 、 $\sigma=10^{-3}$ 條件下的(a)流體溫度(T_f)分布圖，(b)固體溫度(T_s)分布圖，(c)流線圖，(d)微生物濃度分布圖，(e)氧濃度分布圖



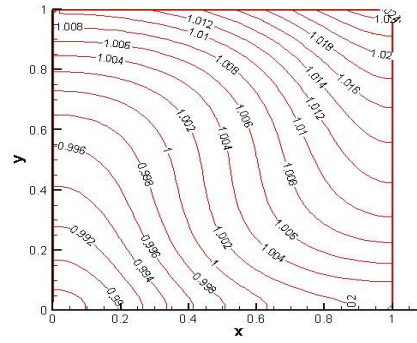
(a)流體溫度(T_f)分布圖



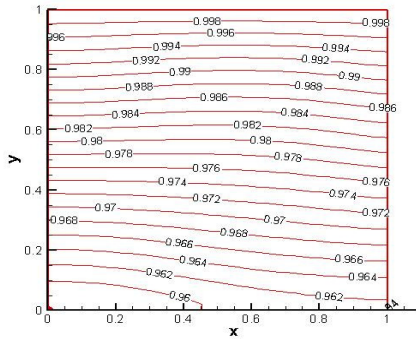
(b)固體溫度(T_s)分布圖



(c)流線圖



(d)微生物濃度分布圖

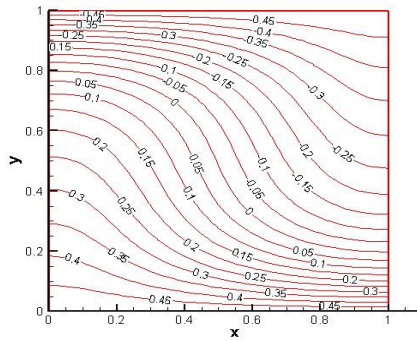


(e)氧濃度分布圖

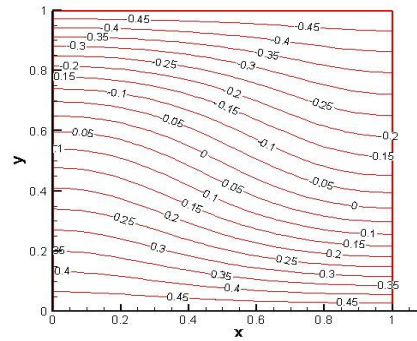
【圖五十七】 $H=100$ 、 $Rb=1$ 、 $Ra=90$ 、 $Le=1$ 、 $Pe=1$ 、 $\sigma=10^{-3}$ 條件下的(a)流體溫度(T_f)分布圖，(b)固體溫度(T_s)分布圖，(c)流線圖，(d)微生物濃度分布圖，(e)氧濃度分布圖

【圖五十四(b)】顯示，發現在達西熱雷里數 $Ra=100$ 和 $Ra=110$ 時， ψ_{Max} 突然從4.2降至2.2，流線圖由一個渦流變成兩個渦流，表示流場在此又發生第二次分岔現象，【圖五十八】與【圖五十九】分別顯示第二次分岔前後之流場、溫度場與濃度場之分布。在一個渦流時，因為流體順時針流動，流動方向在左邊壁面由下往上，流動方向在右邊壁面由上往下，故造成如【圖五十八(a)】、【圖五十九(b)】的等溫線分布，【圖五十八(d)】可看出嗜氧性微生物被流體帶至右上角聚集。【圖五十九(a)】、【圖五十九(b)】固體與液體溫度的等溫線受到兩個渦流對流的影響而往中間向下彎曲，

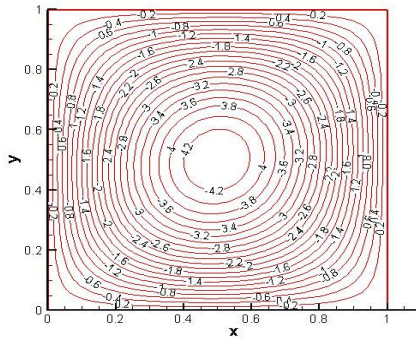
【圖五十九(c)】右邊的渦流是逆時針流動、左邊的渦流是順時針流動，此時由【圖五十九(d)】發現嗜氧性微生物會聚集在上方兩個渦流中間。【圖六十】與【圖六十一】為經過二次分岔後，顯示在 Ra 持續增加時各個流場，溫度場，濃度場之分布情況，隨著 Ra 的變大由【圖六十(c)】、【圖六十一】(c)可看出流場的流速跟著變大，顯示熱對流強度增加，此時比較【圖五十九(a)】、【圖六十(a)】、【圖六十一(a)】的液體溫度等溫線，可觀察出當熱對流強度越強時溫度等溫線彎曲程度更加明顯。因本論文採用局部熱不平衡模型由【圖六十】與【圖六十一】的溫度場可看出液體溫度等溫線與固體溫度等溫線的差異明顯的不同。【圖六十】與【圖六十一】的濃度場圖顯示微生物濃度與氧濃度在經過二次分岔後，當受到較旺盛的對流影響時會聚集在流場的右邊。



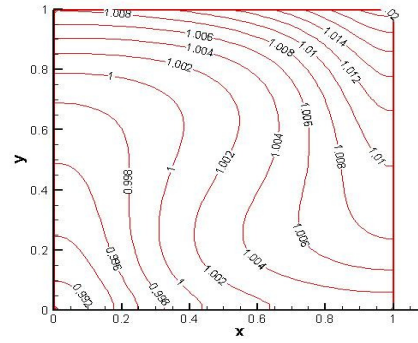
(a)流體溫度(T_f)分布圖



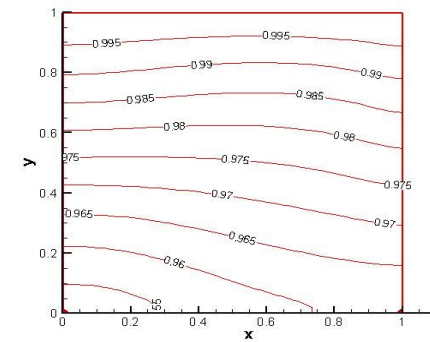
(b)固體溫度(T_s)分布圖



(c)流線圖

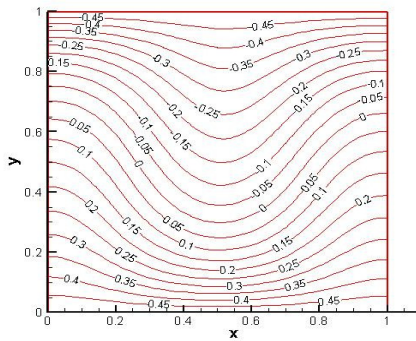


(d)微生物分布圖

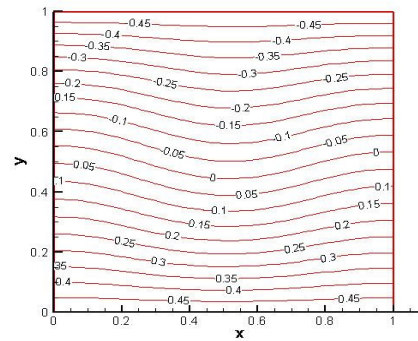


(e)氧濃度分布圖

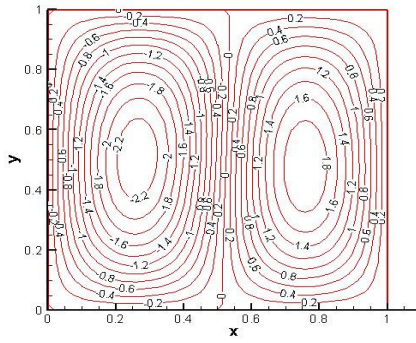
【圖五十八】 $H=10$ 、 $Rb=1$ 、 $Ra=100$ 、 $Le=1$ 、 $Pe=1$ 、 $\sigma=10^{-3}$ 條件下的(a)流體溫度(T_f)分布圖，(b)固體溫度(T_s)分布圖，(c)流線圖，(d)微生物濃度分布圖，(e)氧濃度分布圖



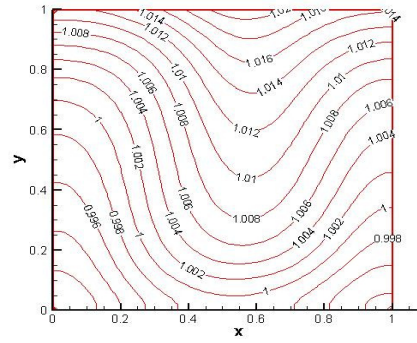
(a)流體溫度(T_f)分布圖



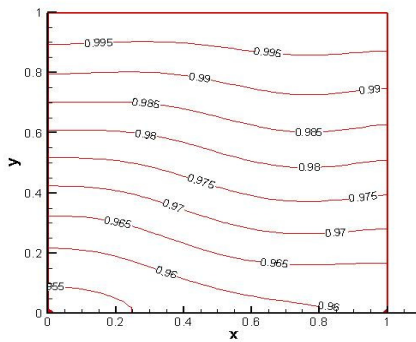
(b)固體溫度(T_s)分布圖



(c) 流線圖

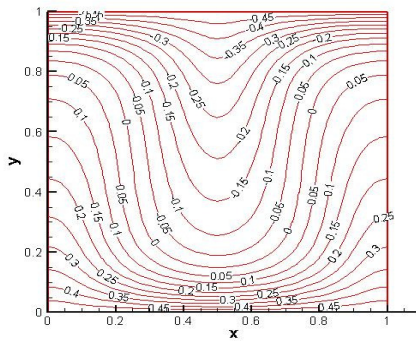


(d) 微生物濃度分布圖

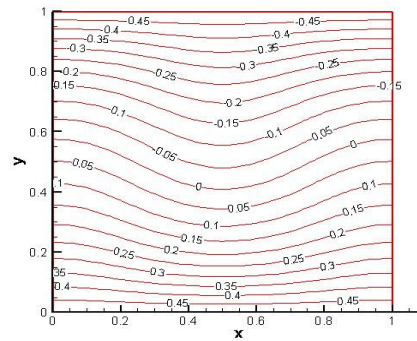


(e) 氧濃度分布圖

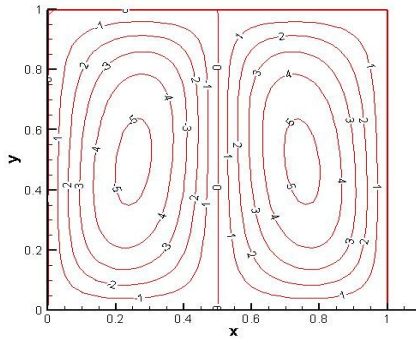
【圖五十九】 $H=10$ 、 $Rb=1$ 、 $Ra=110$ 、 $Le=1$ 、 $Pe=1$ 、 $\sigma=10^{-3}$ 條件下的(a)流體溫度(T_f)分布圖，(b)固體溫度(T_s)分布圖，(c)流線圖，(d)微生物濃度分布圖，(e)氧濃度分布圖



