

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫 成果報告
期中進度報告

坡地災害潛勢、觀測與預警技術之研究(二)-子計畫：
多孔介質彈性力學與生態工法在邊坡穩定上之應用研究(II)

計畫類別： 個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 94 - 2625 - Z - 216 - 001 -

執行期間： 94 年 8 月 1 日至 95 年 7 月 31 日

計畫主持人：呂志宗

共同主持人：

計畫參與人員：

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告 完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、
列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：中華大學土木與工程資訊學系

中 華 民 國 95 年 7 月 31 日

摘 要

根據本計畫所完成的研究成果，已整理並發表了 18 篇期刊暨國際性 EI 等級的研討會論文，如本報告之第一部分所示。其中包括前往韓國清州參加「第 10 屆亞洲科技與數學研討會 (10th Asian Technology Conference in Mathematics)」、前往中國上海參加「2006 上海岩土工程國際會議 (GeoShanghai International Conference 2006)」、前往大陸北京參加「第 34 屆國際水文地質大會 (34th Congress of International Association of Hydrogeologists)」、及參加在本國所舉辦之「2006 東亞放射性廢棄物管理論壇研討會 (2006 East Asia Forum on Radwaste Management Conference)」等等國際間相當重要之學術會議並發表最新之研究成果，計畫主持人所付出之努力，極有助於後續相關研究計畫之推動與執行。本計畫亦已將一部分成果發表在「中華理工學刊」及國內或兩岸學術研討會中，尚有其他相關研究成果，正陸續積極整理並準備發表中。

本計畫報告之第二部分為「公路邊坡生態工法之多媒體教材建構」，主要是以公路邊坡生態工法為案例探討對象，利用網路及多媒體設計的技術，將生態工法之定義、精神、工法的種類以及應用生態工法施作完成的公路邊坡案例等，製作成教材並發布在網路上，以供各界參考。

本計畫報告之第三部分為「邊坡穩定之輔助分析軟體的應用與研發」，是以有限差分法軟體 FLAC 3D 為架構，輔以有限元素法軟體 ANSYS，再利用 Visual Basic 程式，撰寫一應用於邊坡穩定之輔助分析程式，用以化簡邊坡穩定數值分析之前處理步驟，使有利於 FLAC 3D 軟體之使用。以此為基礎，在後續的研究中，可繼續探討邊坡土壤中之水份等因素的影響，亦即可引用有考慮水份與土壤之交互作用現象的多孔介質彈性力學理論，研討邊坡穩定之相關問題。

第四部分為出席國際學術會議之報告，共兩份。包括參加「第 10 屆亞洲科技與數學研討會」及「2006 上海岩土工程國際會議」之會議報告。此一部分並非本計畫報告應具備之附件，僅供參考用。

關鍵詞：地下水、沉陷、生態工法、邊坡穩定

第一部分

已發表在期刊暨國內外

學術會議之研究成果

註：共 18 篇論文

目 錄

- Lu, John C.-C. and Feng-Tsai Lin, 2006/6/6~8, "The Transient Ground Surface Displacements Due to a Point Sink/Heat Source in an Elastic Half-Space," *Geotechnical Special Publication No. 148, GeoShanghai International Conference 2006, ASCE, Shanghai, China*, pp. 210-218. (Supported by the National Science Council of NSC94-2625-Z-216-001.) (EI)
- Lu, John C.-C. and Feng-Tsai Lin, 2006/10/9~13, "Analysis of Transient Ground Surface Displacements Due to a Point Sink in a Pervious/Impervious Poroelastic Half-Space," *34th Congress of International Association of Hydrogeologists*, Beijing, China, p. 353. (Supported by the National Science Council of NSC94-2625-Z-216-001.)
- Lu, John C.-C., 2006, "Long-Term Behaviors of a Buried Deep Point Heat Source in a Transversely Isotropic Thermoelastic Porous Medium," *Chung Hua Journal of Science and Engineering*, Vol. 4, No. 1, pp. 11-22. (Supported by the National Science Council of NSC94-2625-Z-216-001.)
- Lu, John C.-C. and Feng-Tsai Lin, 2005/12/12~16, "Analysis of Transient Ground Surface Displacements Due to a Point Sink in a Porous Elastic Half-Space," *Proceedings of the 10th Conference of Advanced Technology Council in Mathematics*, Cheong-Ju, Korea, pp. 135-144. (Supported by the National Science Council of NSC94-2625-Z-216-001.)
- 呂志宗，2005/10/13~14，「地表不透水情況下因單點抽水所引致的暫態壓密沉陷解析」，九十四年度農業工程研討會論文摘要集，苗栗市，台灣，中華民國，第 113 頁。(本文係在國科會研究計畫 NSC94-2625-Z-216-001 補助下所完成。)
- 呂志宗、戴雪蘭，2005/10/13~14，「溫泉自岩層裂隙滲流所引致之地層行為變化的理論解析」，九十四年度農業工程研討會論文摘要集，苗栗市，台灣，中華民國，第 114 頁。(本文係在國科會研究計畫 NSC94-2625-Z-216-001 補助下所完成。)
- 呂志宗、任克泰、曾柏領，2005/11/25~26，「Benford 定律與河川流量關係之探討」，2005 年海峽兩岸科學技術研討會論文摘要集，斗六市，台灣，中華民國，第 437 頁。(本文係在國科會研究計畫 NSC94-2625-Z-216-001 補助下所完成。)
- 呂志宗、林鳳彩，2005/11/25~26，「橫向等向性/等向性地層因溫泉抽水所引致的壓密沉陷解析」，中國機械工程學會第二十二屆全國學術研討會論文集，中壢市，台灣，中華民國，第 1383-1389 頁。(本文係在國科會研究計畫 NSC94-2625-Z-216-001 補助下所完成。)
- 呂志宗、林鳳彩，2005/11/25~26，「深層溫泉開發所引致之地層力學行為變化的暫態閉合解」，中國機械工程學會第二十二屆全國學術研討會論文集，中壢