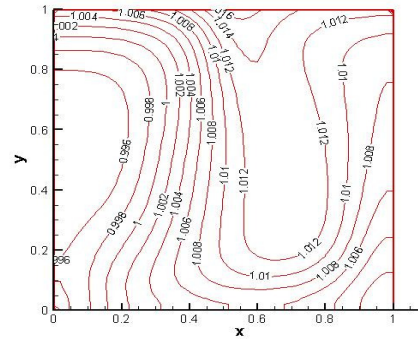
(a) 流體溫度(T_f)分布圖



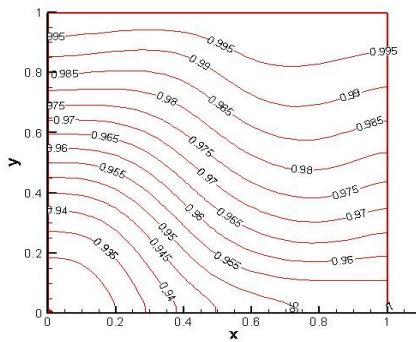
(b) 固體溫度(T_s)分布圖



(c)流線圖

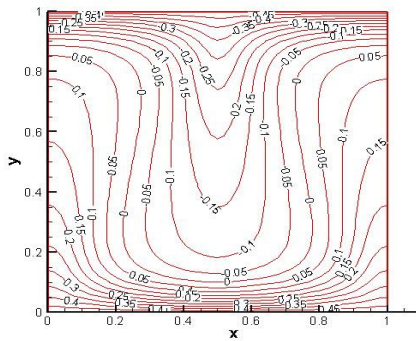


(d)微生物分布圖

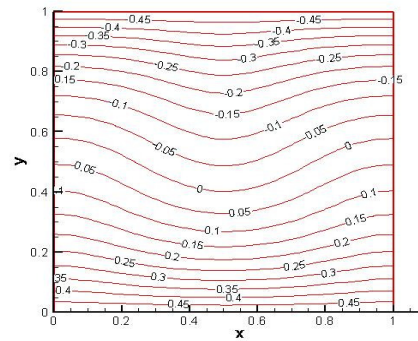


(e)氧濃度分布圖

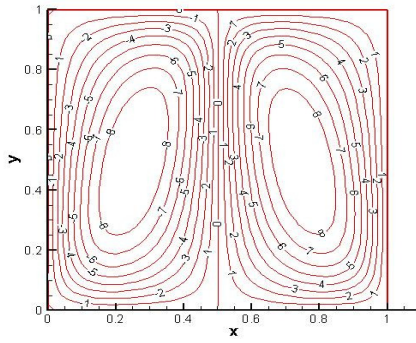
【圖六十】 $H=10$ 、 $Rb=1$ 、 $Ra=200$ 、 $Le=1$ 、 $Pe=1$ 、 $\sigma=10^{-3}$ 條件下的(a)流體溫度 (T_f) 分布圖，(b)固體溫度 (T_s) 分布圖，(c)流線圖，(d)微生物濃度分布圖，(e)氧濃度分布圖



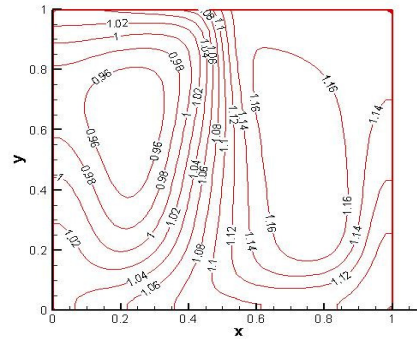
(a)流體溫度 (T_f) 分布圖



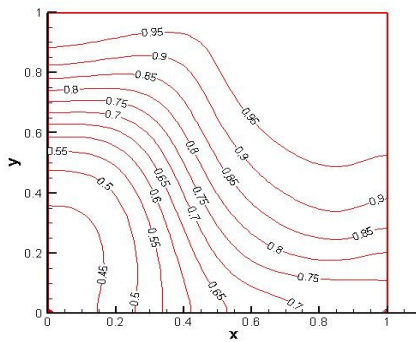
(b)固體溫度 (T_s) 分布圖



(c)流線圖



(d)微生物濃度分布圖

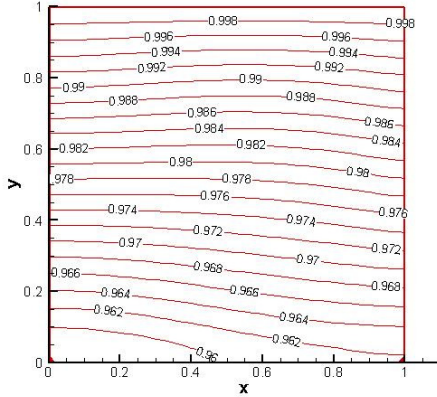


(e)氧濃度分布圖

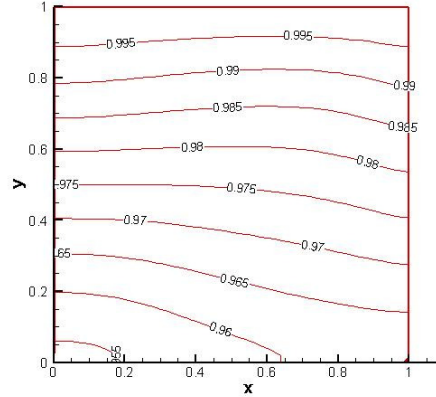
【圖六十一】 $H=10$ 、 $Rb=1$ 、 $Ra=400$ 、 $Le=1$ 、 $Pe=1$ 、 $\sigma=10^{-3}$ 條件下的(a)流體溫度(T_f)分布圖，(b)固體溫度(T_s)分布圖，(c)流線圖，(d)微生物濃度分布圖，(e)氧濃度分布圖

由【圖六十二】可看出，隨著達西生物對流雷里數 Rb 變大，系統流場型態為一個渦流並沒有出現分岔現象，當【圖六十二(a)】 $Pe=0.1$ 、【圖六十二(b)】 $Pe=1$ 、【圖六十二(c)】 $Pe=10$ 時，由右上與左下的氧濃度分布可觀察出，系統流場的氧濃度梯度非常低，因嗜氧性微生物游動速度與氧濃度梯度成正比，此時嗜氧性微生物在飽合介質內的游動速度非常緩慢，因此由【圖六十三(a)】、【圖六十三(b)】、【圖六十三(c)】之間比較得出，當氧濃度梯度較小時改變修正培克萊特數 Pe 的大小，對整個流場並沒有明顯的影響。當 $Pe=10$ 時，由【圖六十四(a)】與【圖六十四(b)】中看出 ψ_{MAX}

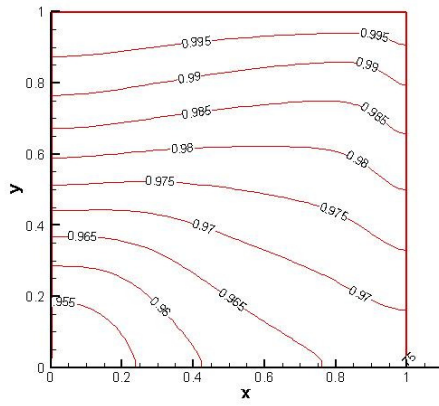
隨著 Rb 增加而變大，流場分布形狀也開始呈現不對稱的趨勢，【圖六十四(c)】與【圖六十四(d)】觀察出，當 ψ_{MAX} 增加到7左右時，此時 ψ_{MAX} 已經不受到達西生物對流雷里數 Rb 增加的影響。



(a)



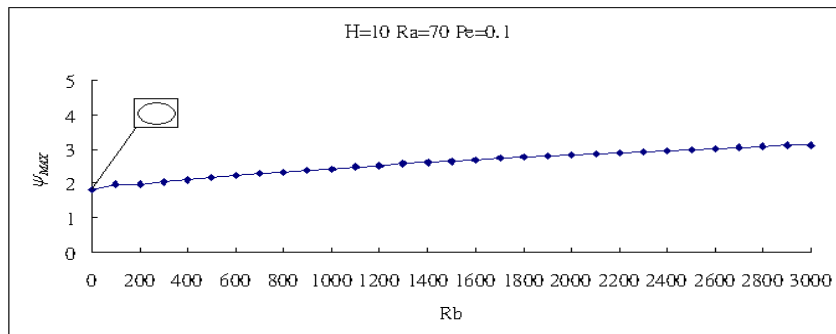
(b)



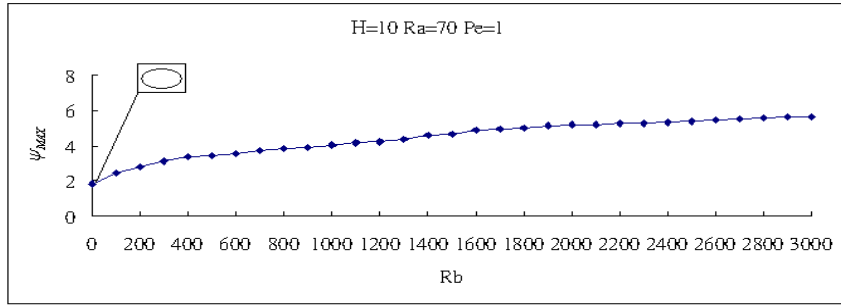
(c)

【圖六十二】 當相同 $H=10$ 、 $Rb=1000$ 、 $Ra=70$ 、 $Le=1$ 、 $\sigma=10^{-3}$ 條件下當(a) $Pe=0.1$ 、
(b) $Pe=1$ 、(c) $Pe=10$ 條件下的氧濃度分布圖

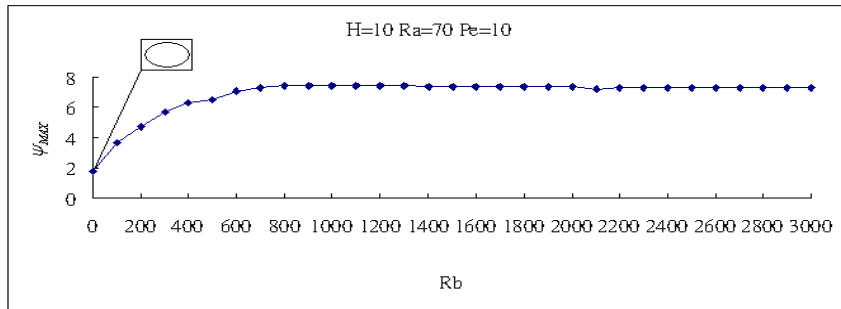
(a)



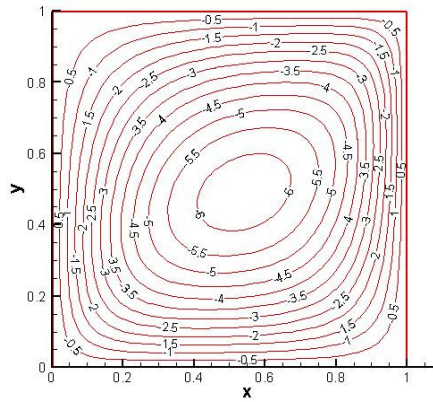
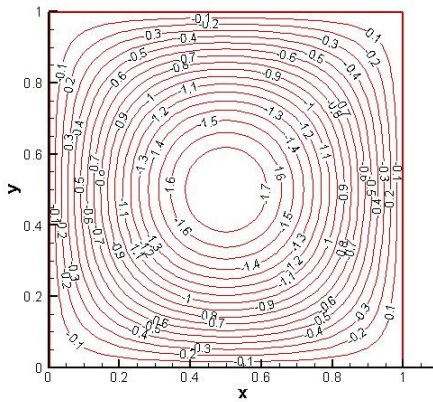
(b)

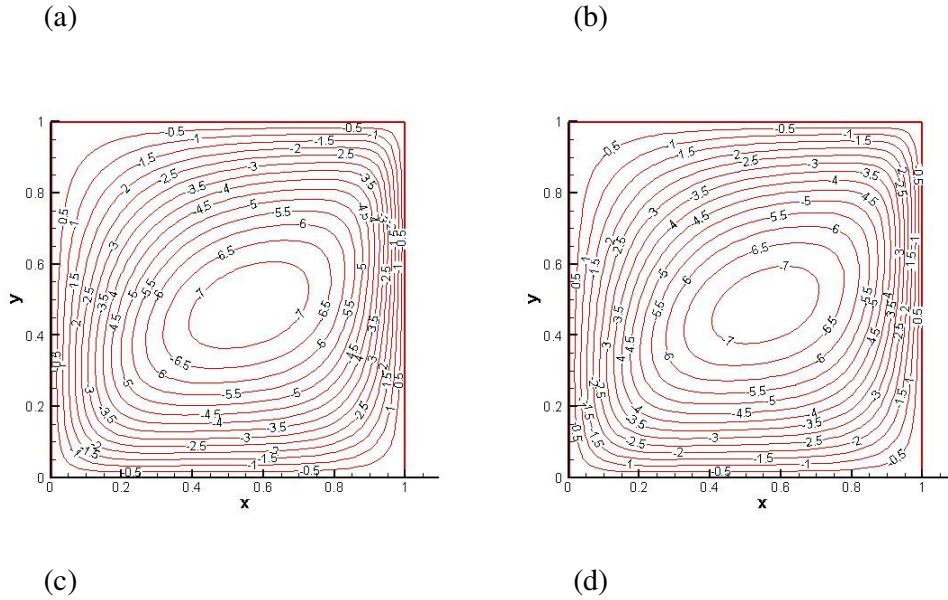


(c)



【圖六十三】 當相同 $H=10$ 、 $Ra=70$ 、 $Le=1$ 、 $\sigma=10^{-3}$ 條件下當不同修正培克萊特數 Pe 之流場分布圖(a) $Pe=0.1$ ，(b) $Pe=1$ ，(c) $Pe=10$





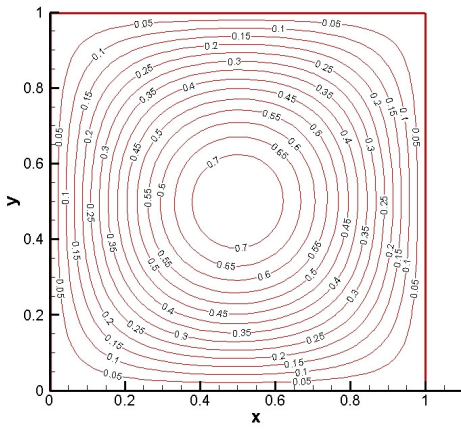
【圖六十四】 當相同 $H=10$ 、 $Ra=70$ 、 $Pe=10$ 、 $Le=1$ 、 $\sigma=10^{-3}$ 條件下當(a) $Rb=0$ 、
(b) $Rb=400$ 、(c) $Rb=1000$ 、(d) $Rb=2000$ 條件下的流線分布圖

7.5 流體飽合多孔性介質內趨光性微生物之熱-生物對流流場分析

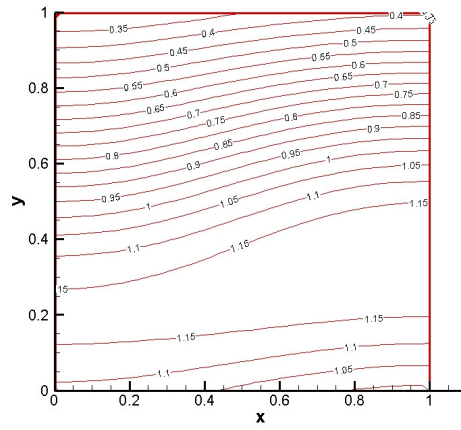
從【圖六十五(a)】、【圖六十六(a)】、【圖六十七(a)】可以看出，當在沒有達西生物對流雷里數 Rb 的情況下，由於達西熱雷里數 Ra 的影響，使得流場就算沒有生物對流也產生流動。

當臨界光強度 $I_c = 0.7$ 時【圖六十五(b)】，趨光性微生物的最高濃度大概分布在偏下方，約在 $y = 0.2 \sim 0.4$ 的範圍之間；當臨界光強度 $I_c = 0.8$ 時【圖六十六(b)】，趨

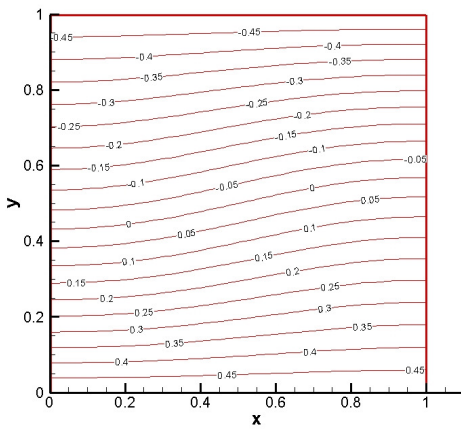
光性微生物的最高濃度大概分布在中間位置，約在 $y = 0.4 \sim 0.6$ 之間；當臨界光強度 $I_c = 0.9$ 時【圖六十七(b)】，趨光性微生物的最高濃度大概分布在偏上的位置，約在 $y = 0.6 \sim 0.8$ 之間，由此可以預期，當考慮生物對流時，生物對流流場可分成二層，上面一層，光強度高於臨界光強度，因此，微生物向下游動；而下層的微生物，則會向上游動。