- 市，第 1417-1423 頁。(本文係在國科會研究計畫 NSC94-2625-Z-216-001 補助下所完成。)
- 呂志宗、周宜興，2005/12/16~17，「FLAC 3D 之輔助分析軟體的研發與應用」，中華民國第二十九屆全國力學會議論文集，新竹市，台灣，中華民國，第 C003-1~C003-8 頁。(本文係在國科會研究計畫 NSC94-2625-Z-216-001 補助下所完成。)
- 呂志宗、張君平，2005/12/16~17，「公路邊坡生態工法之互動式電腦輔助教學軟體的設計」，中華民國第二十九屆全國力學會議論文集，新竹市，台灣，中華民國，第 C004-1~C004-8 頁。(本文係在國科會研究計畫 NSC94-2625-Z-216-001 補助下所完成。)
- 呂志宗、林鳳彩，2005/12/16~17，「深層溫泉開發所引致之地層力學行為的暫態閉合解—考慮孔隙水與固體介質為可壓縮」，中華民國第二十九屆全國力學會議論文集，新竹市，台灣，中華民國，第 C005-1~C005-8 頁。(本文係在國科會研究計畫 NSC94-2625-Z-216-001 補助下所完成。)
- 呂志宗、林鳳彩，2006/5/5，「以黃金比例觀察大自然之美」，正修科技大學 94 學年度通識教育學術研討會論文集，高雄縣，台灣，中華民國，第 131-150 頁。(本文係在國科會研究計畫 NSC94-2625-Z-216-001 補助下所完成。)
- 呂志宗、任克泰、溫志浩、廖英達、梁惠儀、楊俊丞、吳明銘，2006/10/19~20，「以 Benford 定律探討北台灣之流量及雨量特徵」，九十五年農業工程研討會論文摘要集，台南市，台灣，中華民國，第 114 頁。(本文係在國科會研究計畫 NSC94-2625-Z-216-001 補助下所完成。)
- 呂志宗、林擎天，2006/10/19~20，「補注高溫水所引致地層彈性力學行為變化探討」，九十五年農業工程研討會論文摘要集，台南市，台灣，中華民國，第 115 頁。(本文係在國科會研究計畫 NSC94-2625-Z-216-001 補助下所完成。)
- Lu, John C.-C. and Feng-Tsai Lin, 2006/11/24~25, "Analytic Solutions of Thermo-consolidation Due to a point Heat Source Buried in a Porous Elastic Half-Space," *Proceeding of the 23rd National Conference on Mechanical Engineering*, Tainan, Taiwan R.O.C., Accepted. (Supported by the National Science Council of NSC94-2625-Z-216-001.)
- 呂志宗、林擎天，2006/11/24~25，「溫泉在砂岩地層中之滲流機制探討」，中國機械工程學會第二十三屆全國學術研討會，台南縣，台灣，中華民國，論文已被接受。(本文係在國科會研究計畫 NSC94-2625-Z-216-001 補助下所完成。)
- Lu, John C.-C. and Feng-Tsai Lin, 2006/11/27~28, "Theoretical Solutions for a Stratum Subjected to a Point Heat Source," *2006 East Asia Forum on Radwaste Management Conference*, Taoyuan, Taiwan R.O.C., Accepted. (Supported by the National Science Council of NSC94-2625-Z-216-001.)

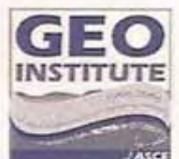
GEOTECHNICAL
SPECIAL PUBLICATION NO. 148

Advances in
Unsaturated
Soil, Seepage,
and
Environmental
Geotechnics

EDITED BY Ning Lu
Laureano R. Hoyos
Lakshmi Reddi

上海

ASCE





Advances in Unsaturated Soil, Seepage, and Environmental Geotechnics represents the latest advances in applied unsaturated soil mechanics, and coupled phenomena in geotechnical engineering practice. This Geotechnical Special Publication contains 42 papers that were presented at the GeoShanghai Conference held in Shanghai, China from June 6–8, 2006.

The book begins with two state-of-the-art papers on geoenvironmental engineering and unsaturated soil mechanics applied to field problems. It then continues by highlighting papers on unsaturated soil phenomena, coupled phenomena and transport phenomena. The book showcases new experimental evidence and theoretical developments on strength and deformational behaviors of both expansive soil and collapsible loess, as well as some new testing techniques to characterize volumetric change and strength of these problematic soils. It reports on the latest understanding of various coupled phenomena in soils such as hydro–biological, hydro–mechanical, hydro–thermal, thermal–mechanical and hydro–chemical coupling. The papers also address the latest advances in geoenvironmental applications including the sustainability of landfills, removal of various contaminants from soils, soil–contaminant interactions, and soil stabilization.

ISBN 0-7844-0860-2



9 780784 408605

ASCE

American Society of Civil Engineers

The Transient Ground Surface Displacements Due to a Point Sink/Heat Source in an Elastic Half-Space

J. C.-C. Lu¹ and F.-T. Lin²

Abstract

Thermoelastic deformation due to a point heat source is the analog of poroelastic response caused by a point sink. In this paper, Biot's three-dimensional consolidation theory is introduced to derive the analytical solutions of the transient consolidation deformation with a point sink in saturated isotropic porous elastic half-space. The transient ground surface displacement produced by a point heat source is described through analog quantities between poroelasticity and thermoelasticity. Closed-form solutions of the horizontal and vertical displacements are obtained by using Laplace and Hankel integral transforms. Attention is focused on the maximum surface horizontal displacement compared to the maximum surface settlement. Results show that the horizontal displacement is about 30% of the maximum ground surface settlement. The study concludes that horizontal displacement is significant and should be considered in prediction of the transient settlement induced by groundwater withdrawal.

Introduction

Land subsidence due to groundwater withdrawal is a well-known phenomenon (Poland 1984). The pore water pressure is reduced in the withdrawal region as water pumped from an aquifer. It leads to increase in the effective stress between the soil particles and subsidence of ground surface.

The three-dimensional consolidation theory presented by Biot (1941, 1955) is generally regarded as the fundamental theory for modeling land subsidence. Based on Biot's theory, Booker and Carter (1986*a*, 1986*b*, 1987*a*, 1987*b*), Tarn and Lu (1991) presented solutions of subsidence by a point sink embedded in saturated elastic half-

¹ Department of Civil Engineering and Engineering Informatics, Chung-Hua University, Hsinchu 30012, Taiwan, ROC; PH (886)3-518-6708; FAX (886)3-537-2188; email: cclu@chu.edu.tw

² Department of Naval Architecture, National Kaohsiung Marine University, Kaohsiung 81157, Taiwan, ROC; PH (866)7-361-7141 ext. 3285; FAX (866)7-362-8844; email: ftlin@mail.nkmu.edu.tw

space at a constant rate. In the studies of Booker and Carter, the flow properties are considered as isotropic or cross-anisotropic whereas the elastic properties of the soil are treated as isotropic with pervious half-space boundary. Tarn and Lu found that groundwater withdrawal from an impervious half-space induces a larger amount of consolidation settlement than from a pervious one. The anisotropic permeability was proved to have significant effects on the land subsidence due to fluid extraction. Nevertheless, transient closed-form solution of the half-space due to fluid withdrawal was not obtained in the above studies.

The governing equations of poro-mechanics are similar to the equations appeared in thermo-mechanics. Based on the analogy of poroelasticity and thermoelasticity, point heat source induced transient horizontal and vertical displacements of the ground surface are obtained. Figure 1 shows a point sink or heat source buried in a stratum at a depth h where the stratum is modeled as saturated/thermally isotropic elastic half-space. Point sink is usually introduced to simulate groundwater withdrawal and radioactive canister buried in a half-space can be treated similar to a point heat source.

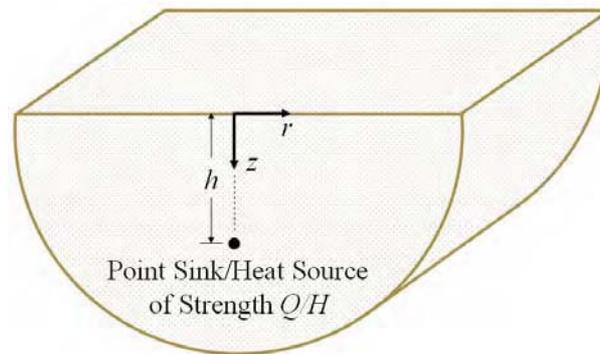


Figure 1. Point sink Q (constant pumping rate)/heat source H (constant heat generation rate) induced mechanics of poroelastic/thermoelastic problem.

The pervious ground surface in poroelasticity is corresponding to a constant temperature of the ground surface in thermoelasticity. The transient horizontal and vertical displacements of the ground surface due to a point sink, corresponding to a point heat source, are obtained by using Laplace and Hankel transforms. Results are illustrated and compared to provide better understanding of the time dependent ground surface displacements due to pumping or point heat source.

Mathematical Model of Poroelasticity

Governing Equations. Figure 1 shows a point sink buried in a saturated porous stratum at a depth h . The soil mass is considered as a homogeneous isotropic porous medium.

The constitutive stress behaviors of the elastic soil skeleton are

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \frac{2G\nu}{1-2\nu}\varepsilon_{kk}\delta_{ij} - p\delta_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (1)$$

in which σ_{ij} are the total stress components; ε_{ij} are the strain components; ν is Poisson's ratio and G is shear modulus of the stratum. The excess pore water pressure p is positive for compression, and δ_{ij} is the Kronecker delta. The strains ε_{ij} and displacement components u_i are given by the linear law

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (2)$$

The total stress must satisfy the equilibrium equations

$$\sigma_{ij,j} + b_i = 0, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (3)$$

where b_i denote the body forces. Eqs. (1) and (2) are used in the equilibrium equations to express their forms in displacements u_i and excess pore water pressure p as follows:

$$Gu_{i,ij} + \frac{G}{1-2\nu}\varepsilon_{kk,i} - p_{,i} = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (4)$$

Consider a point sink of constant pumping rate Q that is located at point $(0, h)$. The uncoupled governing equation in axially symmetric coordinates (r, z) is derived from the conservation of mass and Darcy's law as

$$-\frac{k}{\gamma_w} p_{,jj} + n\beta \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{Q}{2\pi r} \delta(r) \delta(z-h) u(t) = 0, \quad (5)$$

where k and n are the permeability and porosity of the porous medium, respectively; β is the compressibility of pore water; γ_w is the unit weight of pore water; $\delta(x)$ is the Dirac delta and $u(t)$ is Heaviside unit step function. Eqs. (4) and (5) constitute the basic governing equations of the time-dependent poroelastic responses of a saturated porous medium.

Boundary Conditions and Initial Conditions. Consider the half-space surface, $z = 0$, which is a traction-free and pervious boundary for all time $t \geq 0$. The mathematical statements of the boundary $z = 0$ are:

$$\sigma_{rz}(r, 0, t) = 0, \quad \sigma_{zz}(r, 0, t) = 0, \quad \text{and} \quad p(r, 0, t) = 0. \quad (6)$$

Assuming no initial change in displacements and seepage of the stratum, the initial conditions at time $t = 0$ of the mathematical model due to a point sink can be treated as

$$u_r(r, z, 0) = 0, \quad u_z(r, z, 0) = 0, \quad \text{and} \quad p(r, z, 0) = 0. \quad (7)$$

Mathematical Model of Thermoelasticity

Governing Equations. The constitutive behavior of the isotropic body with a point heat source buried in a thermoelastic isotropic half-space at a depth h can be expressed by

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \frac{2G\nu}{1-2\nu}\varepsilon_{kk}\delta_{ij} - \frac{2G(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu}\vartheta\delta_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (8)$$

Here, σ_{ij} are the thermal stress components and ϑ is the temperature increment measured from the reference state. The constants ν , G and α_s are the Poisson's ratio, shear modulus, and linear thermal expansion coefficient, respectively.

The kinematic equation, Eq. (2), shows the relation between the strains and displacements, and the thermal stresses must satisfy the equilibrium relations, Eq. (3). Using Eqs. (2) and (8), the equilibrium equations (3) can be expressed in terms of displacements u_i and temperature change of the thermoelastic half-space ϑ as follows:

$$Gu_{i,jj} + \frac{G}{1-2\nu}\varepsilon_{kk,i} - \frac{2G(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu}\vartheta_{,i} = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (9)$$

Consider a point heat source of constant heat generation rate H that is located at point $(0, h)$. The uncoupled governing equation, which is axially symmetry, is obtained from the conservation of energy and heat conduction law as following

$$-\lambda_r\vartheta_{,r} + c_\varepsilon\frac{\partial\vartheta}{\partial t} - \frac{H}{2\pi r}\delta(r)\delta(z-h)u(t) = 0, \quad (10)$$

where λ_r is the thermal conductivity and $c_\varepsilon = \rho c$. The constants ρ and c define the density and the specific heat of the thermoelastic medium, respectively. Eqs. (9) and (10) constitute the basic governing equations of the transient responses of a thermoelastic medium due to a point heat source.

Boundary Conditions and Initial Conditions. The half-space surface, $z = 0$, is considered as traction-free, and it does not have temperature change for all time $t \geq 0$. The boundary conditions on surface $z = 0$ are given by

$$\sigma_{rz}(r, 0, t) = 0, \quad \sigma_{zz}(r, 0, t) = 0, \quad \text{and} \quad \vartheta(r, 0, t) = 0. \quad (11)$$

Assuming there are no initial change of displacement and temperature for the thermal elastic medium, the initial conditions at time $t = 0$ due to a point heat source can be treated as

$$u_r(r, z, 0) = 0, \quad u_z(r, z, 0) = 0, \quad \text{and} \quad \vartheta(r, z, 0) = 0. \quad (12)$$

From these governing equations, the corresponding quantities of poroelasticity and thermoelasticity are shown in Table 1.

Table 1. Analogy of poroelastic and thermoelastic quantities.

Poroelasticity	Thermoelasticity
p	$\frac{2G(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu} g$
$n\beta$	$\frac{(1-2\nu)c_\varepsilon}{2G(1+\nu)\alpha_s}$
$\frac{k}{\gamma_w}$	$\frac{(1-2\nu)\lambda_t}{2G(1+\nu)\alpha_s}$
Q	$-H$

Analytic Solutions

Applying Laplace and Hankel integral transformations (Sneddon 1951, Erdelyi *et al.* 1954), the transient horizontal and vertical displacements of the ground surface $z = 0$ due to a point sink in axially symmetric coordinates (r, z) are obtained as follows:

$$u_r(r, 0, t) = \frac{(1-2\nu)Q\gamma_w}{2\pi Gk} \left\{ -\frac{ctr}{(h^2+r^2)^{3/2}} + \int_0^{ct} \frac{(ct-\tau)hr}{16\tau^3} \exp\left(-\frac{r^2+2h^2}{8\tau}\right) \left[I_0\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) - I_1\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) \right] d\tau \right\}, \quad (13a)$$

$$u_z(r, 0, t) = \frac{(1-2\nu)Q\gamma_w}{2\pi Gk} \left\{ \frac{cth}{(h^2+r^2)^{3/2}} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{h^2+r^2}}{2\sqrt{ct}}\right) - \frac{h}{h^2+r^2} \sqrt{\frac{ct}{\pi}} \exp\left(-\frac{h^2+r^2}{4ct}\right) + \frac{h}{2\sqrt{h^2+r^2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{h^2+r^2}}{2\sqrt{ct}}\right) \right\}, \quad (13b)$$

where $c = k/n\beta\gamma_w$. The long-term ground surface horizontal and vertical displacements can be obtained by letting $t \rightarrow \infty$ in Eqs. (13a) and (13b):

$$u_r(r, 0, \infty) = -\frac{(1-2\nu)Q\gamma_w}{4\pi Gk} \frac{hr}{\sqrt{h^2+r^2}(\sqrt{h^2+r^2}+h)}, \quad (14a)$$

$$u_z(r, 0, \infty) = \frac{(1-2\nu)Q\gamma_w}{4\pi Gk} \frac{h}{\sqrt{h^2+r^2}}. \quad (14b)$$

The maximum surface settlement $u_z(0,0,\infty) = (1 - 2\nu)Q\gamma_w/4\pi Gk$ can be found from Eq. (14b). Solutions of buried point heat source induced ground surface displacements can be easily derived through the parameters described in Table 1.