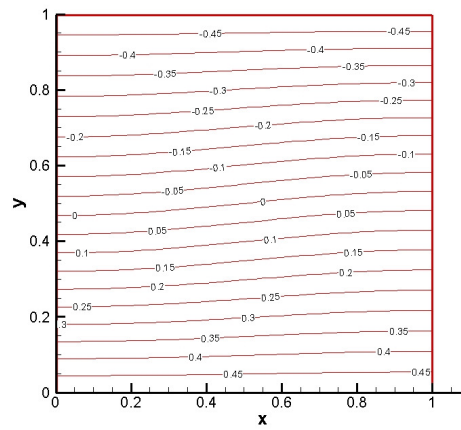
(a)流線圖



(b)微生物濃度分布圖

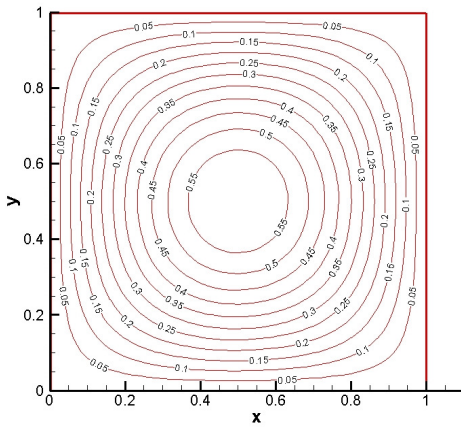


(c)流體溫度(T_f)分布圖

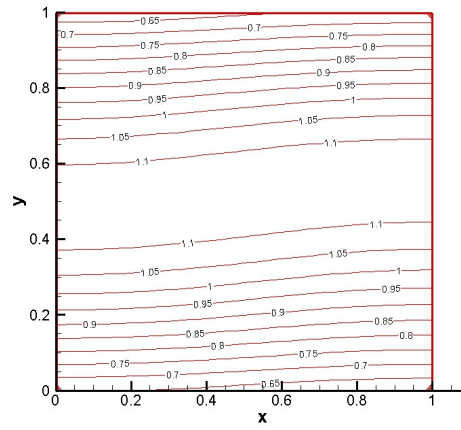


(d)固體溫度(T_s)分布圖

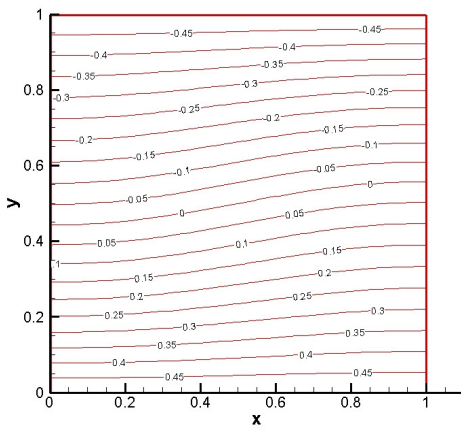
【圖六十五】 $Ra=70$ 、 $Pe=10$ 、 $Rb=0$ 、 $I_c=0.7$ 條件下的 (a)流線圖，(b)微生物濃度分布圖，(c)流體溫度(T_f)分布圖，(d)固體溫度(T_s)分布圖。



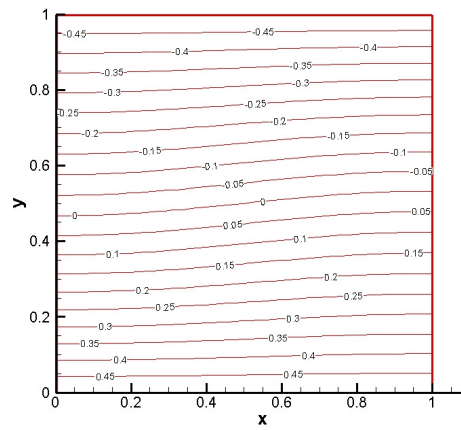
(a)流線圖



(b)微生物濃度分布圖

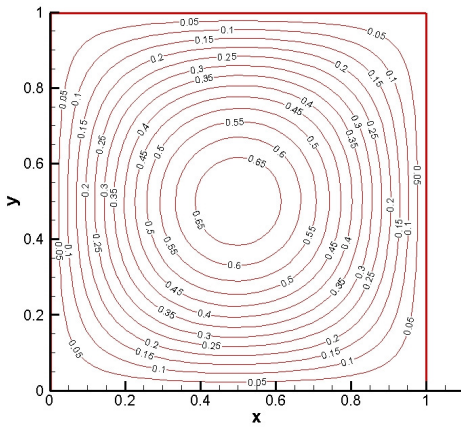


(c)流體溫度(T_f)分布圖

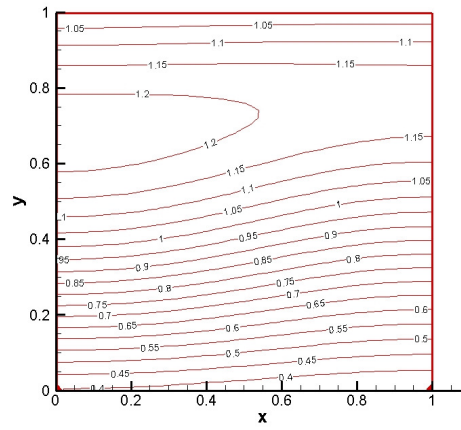


(d)固體溫度(T_s)分布圖

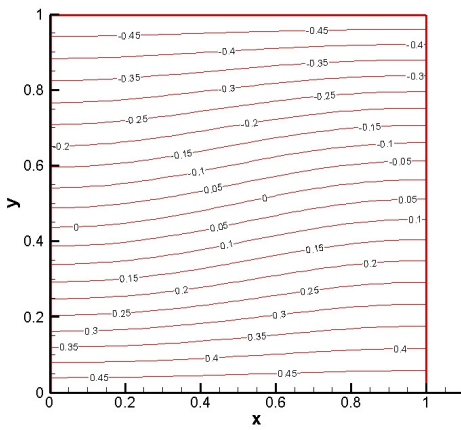
【圖六十六】 $Ra=70$ 、 $Pe=10$ 、 $Rb=0$ 、 $I_c=0.8$ 條件下的 (a)流線圖, (b)微生物濃度分布圖, (c)流體溫度(T_f)分布圖, (d)固體溫度(T_s)分布圖。



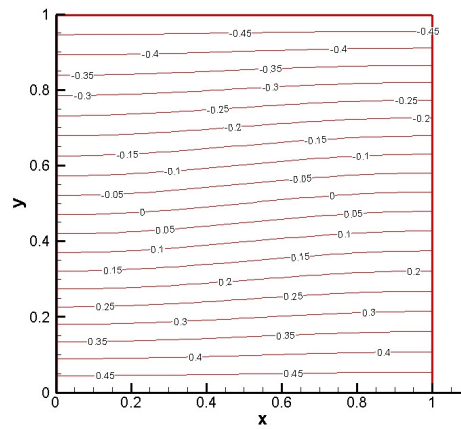
(a)流線圖



(b)微生物濃度分布圖



(c)流體溫度(T_f)分布圖



(d)固體溫度(T_s)分布圖

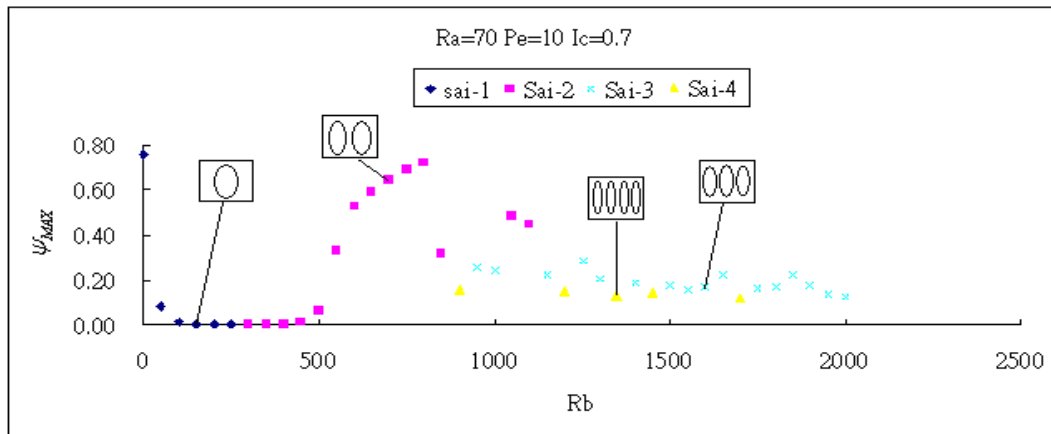
【圖六十七】 $Ra=70$ 、 $Pe=10$ 、 $Rb=0$ 、 $I_c=0.9$ 條件下的 (a)流線圖, (b)微生物濃度分布圖, (c)流體溫度(T_f)分布圖, (d)固體溫度(T_s)分布圖。

由【圖六十八】顯示，流場隨達西生物對流雷里數 Rb 增加之變化，當 $Rb = 0$ 時，亦即不考慮生物對流，此時因單純熱對流而產生流場。隨著達西生物對流雷里數 Rb 的逐漸增加，流場的對流情形也隨之改變。由【圖六十八(a)】可看出，在當 $I_c = 0.7$ 、 $Pe = 10$ 、 $Ra = 70$ 時，隨著達西生物對流雷里數 Rb 的增加，起初，因熱對流產生的流動受到生物游動而使整個流場抑制下來。因為上層的微生物往下游動，它把整個流場都壓抑下來，而下層的往上游動還不足以造成生物對流。所以生物游動把整個流場抑制下來，整個流場呈現靜止狀態。

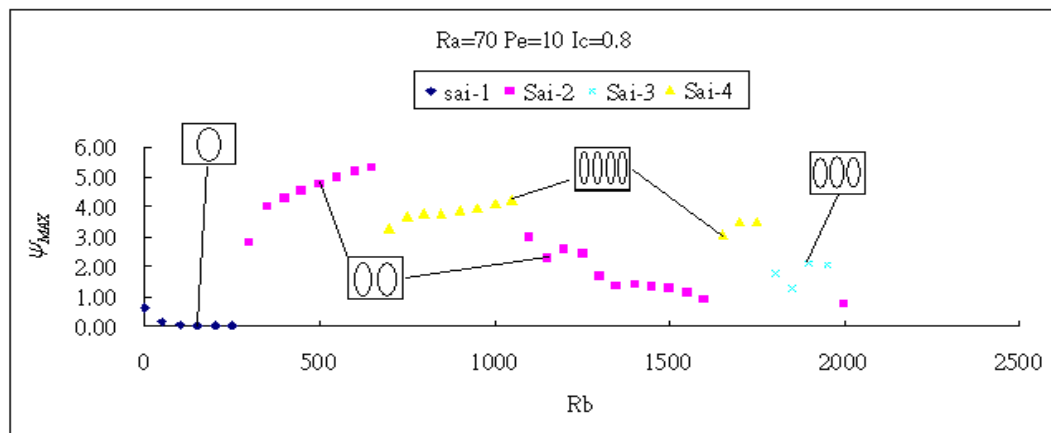
當 Rb 增加到 550 時，生物對流已足夠產生流場，此時流場又從靜止轉變成對流，不過對流的型態與單純的熱對流不同。由【圖六十九(b)】可發現，它的流場在上半面是一個完全靜止區，而下半面有兩個渦流，由於微生物的分布，流場對流的範圍侷限在下半部。隨著生物對流增加，由【圖六十八(a)】來看，它的下半部是一個不穩定的狀態，此時生物對流很強，但流動範圍只侷限在偏下半部，這時候整個生物對流是非常不穩定的，偶而會產生三個渦流或者產生四個渦流。由【圖六十九】顯示，受到生物對流的帶動，上半部的微生物游向臨界光強度 I_c 的位置，使上方的流場將呈現靜止狀態。隨著 Rb 的增加，微生物游動的範圍減少，只侷限在偏下半部。而上方靜止區隨著 Rb 越來越大，靜止區的範圍越來越厚。

由【圖六十八】結果同時可知，在不同的臨界光強度 I_c 情況下，隨著達西生物對流雷里數 Rb 的變化對流場的影響。當 $I_c = 0.8$ 的時候，產生生物對流所需的 Rb 值不需要那麼高，在 $Rb = 300$ 時，便產生生物對流。當 $I_c = 0.9$ 的時候，由於微生物濃度最高的區域在整個流場的上方，所以 I_c 上方的靜止範圍很小。在此，微生物的游動範圍變大，此時微生物的游動，不再對熱對流有抑制作用。相反地，會造成生物對流而使流場的速度增加。

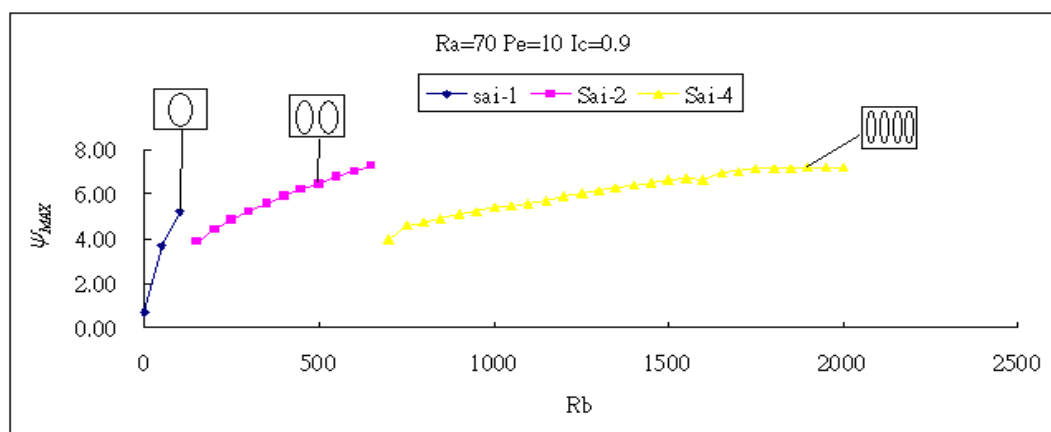
(a)



(b)

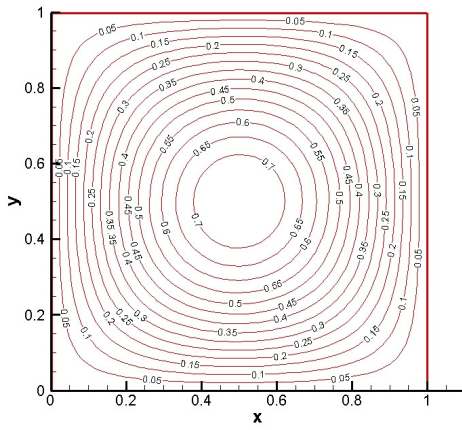


(c)

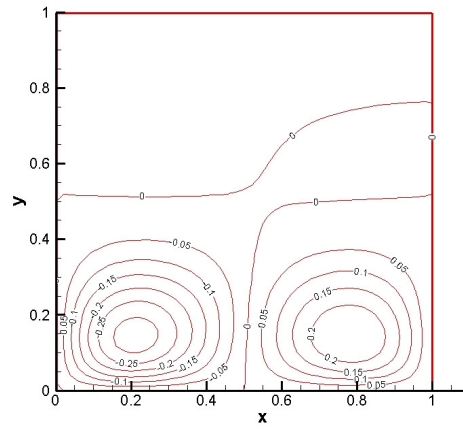


【圖六十八】在相同的達西熱雷里數($Ra=70$)，而不同的臨界光強度 I_c 之流場分布圖

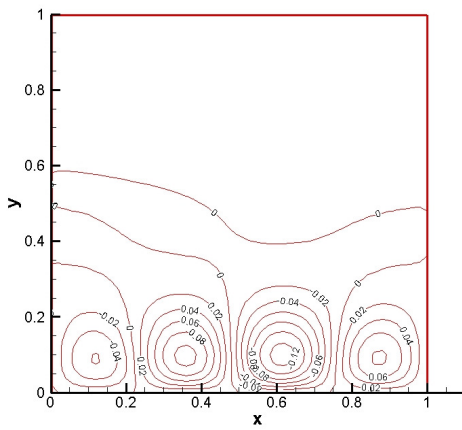
(a) $I_c=0.7$, (b) $I_c=0.8$, (c) $I_c=0.9$ 。



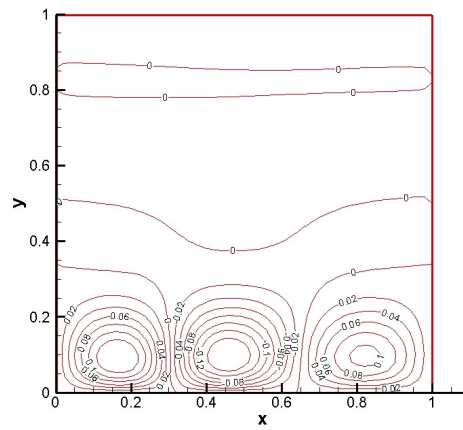
(a) $Rb = 0$



(b) $Rb = 550$



(c) $Rb = 1350$



(d) $Rb = 1800$

【圖六十九】 $Ra=70$ 、 $Pe=10$ 、 $I_c=0.7$ 條件下的流線圖 (a) $Rb = 0$ ，(b) $Rb = 550$ ，
(c) $Rb = 1350$ ，(d) $Rb = 1800$ 。

從【圖七十】可看出，在達西熱雷里數 $Ra = 70$ 、臨界光強度 $I_c = 0.9$ ，當修正的培萊克特數 Pe 為 1 的時候，達西生物對流雷里數 Rb 要到 1450 才會有對流產生， Rb 在 1450 之前也有抑制熱對流流場的作用，使流場不容易產生對流。當修正的培萊克特數 Pe 為 5 時，在較低 Rb ($Rb = 400$) 的情況下便可產生生物對流，在 Rb 小於 400 時同樣有抑制熱對流流場的作用。當修正的培萊克特數 Pe 為 10 時，這時候抑制的作用已經不存在，隨著 Rb 從零增加， ψ_{MAX} 隨之增大，代表 Rb 增強它的流場，使流速增加。在 Rb 為 200 時，變成兩個渦流的流場。

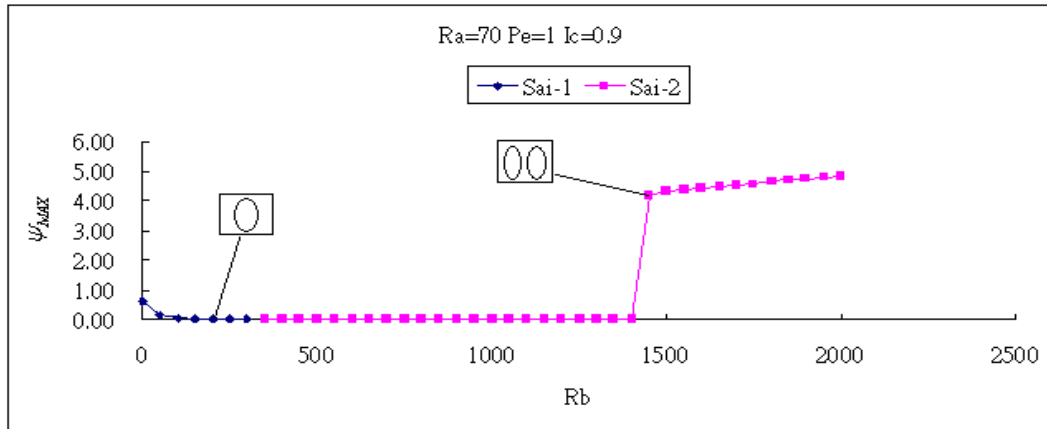
因此，由結果可知，修正的培萊克特數 Pe 會影響生物的游動速度，當修正的培萊克特數 Pe 越大，游動速度也越大，產生生物對流的情況越容易，對流的現象也越早發生。而達西熱雷里數 Ra 與達西生物對流雷里數 Rb 兩者間的抑制情形，在修正的培萊克特數 Pe 增加到一定時，便不存在了，反而會相輔相成使流場速度增大。

從【圖六十七(a)】與【圖七十一(a)】比較可發現，在單純的熱對流的情況下，流場的流線圖會呈現對稱的情形；而當 $Rb = 100$ 時，此時流場同時受熱與微生物游動的影響，流場的分布不再是對稱，受到光源與生物對流的影響，使流場偏向右邊。而右邊的流場梯度比左邊高，代表右邊的流場速度比左邊快。隨著 Rb 繼續增加，當 $Rb = 500$ 時，從【圖七十一(b)】可以看出，流場又呈現對稱的圖形，此時熱對流的影響遠小於生物對流，代表流場已經受到生物對流所支配，熱對流已經不足以影響流場的分布。而【圖七十一(c)】的狀況也跟【圖七十一(b)】一樣，熱對流已經對流場不構成影響，幾乎成為單純的生物對流。