Numerical Results

For the point sink induced land subsidence, the particular interest is the settlement of stratum at each stage of the consolidation process. The average consolidation ratio U is defined as

$$U = \frac{\text{settlement at time } t}{\text{settlement at end of compression}}. \quad (15)$$

This ratio U can be expressed as bellow,

$$U = \frac{2ct}{h^2 + r^2} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{h^2 + r^2}}{2\sqrt{ct}}\right) - \frac{2}{\sqrt{h^2 + r^2}} \sqrt{\frac{ct}{\pi}} \exp\left(-\frac{h^2 + r^2}{4ct}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{h^2 + r^2}}{2\sqrt{ct}}\right). \quad (16)$$

Figure 2 shows the average consolidation ratio U at $r = 0$. Note that U initially decreases rapidly then the rate of settlement slows down. As U asymptotically approaches 1, its consolidation is theoretically never achieved.

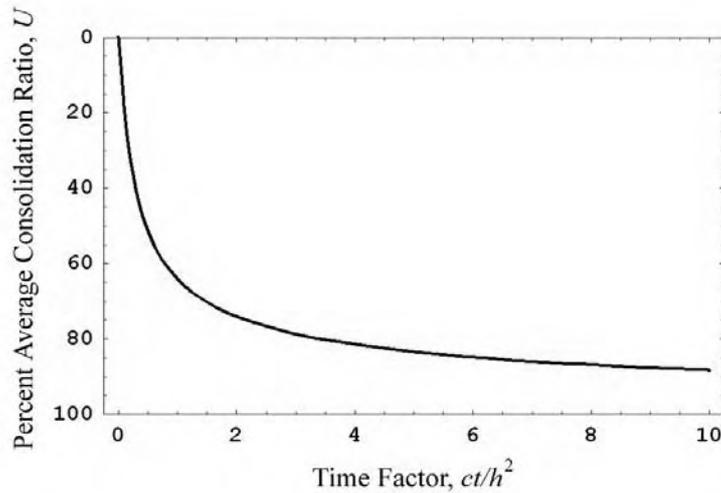


Figure 2. Graphical interpretation of average consolidation ratio U at $r = 0$.

The profiles of normalized vertical and horizontal displacements at the ground surface $z = 0$ are shown in Figures 3 and 4, respectively. Figure 4 illustrates that the ground surface has significant horizontal displacement. The maximum surface horizontal displacement is about 30% of the maximum vertical settlement. The displacements of the thermoelastic half-space due to a point heat source display a similar phenomenon as shown in Figures 2-4.

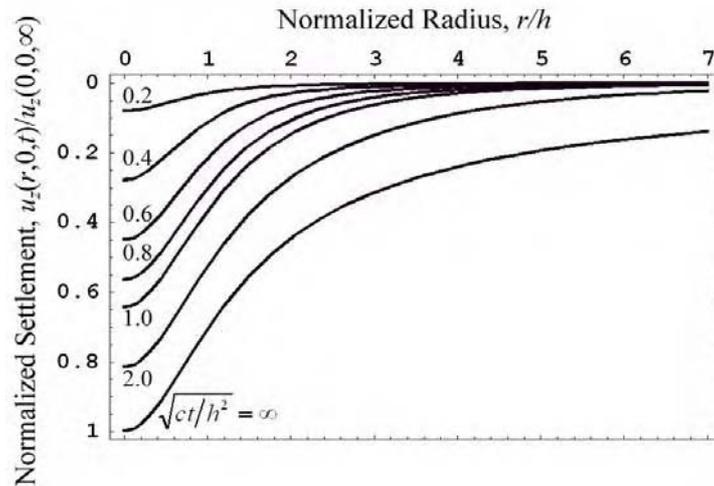


Figure 3. Normalized vertical displacement profile u_z at the ground surface $z = 0$.

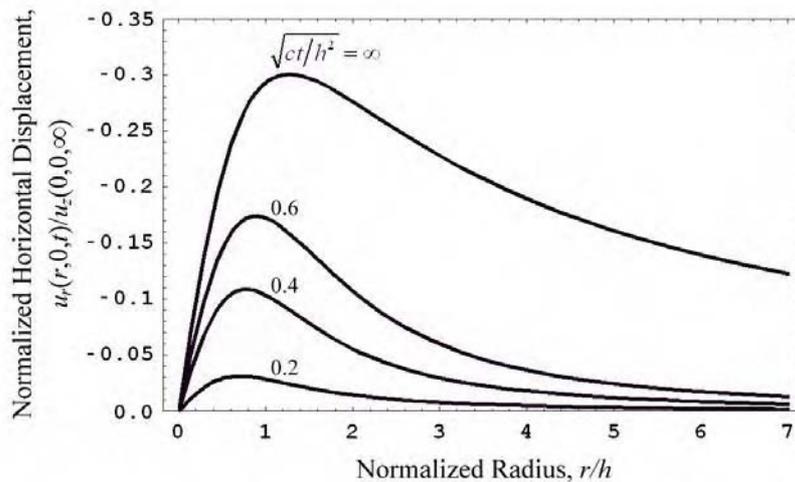


Figure 4. Normalized horizontal displacement profile u_r at the ground surface $z = 0$.

Conclusions

Closed-form solutions of the transient consolidation due to pumping from pervious elastic half-space were obtained using Laplace and Hankel transformations. Vertical settlement and ground surface horizontal displacement were investigated.

Based on numerical results, the maximum surface horizontal displacement is found to be about 30% of the maximum surface settlement. From the average consolidation ratio U at $r = 0$, the trend revealed by this model agrees with previous models by Sivaram and Swamee (1977) that U initially decreases rapidly then the rate of settlement slows down. It concludes that horizontal displacement should be properly considered for better prediction of the transient settlement induced by groundwater withdrawal.

The corresponding quantities of poroelasticity and thermoelasticity are discussed through their governing equations. The ground surface horizontal and vertical

displacements of the half-space due to a buried point heat source can be derived through their corresponding analogy.

Acknowledgments

This work is supported by the National Science Council of Taiwan, ROC, through grant NSC94-2625-Z-216-001.

References

Biot, M. A. (1941). "General theory of three-dimensional consolidation." *J. Appl. Phys.*, 12(2), 155-164.