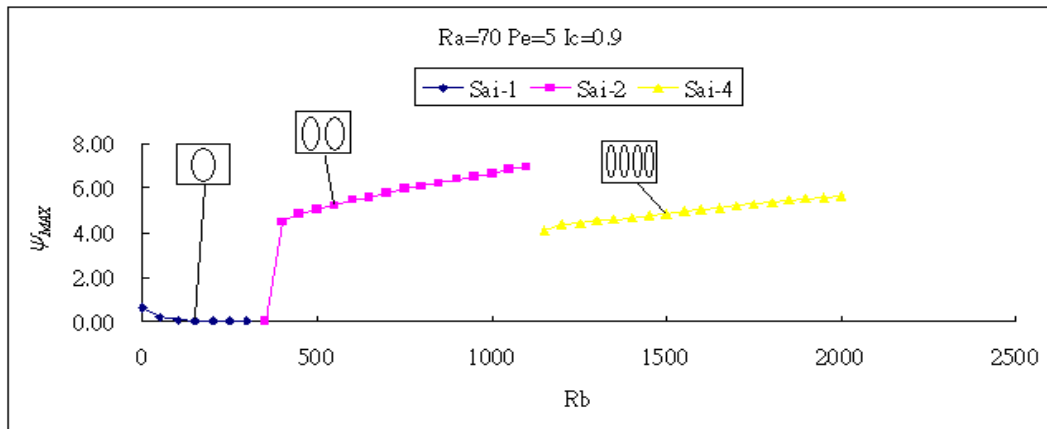
流場的變化，使得溫度的分布也隨著流場的變化而改變。由【圖七十二】顯示液體與固體的溫度分布，【圖七十二(a)(b)】是在 $Rb = 100$ 時的溫度分布圖，由於流線沒有對稱，所以它的溫度分布也沒有對稱，而固體與液體之間的溫度也不同，因為利用了兩相熱傳模型分別模擬液體與固體的分布，使得液體與固體的溫度分布不一樣。而

【圖七十二(c)(d)(e)(f)】是在較高 Rb 的情況底下，這時候的流場是對稱的，所以它的溫度分布也呈現對稱的情形。但是這時候的固體跟液體的溫度分布有非常顯著的不同。

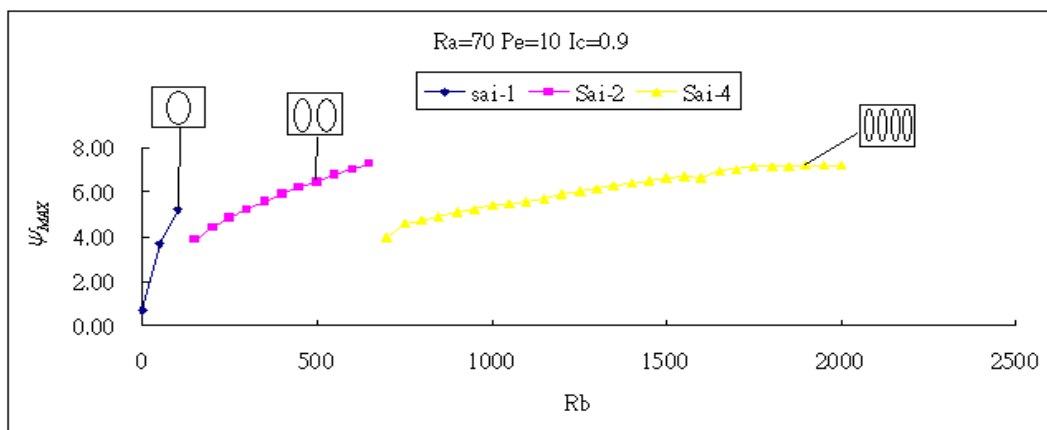
(a)



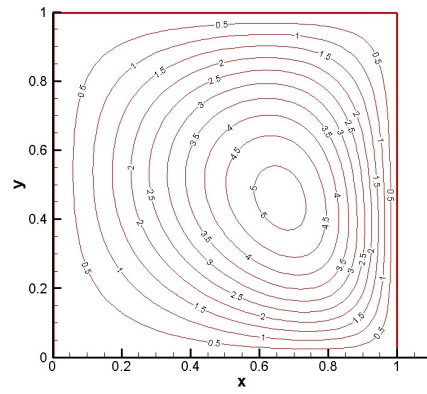
(b)



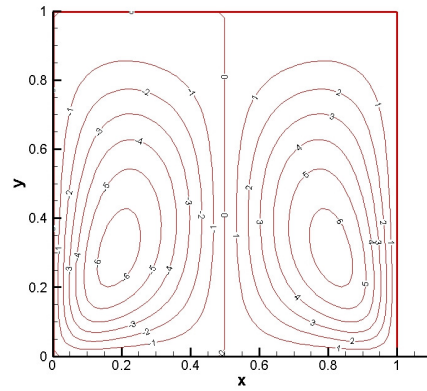
(c)



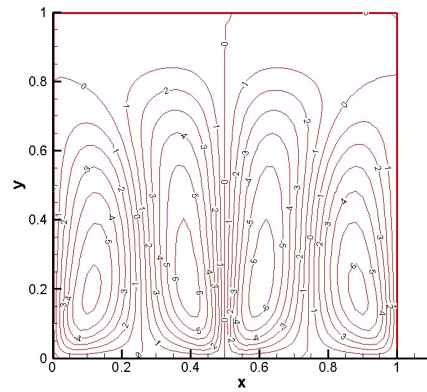
【圖七十】在相同的達西熱雷里數($Ra=70$)，而不同的修正培萊克特數(Pe)之流場分布圖 (a) $Pe=1$ ，(b) $Pe=5$ ，(c) $Pe=10$ 。



(a) $Rb = 100$



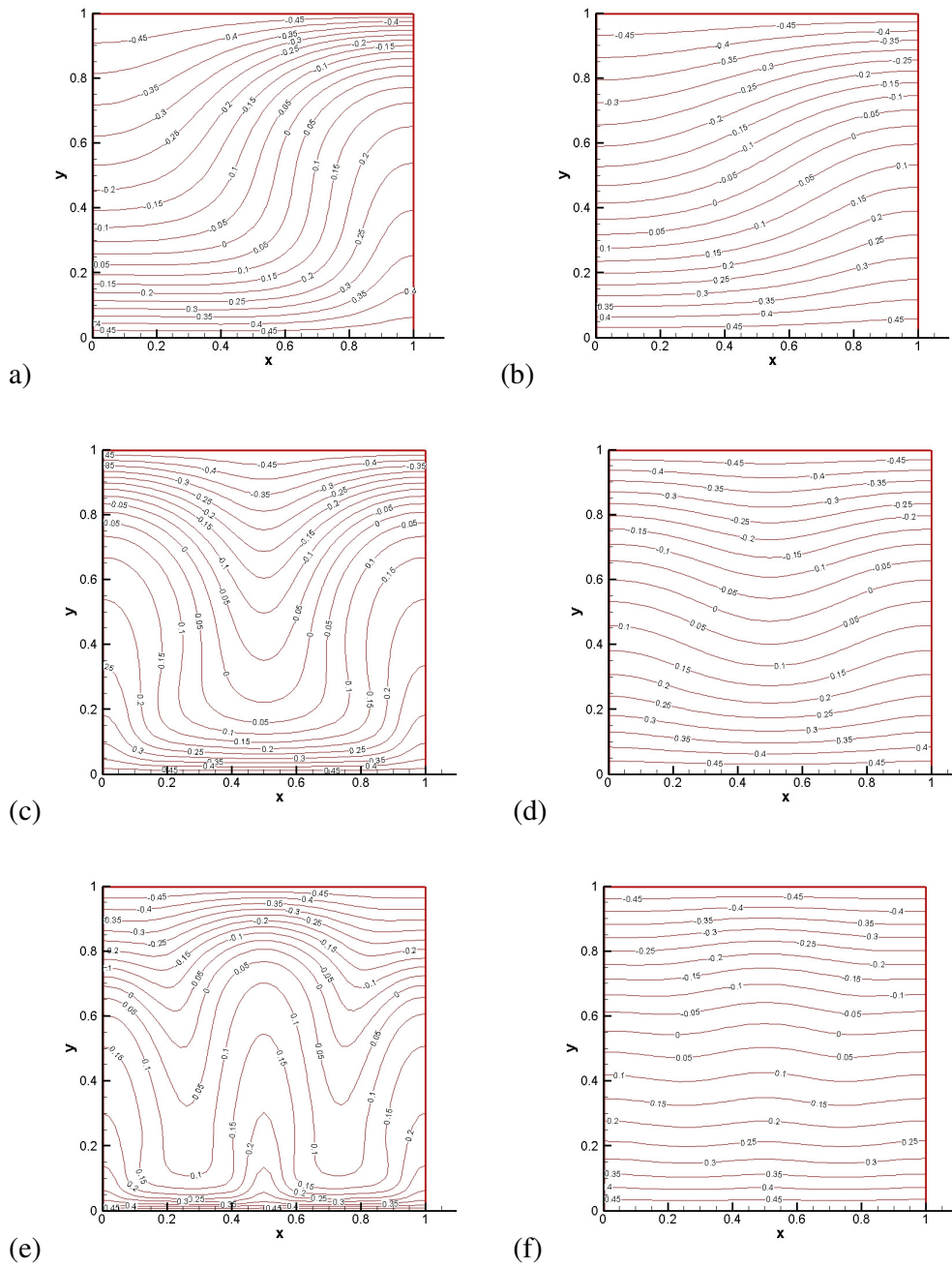
(b) $Rb = 500$



(c) $Rb = 1500$

【圖七十一】 $Ra = 70$ 、 $Pe = 10$ 、 $I_c = 0.9$ 條件下的流線圖 (a) $Rb = 100$ ，(b) $Rb = 500$ ，