Biot, M. A. (1955). "Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid." *J. Appl. Phys.*, 26(2), 182-185.

Booker, J. R., and Carter, J. P. (1986a). "Analysis of a point sink embedded in a porous elastic half space." *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 10(2), 137-150.

Booker, J. R., and Carter, J. P. (1986b). "Long term subsidence due to fluid extraction from a saturated, anisotropic, elastic soil mass." *Q. J. Mech. Appl. Math.*, 39(1), 85-97.

Booker, J. R., and Carter, J. P. (1987a). "Elastic consolidation around a point sink embedded in a half-space with anisotropic permeability." *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 11(1), 61-77.

Booker, J. R., and Carter, J. P. (1987b). "Withdrawal of a compressible pore fluid from a point sink in an isotropic elastic half space with anisotropic permeability." *Int. J. Solids Struct.*, 23(3), 369-385.

Erdelyi, A., Magnus, W., Oberhettinger, F., and Tricomi, F. G. (1954). *Tables of integral transforms*, McGraw-Hill, New York.

Poland, J. F. (1984). *Guidebook to studies of land subsidence due to ground-water withdrawal*, The United Nations Educational Scientific and Cultural Organization, Paris, 3-16.

Sivaram, B., and Swamee, P. K. (1977). "A computational method for consolidation coefficient." *Soils Found.*, 17(2), 48-52.

Sneddon, I.N. (1951). *Fourier transforms*, McGraw-Hill, New York, 48-70.

Tarn, J.-Q., and Lu, C.-C. (1991). "Analysis of subsidence due to a point sink in an anisotropic porous elastic half space." *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, 15(8), 573-592.



The 34th Congress of International Association of Hydrogeologists

Abstracts

Theme: Groundwater—Present Status and Future Task



October 9 - 13, 2006
Beijing • China



Key words: Changma reservoir, roundwater recharge resources, roundwater table level, variation, Shulehe River Basin

E – mail: longyun_2004@126.com

Analysis of Transient Ground Surface Displacements Due to a Point Sink in a Pervious/Impervious Poroelastic Half – space

John C. – C. Lu, Feng – Tsai Lin

Based on Biot's three – dimensional consolidation theory of porous media, analytical solutions of the transient consolidation deformation due to a point sink in a saturated isotropic poroelastic half – space are presented. Using the Laplace, Hankel and Fourier integral transform techniques, closed – form solutions of the horizontal and vertical displacements of the ground surface are obtained. In the analysis, cases of pervious and impervious half – space boundaries are studied. The consolidation as effected by the soil parameters are illustrated and discussed.

Key words: land subsidence, pumping, porous medium, half – space

E – mail: cclu@chu.edu.tw flin@mail.nkmu.edu.tw

Causes and Laws of Land Subsidence in Plain Areas of Beijing

Zhang Zhiqiang^{1,2}, Gong Huili², Ye Chao³, Jia Sanman³, Sun Ying³

- 1. Northeast Institute of Geography and Agroecology, CAS, Changchun, 130012, Jilin, P. R. China 2. Beijing Key Lab of Resources Environment and GIS, CNU, Beijing, 100037, P. R. China 3. Beijing Institute of Geological Engineering, Beijing, 100037, P. R. China**

The natural factors and human factors that have caused the land subsidence in the plain areas of Beijing were analyzed based on the data obtained in the study region, including strata, tectonics, hydrogeology, engineering geology and level data. There have been five subsidence centers in the study region, four of which in the north of the study region have jointed into one subsidence area. The study shows that there exists a very close relationship between the land subsidence and three factors: strata characters, geological tectonics and groundwater exploitation. Land subsidence occurred in the mid – below part of alluvium – diluvium fans. In terms of the general characteristics the aquifers of the plain areas in Beijing were divided into three groups from the top down and the compressive layers were grouped accordingly. The groundwater in the first and the second water – bearing strata has been over exploited and the first and the land

Analysis of Transient Ground Surface Displacements Due to a Point Sink in a Pervious/Impervious Poroelastic Half-Space

John C.-C. Lu¹ and Feng-Tsai Lin²

¹Department of Civil Engineering and Engineering Informatics
Chung Hua University
Hsinchu 30012, Taiwan, ROC
Email: cclu@chu.edu.tw

²Department of Naval Architecture
National Kaohsiung Marine University
Kaohsiung 81157, Taiwan, ROC
Email: ftlin@mail.nkmu.edu.tw

ABSTRACT

Based on Biot's three-dimensional consolidation theory of porous media, analytical solutions of the transient consolidation deformation due to a point sink in saturated isotropic porous elastic half-space are presented. Using the Laplace and Hankel integral transform techniques, closed-form solutions of the horizontal and vertical displacements of the ground surface are obtained. In the analysis, cases of pervious and impervious half-space boundary are studied. The consolidation effected by the consolidation parameters are illustrated and discussed. The numerical results show that the maximum surface horizontal displacement is about 30% of the maximum surface settlement for the pervious ground surface. The results indicate pumping from an impervious half-space leads to a much larger amount of land subsidence than from a pervious one. The study concludes that horizontal displacement and boundary condition are significant and should be considered in the prediction of the transient settlement induced by groundwater withdrawal.

Keywords: Point sink, Closed-form solution, Porous medium, Groundwater withdrawal

1. Introduction

Land subsidence due to groundwater withdrawal is a well known phenomenon (Poland, 1984). As water pumps from an aquifer, the pore water pressure is reduced in the withdrawal region. It leads to increase in the effective stress between the soil particles and subsidence of ground surface.

The three-dimensional consolidation theory presented by Biot (1941, 1955) is generally regarded as the fundamental theory for modeling land subsidence. Based on Biot's theory, Booker and Carter (1986a, 1986b, 1987a, 1987b), Tarn and Lu (1991) presented solutions of

subsidence by a point sink embedded in saturated elastic half-space at a constant rate. In the studies of Booker and Carter (1986a, 1986b, 1987a, 1987b), the flow properties are considered as isotropic or cross-anisotropic whereas the elastic properties of the soil are treated as isotropic with pervious half-space boundary. Tarn and Lu (1991) found that groundwater withdrawal from an impervious half-space induces a larger amount of consolidation settlement than from a pervious one. The anisotropic permeability was proved to have significant effects on the land subsidence due to fluid extraction. Lu and Lin (2005, 2006) displayed transient closed-form solutions of

the pervious half-space due to fluid withdrawal. Nevertheless, transient closed-form solutions of the impervious half-space due to pumping were not obtained in the above studies.

In this paper, the soil mass is modeled as an isotropic saturated elastic half-space. Cases of pervious and impervious ground surface boundary are investigated. Using the Laplace and Hankel transform techniques, transient horizontal and vertical displacements of the ground surface due to a point sink are obtained. Results are illustrated and compared to provide better understanding of the time dependent consolidation settlement due to pumping.

2. Mathematical Models

Basic Equations

Figure 1 presents a point sink buried in a saturated porous stratum at a depth h . The soil mass is considered as a homogeneous isotropic porous medium with a vertical axis of symmetry. The constitutive behavior of the elastic soil skeleton for linear axially symmetric deformation in the cylindrical coordinates (r, θ, z) are expressed by

$$\tau_{rr} = \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{u_r}{r} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{\partial u_z}{\partial z} - p, \quad (1a)$$

$$\tau_{\theta\theta} = \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu} \frac{u_r}{r} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{\partial u_z}{\partial z} - p, \quad (1b)$$

$$\tau_{zz} = \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{u_r}{r} + \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu} \frac{\partial u_z}{\partial z} - p, \quad (1c)$$

$$\tau_{rz} = G \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right), \quad (1d)$$

where τ_{rr} , $\tau_{\theta\theta}$, *etc.*, are the total stress components; the excess pore fluid pressure p is positive for compression; u_r , u_z are the displacements in the radial and axial directions, respectively; ν and G are the Poisson's ratio and shear modulus of the stratum, respectively. The

shear stress components $\tau_{r\theta}$ and $\tau_{\theta z}$ vanish by locating the vertical z -axis through the point sink.

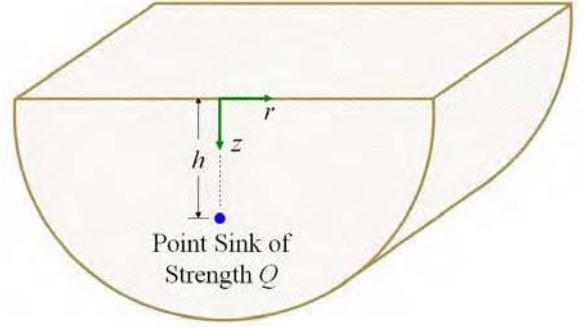


Figure 1. Point sink induced land subsidence problem.

The total stresses must satisfy the following equilibrium relations

$$\frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + b_r = 0, \quad (2a)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + b_z = 0, \quad (2b)$$

in which b_r and b_z denote the body forces. By using equations (1a)-(1d), the equilibrium equations for axially symmetric problem without body forces b_i can be expressed in terms of displacements u_i and excess pore water pressure p as follows:

$$G\nabla^2 u_r + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} - G \frac{u_r}{r^2} - \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (3a)$$

$$G\nabla^2 u_z + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad (3b)$$

where $\nabla^2 = \partial^2/\partial r^2 + 1/r \partial/\partial r + \partial^2/\partial z^2$ is the Laplacian operator and the volume strain of the porous medium is $\varepsilon = \partial u_r/\partial r + u_r/r + \partial u_z/\partial z$.

Assuming the problem is decoupled, i.e., the flow field is sought independently from that of the displacement field. The third relation between u_r , u_z and p obtained from the conservation of mass can be expressed as:

$$\nabla \cdot [n(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s)] + n\beta \frac{\partial p}{\partial t} + q = 0, \quad (4)$$

where n is the porosity of the porous medium; \mathbf{v}_w and \mathbf{v}_s are the velocities of pore water and solid matrix, respectively; β is the compressibility of pore water; q is the rate of water extracted from the porous medium per unit volume. Assuming that the pore water is governed by Darcy's law, we have

$$n(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) = -\frac{k}{\gamma_w} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{\partial p}{\partial z} \mathbf{i}_z \right), \quad (5)$$

in which k denotes the permeability of the soil mass; γ_w is the unit weight of pore water.

Let us consider a point sink of constant strength Q located at point $(0, h)$. Substituting (5) into (4) yields

$$-\frac{k}{\gamma_w} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) + n\beta \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{Q}{2\pi r} \delta(r) \delta(z-h) u(t) = 0, \quad (6)$$

in which $\delta(x)$ and $u(t)$ are Dirac delta and Heaviside unit step function, respectively. Eqs. (3a), (3b) and (6) constitute the basic governing equations of the axially symmetric time-dependent poroelastic responses of a saturated porous medium.

Boundary Conditions

Consider the half-space surface, $z = 0$, as a traction-free boundary for all time $t \geq 0$. From Eqs. (1c) and (1d), the mechanical boundary conditions at $z = 0$ are expressed in terms of u_r and u_z by

$$\frac{2G\nu}{1-2\nu} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) + \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu} \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0, \quad (7a)$$

$$G \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) = 0. \quad (7b)$$

An additional condition is provided by considering the half-space as either pervious or impervious. The

mathematical statements of the two types of flow conditions at the boundary $z = 0$ are given by

For pervious half-space:

$$p = 0, \quad (7c)$$

For impervious half-space:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0. \quad (7d)$$

The boundary conditions at $z \rightarrow \infty$ due to the effect of the point sink must vanish at any time.

Initial Conditions

Assuming no initial changes in displacements and seepage of the stratum, the initial conditions at time $t = 0$ of the mathematical model can be treated as

$$u_r = 0, \quad u_z = 0, \quad p = 0. \quad (8)$$

3. Analytic Solutions

Laplace and Hankel Transforms Solutions

The governing partial differential equations (3a), (3b) and (6) can be reduced to ordinary differential equations by performing appropriate Laplace and Hankel transforms (Sneddon, 1951) with respect to the time variable t and the radial coordinate r :

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - 2\eta\xi^2 \right) \tilde{u}_r - (2\eta - 1)\xi \frac{d\tilde{u}_z}{dz} + \frac{1}{G} \xi \tilde{p} = 0, \quad (9a)$$

$$(2\eta - 1)\xi \frac{d\tilde{u}_r}{dz} + \left(2\eta \frac{d^2}{dz^2} - \xi^2 \right) \tilde{u}_z - \frac{1}{G} \frac{d\tilde{p}}{dz} = 0, \quad (9b)$$

$$-\frac{k}{\gamma_w} \left(\frac{d^2}{dz^2} - \xi^2 \right) \tilde{p} + n\beta s \tilde{p} + \frac{Q}{2\pi s} \delta(z-h) = 0, \quad (9c)$$

where ξ and s are Hankel and Laplace transform parameters. The parameter $\eta = (1-\nu)/(1-2\nu)$ and the symbols \tilde{u}_r , \tilde{u}_z , \tilde{p} are defined as

$$\tilde{u}_r(z; \xi, s) = \int_0^\infty r L\{u_r(r, z, t)\} J_1(\xi r) dr, \quad (10a)$$

$$\tilde{u}_z(z; \xi, s) = \int_0^\infty rL\{u_z(r, z, t)\}J_0(\xi r)dr, \quad (10b)$$

$$\tilde{p}(z; \xi, s) = \int_0^\infty rL\{p(r, z, t)\}J_0(\xi r)dr, \quad (10c)$$

in which $J_n(x)$ represents the first kind of Bessel function of order n and the Laplace transformations with respect to u_r , u_z and p are denoted by