(c) $Rb = 1500$ 。



【圖七十二】 $Ra=70$ 、 $Pe=10$ 、 $I_c=0.9$ 條件下的溫度分布圖

$Rb=100$ (a)流體溫度(T_f)分布圖，(b)固體溫度(T_s)分布圖，

$Rb=500$ (c)流體溫度(T_f)分布圖，(d)固體溫度(T_s)分布圖，

$Rb=1500$ (e)流體溫度(T_f)分布圖，(f)固體溫度(T_s)分布圖。

第八章 結論

本計畫針對游動生物在多孔性介質內的熱-生物對流研究，綜合上面各小節之模擬結果，可獲得下列結論。

8.1 趨地性微生物熱-生物對流穩定性

1. 當培克萊特數有一個臨界值，大約為3，當培克萊特數大於3時，臨界波數隨著熱雷里數增加而減少，培克萊特數小於3時臨界波數反而隨著熱雷里數增加而遞增。
2. 在孔隙度修正熱傳導係數比方面，當H較小時對於流場的影響是很小的，但是在H變大後因固體與液體的熱交換增加可看出明顯差異。
3. 另外路易斯數的變化也對生物對流有影響，當路易斯數過大時流體擴散係數變很小進而比較不容易發生對流，反觀數值越小較易產生對流現象。
4. 在普蘭特數的比較中發現，單純的改變普蘭特數對於流場的穩定性並無較明顯的影響，比其它參數所造成的差異要來的小。

8.2 趨氧性微生物熱-生物對流穩定性

1. 當熱雷里數(R_a)小於零時，無因次兩相熱傳係數(H)越大其臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)越小。而當熱雷里數(R_a)大於零時，無因次兩相熱傳係數(H)越大其臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)越大。
2. 當培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)固定時，培萊克特數(Pe)小於 1，臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)會隨著培萊克特數(Pe)增加而遞減；而培萊克特數(Pe)大於 1，臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)則會隨著培萊克特數(Pe)增加而遞增。
3. 當氧消耗率及擴散率的比值(β)固定時，臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)會隨著培萊克特數(Pe)增加而遞減，且發現在多孔性介質內的熱-生物對流中存在一臨界培萊克特數，此臨界值約為 1。
4. 當培萊克特數(Pe)固定時，臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)會隨著氧消耗率及擴散率的

比值(β)增加而遞減。

5. 臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)會隨著培萊克特數(Pe)與氧消耗率及擴散率的比值(β)之乘積(ω)增加而遞減。
6. 當無因次兩相熱傳係數(H)為 1 時，孔隙度修正熱傳導係數比(η)對系統之影響較小，而當無因次兩相熱傳係數(H)越大時，孔隙度修正熱傳導係數比(η)對系統之影響則越明顯。無因次兩相熱傳係數(H)為 100 時，熱雷里數(R_a)小於零，臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)c 會隨著孔隙度修正熱傳導係數比(η)增加而遞增。而當熱雷里數(R_a)大於零，臨界生物雷里數($R_{bcritical}$)則隨著孔隙度修正熱傳導係數比(η)增加而遞減。

當無因次兩相熱傳係數(H)為 100 時，臨界生物對流雷里數($R_{bcritical}$)隨著濃度擴散係數比(δ)增加而遞增。

8.3 趨地性微生物熱-生物對流流場分布

1. 當無因次兩相熱傳係數 H 較小的時候，固體與液體間的熱傳會降低，此時液體的對流會增加，但無因次兩相熱傳係數 H 增大之後，因為固體與液體進行熱交換時，會讓液體的溫度分佈較均勻，有穩定流場的作用。

2. 固定生物對流雷里數 Rb 和固定無因次兩相熱傳係數 H 的條件下，發現熱雷里數 Ra 逐漸增加時，會影響到流場變化，進而出現分岔的現象，單獨一個渦流會隨著熱雷里數 Ra 增大而發展到多個渦流系統，因為熱雷里數 Ra 會影響到流體溫度的浮力項，使得趨地性微生物運動方向會受到溫度分佈的影響，而聚集在上蓋兩個渦流中間或是上蓋的角落。

3. 在相同的兩相熱傳係數 H 下，發現生物對流雷里數 Rb 較小時，發生首次分岔的熱雷里數 Ra 值較高，隨著生物對流雷里數 Rb 增加，發生首次分岔的熱雷里數 Ra 會遞減，當生物對流雷里數 Rb 為 1000 時，熱對流已經不足以影響流場結構。

7.4.1 趨氧性微生物熱-生物對流流場分布

1. 當液體與固體熱傳導係數 H 較大的時候，固體與液體之間的熱傳會增加，相對的流體對流較不易發生，具有穩定流場的作用，當液體與固體熱傳係數 H 較小時，兩相

間熱傳會降低，液體的對流較容易發生。

2. 在固定的條件下，當達西熱雷里數 Ra 逐漸增加時，流場會出現熱傳導到熱對流以及單一渦流發展到兩個渦流的分岔現象，流場裡的嗜氧性微生物受到流場變化的影響會聚集在不同地點，在單一渦流時聚集在右上方角落，在兩個渦流時會聚集在上方兩個渦流的中間，當達西熱雷里數 Ra 較大時，因受到液體對流以及氧濃度分布影響會聚集在右邊渦流。

3. 在相同的條件下，隨著達西生物對流雷里數 Rb 逐漸增加時，在氧濃度梯度非常低時，因嗜氧性微生物游動速度緩慢，此時改變修正培萊克特數 Pe 的大小，對於整個系統流場並沒明顯的影響。

8.5 趨光性微生物熱-生物對流流場分布

1. 當考慮生物對流時，生物對流流場可分成二層，上面一層，光強度高於臨界光強度，因此，微生物向下游動；而下層的微生物，則會向上游動。由此可知，微生物的最高濃度，會分布在臨界光強度 I_c 的位置上。

2. 隨著達西生物對流雷里數 Rb 的逐漸增加，流場的對流情形也隨之改變。起初，因熱對流產生的流動受到生物游動而使整個流場抑制下來。因為上層的微生物往下游動，它把整個流場都壓抑下來，而下層的往上游動還不足以造成生物對流，所以生物游動把整個流場抑制下來，整個流場呈現靜止狀態。當 Rb 持續增加，此時流場又從靜止轉變成對流，不過對流的型態與單純的熱對流不同。

3. 修正的培萊克特數 Pe 會影響生物的游動速度，當修正的培萊克特數 Pe 越大，游動速度也越大，產生生物對流的情況越容易，對流的現象也越早發生。而達西熱雷里數 Ra 與達西生物對流雷里數 Rb 兩者間的抑制情形，在修正的培萊克特數 Pe 增加到一定時，便不存在了，反而會相輔相成使流場速度增大。

4. 在單純的熱對流的情況下，流場的流線圖會呈現對稱的情形；在受到 Rb 的影響後，流場的分布不再是對稱，受到光源與生物對流的影響，使流場偏向右邊。而右

邊的流場梯度比左邊高，代表右邊的流場速度比左邊快。隨著 Rb 繼續增加，流場又呈現對稱的圖形，此時熱對流的影響遠小於生物對流，代表流場已經受到生物對流所支配，熱對流已經不足以影響流場的分佈，幾乎成為單純的生物對流。

5. 流場的變化，使得溫度的分布也隨著流場的變化而改變。由於流線沒有對稱，所以它的溫度分布也沒有對稱，而固體與液體之間的溫度也不同，因為利用了兩相熱傳模型分別模擬液體與固體的分布，使得液體與固體的溫度分布不一樣。

参考文献

1. T. J. Pedley and J. O. Kessler, "Hydrodynamic phenomena in suspensions of swimming microorganisms," *Annual Reviews in Fluid Mechanics*, Vol. 24, pp. 313-358, 1992.
2. N. A. Hill, T. J. Pedley and J. O. Kessler, "The growth of bioconvection patterns in a suspension of gyrotactic micro-organisms in a layer of finite depth," *J. Fluid Mechanics*, Vol. 208, pp. 509-543, 1989.
3. A. J. Hillesdon and T. J. Pedley, "Bioconvection in suspensions of oxytactic bacteria: linear theory," *J. Fluid Mechanics*, Vol. 324, pp. 223-259, 1996.
4. A. M. Metcalfe and T. J. Pedley, "Falling plumes in bacterial bioconvection," *J. Fluid Mechanics*, Vol. 445, p. 121-149, 2001.
5. N. A. Hill and T. J. Pedley, "Bioconvection," *Fluid Dynamics Research*, Vol. 37, pp. 1-20, 2005.
6. S. Childress, M. Leavndowsky and E. A. Spiegel, "Patter formation in a suspension of swimming microorganisms: equations and stability theory," *J. Fluid Mechanics*, Vol. 195, pp. 223-237, 1988.
7. S. Fujita and M. Watanabe, "Transition from periodic to non-periodic oscillation observed in a mathematical model of bioconvection by motile micro-organisms," *Physica D: Nonlinear Phenomena*, Vol. 20, pp. 435-443, 1986.
8. A. Harashima, M. Watanabe and L. Fujishiro, "Evolution of bioconvection patterns in a culture of motile glagellates," *Physics of Fluids*, Vol. 31, pp. 764-755, 1988.
9. S. Ghorai and N. A. Hill, "Development and stability of gyrotactic plumes in bioconvection," *J. Fluid Mechanics*, Vol. 400, pp. 1-31, 1999.
10. S. Ghorai and N. A. Hill, "Wavelengths of gyrotactic plumes in bioconvection," *Bulletin Mathematical Biology*, Vol. 62, pp. 429-450, 2000.