$$L\{u_r(r, z, t)\} = \int_0^\infty u_r(r, z, t)\exp(-st)dt, \quad (11a)$$

$$L\{u_z(r, z, t)\} = \int_0^\infty u_z(r, z, t)\exp(-st)dt, \quad (11b)$$

$$L\{p(r, z, t)\} = \int_0^\infty p(r, z, t)\exp(-st)dt. \quad (11c)$$

The general solutions of equations (9a)-(9c) are obtained as

$$\begin{aligned} \tilde{u}_r = & C_1 \exp(\xi z) + C_2 z \exp(\xi z) \\ & + C_3 \exp(-\xi z) + C_4 z \exp(-\xi z) \\ & + C_5 \exp\left(\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}z\right) + C_6 \exp\left(-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}z\right) \\ & - \frac{Q\gamma_w}{8\pi\eta Gk} \frac{c}{s^2} \exp(-\xi|z-h|) \\ & + \frac{Q\gamma_w}{8\pi\eta Gk} \frac{c}{s^2} \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}} \exp\left(-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}|z-h|\right), \end{aligned} \quad (12a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_z = & \left(-C_1 + \frac{2\eta+1}{2\eta-1} \frac{1}{\xi} C_2\right) \exp(\xi z) - C_2 z \exp(\xi z) \\ & + \left(C_3 + \frac{2\eta+1}{2\eta-1} \frac{1}{\xi} C_4\right) \exp(-\xi z) + C_4 z \exp(-\xi z) \\ & - \frac{1}{\xi} \sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}} C_5 \exp\left(\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}z\right) \\ & + \frac{1}{\xi} \sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}} C_6 \exp\left(-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}z\right) \\ & \mp \frac{Q\gamma_w}{8\pi\eta Gk} \frac{c}{s^2} \exp(-\xi|z-h|) \end{aligned}$$

$$\pm \frac{Q\gamma_w}{8\pi\eta Gk} \frac{c}{s^2} \exp\left(-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}|z-h|\right), \quad (12b)$$

$$\begin{aligned} \tilde{p} = & -2\eta G \frac{1}{\xi} \frac{s}{c} C_5 \exp\left(\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}z\right) \\ & - 2\eta G \frac{1}{\xi} \frac{s}{c} C_6 \exp\left(-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}z\right) \\ & - \frac{Q\gamma_w}{4\pi k} \frac{1}{s} \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}} \exp\left(-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}|z-h|\right), \end{aligned} \quad (12c)$$

where the parameter $c = k/n\beta\gamma_w$; and $C_i (i=1, 2, \dots, 6)$ are functions of the transformed variables ξ and s which must be determined from the transformed boundary conditions. The upper and lower signs in equation (12b) are for the conditions of $(z-h) \geq 0$ and $(z-h) < 0$, respectively.

Transformed Boundary Conditions

Taking Hankel and Laplace transforms for Eqs. (7a)-(7d) yield the mechanical boundary conditions at $z = 0$ of the transformed domains as follows:

$$\frac{d\tilde{u}_r}{dz} - \xi\tilde{u}_z = 0, \quad (13a)$$

$$\eta \frac{d\tilde{u}_z}{dz} + (\eta-1)\xi\tilde{u}_r = 0. \quad (13b)$$

The transformed flow boundary conditions at $z = 0$ are given by

For pervious half-space:

$$\tilde{p} = 0. \quad (13c)$$

For impervious half-space:

$$\frac{d\tilde{p}}{dz} = 0, \quad (13d)$$

where \tilde{u}_r , \tilde{u}_z and \tilde{p} follows the definitions of Eqs. (10a)-(10c).

The constants $C_i (i=1, 2, \dots, 6)$ of the general solutions can be determined by the transformed half-space

boundary conditions at $z=0$ and the conditions at $z \rightarrow \infty$. Finally, the desired quantities u_r , u_z and p can be obtained by applying appropriate inverse Hankel and Laplace transformations with the help of mathematical handbook (Erdelyi *et al.*, 1954).

Expressions for Ground Surface Displacements

The study focused on the horizontal and vertical displacements of the ground surface, $z=0$, due to a point sink. The transformed ground surface displacements can be derived from Eqs. (12a)-(12b) as follows:

For pervious half-space,

$$\begin{aligned} \tilde{u}_r(0; \xi, s) = & \frac{Q\gamma_w}{2\pi(2\eta-1)Gk} \left[-\frac{c}{s^2} \exp(-\xi h) \right. \\ & \left. + \frac{c}{s^2} \exp\left(-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}h\right) \right], \end{aligned} \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_z(0; \xi, s) = & \frac{Q\gamma_w}{2\pi(2\eta-1)Gk} \left[\frac{c}{s^2} \exp(-\xi h) \right. \\ & \left. - \frac{c}{s^2} \exp\left(-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}h\right) \right]. \end{aligned} \quad (14b)$$

For impervious half-space,

$$\begin{aligned} \tilde{u}_r(0; \xi, s) = & \frac{Q\gamma_w}{2\pi(2\eta-1)Gk} \left[-\frac{c}{s^2} \exp(-\xi h) \right. \\ & + \frac{1}{2} \frac{c}{s^2} \frac{\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}}{\xi} \exp\left(-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}h\right) \\ & \left. + \frac{1}{2} \frac{c}{s^2} \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}} \exp\left(-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}h\right) \right], \end{aligned} \quad (15a)$$

$$\tilde{u}_z(0; \xi, s) = \frac{Q\gamma_w}{2\pi(2\eta-1)Gk} \left[\frac{c}{s^2} \exp(-\xi h) \right]$$

$$\begin{aligned} & -\eta \frac{c}{s^2} \frac{\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}}{\xi} \exp\left(-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}h\right) \\ & + (\eta-1) \frac{c}{s^2} \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}} \exp\left(-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}h\right) \end{aligned} \quad (15b)$$

Applying the Hankel inversions formula lead to the following:

$$u_r(r, z, t) = \int_0^\infty \xi L^{-1}\{\tilde{u}_r(z; \xi, s)\} J_1(\xi r) d\xi, \quad (16a)$$

$$u_z(r, z, t) = \int_0^\infty \xi L^{-1}\{\tilde{u}_z(z; \xi, s)\} J_0(\xi r) d\xi, \quad (16b)$$

$$p(r, z, t) = \int_0^\infty \xi L^{-1}\{\tilde{p}(z; \xi, s)\} J_0(\xi r) d\xi, \quad (16c)$$

in which the Laplace inversions are defined as

$$L^{-1}\{\tilde{u}_r(z; \xi, s)\} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \tilde{u}_r(z; \xi, s) \exp(st) ds, \quad (17a)$$

$$L^{-1}\{\tilde{u}_z(z; \xi, s)\} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \tilde{u}_z(z; \xi, s) \exp(st) ds, \quad (17b)$$

$$L^{-1}\{\tilde{p}(z; \xi, s)\} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \tilde{p}(z; \xi, s) \exp(st) ds. \quad (17c)$$

Using Eqs. (16a)-(16c) and (17a)-(17c), the transient horizontal and vertical displacements $u_r(r, 0, t)$ and $u_z(r, 0, t)$ of the pervious/impervious ground surface due to a point sink are obtained as follows:

For pervious half-space,

$$\begin{aligned} u_r(r, 0, t) = & \frac{Q\gamma_w}{2(2\eta-1)\pi Gk} \left\{ -\frac{ctr}{(h^2 + r^2)^{3/2}} \right. \\ & + \int_0^{ct} \frac{(ct-\tau)hr}{16\tau^3} \exp\left(-\frac{r^2 + 2h^2}{8\tau}\right) \\ & \left. \cdot \left[I_0\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) - I_1\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) \right] d\tau \right\}, \end{aligned} \quad (18a)$$

$$u_z(r,0,t) = \frac{Q\gamma_w}{2(2\eta-1)\pi Gk} \left\{ \frac{cth}{(h^2+r^2)^{3/2}} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{h^2+r^2}}{2\sqrt{ct}}\right) - \frac{h}{h^2+r^2} \sqrt{\frac{ct}{\pi}} \exp\left(-\frac{h^2+r^2}{4ct}\right) + \frac{h}{2\sqrt{h^2+r^2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{h^2+r^2}}{2\sqrt{ct}}\right) \right\}. \quad (18b)$$