11. S. Ghorai and N. A. Hill, "Periodic arrays of gyrotactic plumes in bioconvection," *Physics of Fluids*, Vol. 12, pp. 5-22, 2000.
12. S. Ghorai and N. A. Hill, "Axisymmetric bioconvection in a cylinder," *J. Theoretical Biology*, Vol. 219, pp. 137-152, 2002.
13. A. V. Kuznetsov, "The onset of bioconvection in a suspension of gyrotactic microorganisms in a fluid layer of finite depth heated from below," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 32, pp. 574-582, 2005.
14. A. V. Kuznetsov, "Thermo-bioconvection in a suspension of oxytactic bacteria," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 32, pp. 991-999, 2005.
15. A. V. Kuznetsov, "Investigation of the onset of thermo-bioconvection in a suspension of oxytactic microorganism in a shallow fluid layer heated from below," *Theoretical Computational Fluid Dynamics*, Vol. 19, pp. 287-299, 2005.
16. D. A. Nield and A. V. Kuznetsov, "The onset of bio-thermal convection in a suspension of gyrotactic microorganisms in a fluid layer: oscillatory convection," *International J. Thermal Sciences*, Vol. 45, pp. 990-997, 2006.
17. Z. Alloui, T. H. Nguyen and E. Bilgen, "Stability analysis of thermo-bioconvection in suspension of gravitactic microorganisms in a fluid layer," *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Vol. 33, pp. 1198-1206, 2006.
18. Z. Alloui, T. H. Nguyen and E. Bilgen, "Numerical investigation of thermo-bioconvection in a suspension of gravitactic microorganisms," *International J. Heat and Mass Transfer*, doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.09.08, 2006.
19. H. Wager, "On the effect of gravity upon the movements and aggregation of *Euglena viridis*, Ehrb., and other micro-organisms," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B*, Vol. 201, pp. 333-390, 1911.

20. J. O. Kessler, "Co-operative and concentrative phenomena of swimming microorganisms," *Contemporary Physics*, Vol. 26, pp. 147-166, 1985.
21. R. V. Vicent, "Mathematical modeling of phototaxis in motile microorganism," Ph. D. thesis, University of Leeds, 1995.
22. R. V. Vincent and N. A. Hill, "Bioconvection in a suspension of phototactic algae," *J. Fluid Mechanics*, Vol. 327, pp. 343, 1996.
23. S. Ghorai and N. A. Hill, "Penetrative phototactic bioconvection," *Physics of Fluids*, Vol. 17, pp. 074101, 2005.
24. T. L. Stewart and H. S. Fogler, "Biomass plug development and propagation in porous media," *Biotechnology Bioengineering*, Vol. 72, pp. 353-363, 2001.
25. D. S. Kim and H. S. Fogler, "Biomass evolution in porous media and its effects on permeability under starvation conditions," *Biotechnology Bioengineering*, Vol. 69, pp. 47-56, 2000.
26. J. O. Kessler, "The external dynamics of swimming micro-organisms," *Progress in Phycology Research*, Vol. 4, pp. 257-307, 1986.
27. K. Khanafer, K. Vafai and A. Kangarlu, "Water diffusion in biomedical systems as related to magnetic resonance imaging," *Magnetic Resonance Imaging*, Vol. 21, pp. 175-184, 2003.
28. K. Khanafer, K. Vafai and A. Kangarlu, "Computational modeling of cerebral diffusion-application to stroke imaging," *Magnetic Resonance Imaging*, Vol. 21, pp. 651-661, 2003.
29. A. V. Kuznetsov and N. Jiang, "Numerical investigation of bioconvection of gravitactic microorganisms in an isotropic porous medium," *International Communications Heat Mass Transfer*, Vol. 28, pp. 877-886, 2001.
30. A. V. Kuznetsov and A. A. Avramenko, "A 2D analysis of stability of bioconvection in a fluid saturated porous medium-estimation of the critical

- permeability value,” *International Communications Heat Mass Transfer*, Vol. 29, pp. 175-184, 2002.
31. A. V. Kuznetsov and A. A. Avramenko, “Stability analysis of bioconvection of gyrotactic motile microorganisms in a fluid saturated porous medium,” *Transport in Porous Medium*, Vol. 53, pp. 95-104, 2003.
32. A. V. Kuznetsov and A. A. Avramenko, “Analysis of stability of bioconvection of motile oxytactic bacteria in a horizontal fluid saturated porous layer,” *International Communication Heat Mass Transfer*, Vol. 30, pp. 593-602, 2003.
33. A. V. Kuznetsov and A. A. Avramenko, “The effect of deposition and declogging on the critical permeability in bioconvection in a porous medium,” *Acta Mechanica*, Vol. 160, pp. 113-125, 2003.
34. A. A. Kuznetsov and N. Jiang, “Bioconvection of negatively geotactic microorganisms in a porous medium: the effect of cell deposition and declogging,” *International J. Numerical Methods Heat Fluid Flow*, Vol. 13, pp. 341-364, 2003.
35. A. V. Kuznetsov, A. A. Avramenko and P. Geng, “A similarity solution for a falling plume in bioconvection of oxytactic bacteria in a porous medium,” *International Communication Heat Mass Transfer*, Vol. 30, pp. 37-46, 2003.
36. D. A. Nield, A. V. Kuznetsov and A. A. Avramenko, “The onset of bioconvection in a horizontal porous-medium layer,” *Transport in Porous Media*, Vol. 54, pp. 335-344, 2004.
37. A. V. Kuznetsov, “The onset of thermo-bioconvection in a shallow fluid saturated porous layer heated from below in a suspension of oxytactic microorganisms,” *European Journal of Mechanics B/Fluids*, Vol. 25, pp. 223-233, 2006.
38. T. Nguyen-Quang, A. Bahloul and T. H. Nguyen, “Stability of gravitactic micro-organisms in a fluid-saturated porous medium,” *International Communications in Heat Mass Transfer*, Vol. 32, pp. 54-63, 2005.

39. D. A. Nield and A. Bejan, *Convection in Porous Medium*, 2nd ed, Springer-Verlag, New York, 1999.
40. I. Pop, and D. B. Ingham, *Convection heat transfer: mathematical and computation modeling of viscous fluids and porous media*, Pergamon, Oxford, UK, 2001.
41. DAS Rees and I. Pop, "Free convective stagnation point flow in a porous medium using thermal non-equilibrium model," *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 26, pp. 945-954, 1999.
42. DAS Rees and I. Pop, "Vertical free convective boundary layer flow in a porous medium using a thermal non-equilibrium model," *J. Porous Medium*, Vol. 3, pp. 31-44, 2003.
43. DAS Rees and I. Pop, "Vertical free convective boundary layer flow in a porous medium using a thermal non-equilibrium model: elliptic effects," *J. Appl. Math. Phys.*, Vol. 53, pp. 1-12, 2002.
44. N. Banu and DAS Rees, "Onset of Darcy-Benard convection using a thermal non-equilibrium model," *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 45, pp. 2221-2228, 2002.
45. Long Jye Sheu, "An autonomous system for chaotic convection in a porous medium using a thermal non-equilibrium model," *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 30, pp. 672-689, 2006.
46. Long Jye Sheu, Juhn Horng Chen, Hsien Keng Chen, Lap Mou Tam and Yi Chi Chao, "A unified system describing dynamics of chaotic convection," *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 41, pp. 123-130, 2009.
47. Long Jye Sheu, Lap Mou Tam, Juhn Horng Chen, Hsien Keng Chen, Kuang Tai Lin and Yuan Kang, "Chaotic convection of viscoelastic fluid in porous medium," *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol. 37, pp. 113-124, 2008.

計畫成果自評

本計畫研究內容與原計畫相符並達成預期目標。研究成果具學術與應用價值，目前已有三篇相關文章發表於 SCI 期刊，截至目前為止此三篇文章[45-47]共獲 23 次國外學者引用。目前將陸續整理研究報告之相關部分以投稿刊登。

無衍生研發成果推廣資料

96 年度專題研究計畫研究成果彙整表

計畫主持人：許隆結		計畫編號：96-2221-E-216-026-MY3					
計畫名稱：流體飽合多孔介質內之熱-生物對流研究							
成果項目		量化			單位	備註（質化說明：如數個計畫共同成果、成果列為該期刊之封面故事...等）	
		實際已達成數（被接受或已發表）	預期總達成數（含實際已達成數）	本計畫實際貢獻百分比			
國內	論文著作	期刊論文	0	0	100%	篇	
		研究報告/技術報告	0	0	100%		
		研討會論文	0	0	100%		
		專書	0	0	100%		
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力（本國籍）	碩士生	6	6	100%	人次	
		博士生	0	0	100%		
		博士後研究員	0	0	100%		
		專任助理	0	0	100%		
國外	論文著作	期刊論文	3	6	100%	篇	
		研究報告/技術報告	0	0	100%		
		研討會論文	0	0	100%		
		專書	0	0	100%	章/本	
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力（外國籍）	碩士生	0	0	100%	人次	
		博士生	0	0	100%		
		博士後研究員	0	0	100%		
		專任助理	0	0	100%		

<p>其他成果 (無法以量化表達之成果如辦理學術活動、獲得獎項、重要國際合作、研究成果國際影響力及其他協助產業技術發展之具體效益事項等，請以文字敘述填列。)</p>	<p>已發表三篇多孔性材質內對流分析文章，共或國外學者引用達 23 次</p>
--	---

	成果項目	量化	名稱或內容性質簡述
科 教 處 計 畫 加 填 項 目	測驗工具(含質性與量性)	0	
	課程/模組	0	
	電腦及網路系統或工具	0	
	教材	0	
	舉辦之活動/競賽	0	
	研討會/工作坊	0	
	電子報、網站	0	
	計畫成果推廣之參與(閱聽)人數	0	

國科會補助專題研究計畫成果報告自評表

請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況、研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）、是否適合在學術期刊發表或申請專利、主要發現或其他有關價值等，作一綜合評估。

1. 請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況作一綜合評估

達成目標

未達成目標（請說明，以 100 字為限）

實驗失敗

因故實驗中斷

其他原因

說明：

2. 研究成果在學術期刊發表或申請專利等情形：

論文： 已發表 未發表之文稿 撰寫中 無

專利： 已獲得 申請中 無

技轉： 已技轉 洽談中 無

其他：（以 100 字為限）

已發表三篇多孔性材質內熱對流分析之文章於 SCI 期刊，另有相關資料仍在整理撰寫中，將陸續發表刊登

3. 請依學術成就、技術創新、社會影響等方面，評估研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）（以 500 字為限）

已發表之三篇 SCI 計畫相關文章，目前共獲國外學者引用達 23 次