For impervious half-space,

$$u_r(r,0,t) = \frac{Q\gamma_w}{2(2\eta-1)\pi Gk} \left\{ -\frac{ctr}{(h^2+r^2)^{3/2}} + \frac{1}{2} \int_0^{ct} (ct-\tau) \left(\frac{h^2}{8\tau^3} - \frac{1}{4\tau^2} \right) \exp\left(-\frac{r^2+2h^2}{8\tau}\right) I_{\frac{1}{2}}\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) d\tau + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{ctr}{(h^2+r^2)^{3/2}} - \frac{r}{2\sqrt{h^2+r^2}} \right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{h^2+r^2}{4ct}}\right) + \frac{r\sqrt{ct}}{\sqrt{\pi}(h^2+r^2)} \exp\left(-\frac{h^2+r^2}{4ct}\right) \right] \right\}, \quad (19a)$$

$$u_z(r,0,t) = \frac{Q\gamma_w}{2(2\eta-1)\pi Gk} \left\{ \frac{cth}{(h^2+r^2)^{3/2}} - \eta \int_0^{ct} (ct-\tau) \left(\frac{h^2}{8\tau^3} - \frac{1}{4\tau^2} \right) \exp\left(-\frac{r^2+2h^2}{8\tau}\right) I_0\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) d\tau + (\eta-1) \int_0^{ct} (ct-\tau) \left[\frac{1}{4\tau^2} I_0\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) + \frac{r^2}{16\tau^3} \cdot \left(I_1\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) - I_0\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) \right) \exp\left(-\frac{r^2+2h^2}{8\tau}\right) d\tau \right] \right\}. \quad (19b)$$

The long-term ground surface horizontal and vertical displacements can be found as following by letting $t \rightarrow \infty$:

For pervious half-space,

$$u_r(r,0,\infty) = -\frac{Q\gamma_w}{4(2\eta-1)\pi Gk} \frac{hr}{\sqrt{h^2+r^2}(\sqrt{h^2+r^2}+h)}, \quad (20a)$$

$$u_z(r,0,\infty) = \frac{Q\gamma_w}{4(2\eta-1)\pi Gk} \frac{h}{\sqrt{h^2+r^2}}. \quad (20b)$$

For impervious half-space,

$$u_r(r,0,\infty) = -\frac{Q\gamma_w}{4(2\eta-1)\pi Gk} \frac{hr}{\sqrt{h^2+r^2}(\sqrt{h^2+r^2}+h)}, \quad (21a)$$

$$u_z(r,0,\infty) = \frac{Q\gamma_w}{4(2\eta-1)\pi Gk} \left\{ \frac{1}{2\eta-1} \frac{h}{\sqrt{h^2+r^2}} + \sinh^{-1} \frac{h}{r} \right\}. \quad (21b)$$

From Eqs. (20a) and (21a), we found that both of the long-term ground surface horizontal displacements of pervious and impervious half-space due to a point sink are identical.

4. Numerical Results

The particular interest is the settlement of stratum at each stage of the consolidation process. Define the average consolidation ratio U as following:

$$U = \frac{\text{settlement at time } t}{\text{settlement at end of compression}}. \quad (22)$$

The pervious half-space U can be derived as bellow:

$$U = \frac{2ct}{h^2+r^2} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{h^2+r^2}}{2\sqrt{ct}}\right) - \frac{2}{\sqrt{h^2+r^2}} \sqrt{\frac{ct}{\pi}} \exp\left(-\frac{h^2+r^2}{4ct}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{h^2+r^2}}{2\sqrt{ct}}\right). \quad (23)$$

Figure 2 shows the average consolidation ratio U at $r=0$ for the pervious half-space. Note that U initially decreases rapidly, and then the rate of settlement reduces. As U approaches 1 asymptotically, the theoretical

consolidation is never achieved. The trend revealed by this model agrees with previous models by Sivaram and Swamee (1977) that U initially decreases rapidly then the rate of settlement slows down.

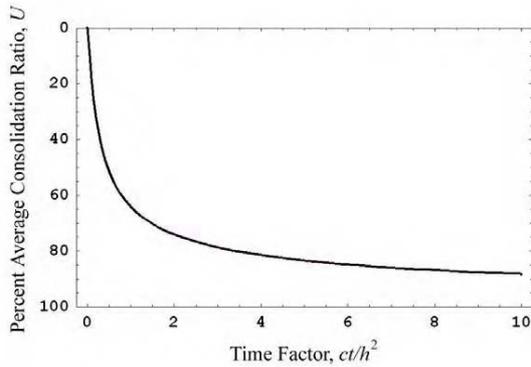


Figure 2. Average consolidation ratio U at $r = 0$ for pervious half-space.

The profiles of normalized vertical and horizontal displacements at the ground surface $z=0$ are shown in Figures 3 and 4, respectively. The ground surface has significant horizontal displacement. For example, Fig. 4 shows that the maximum surface horizontal displacement is about 30% of the maximum ground settlement.

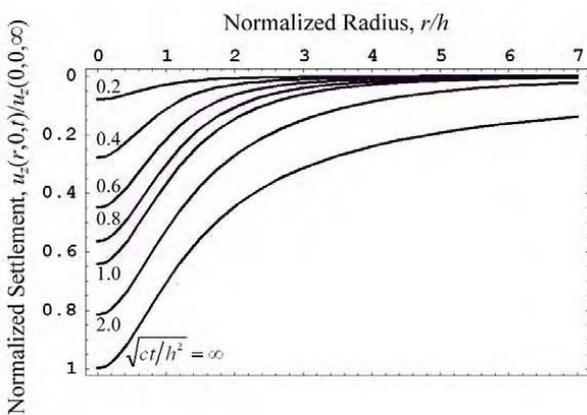


Figure 3. Normalized vertical displacement profile at the ground surface $z = 0$ for pervious half-space.

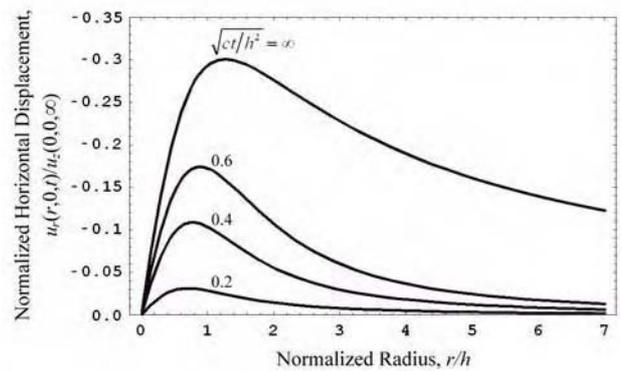


Figure 4. Normalized horizontal displacement profile at the ground surface $z = 0$ for pervious half-space.

Based on Poisson's ratio 0.25 of the saturated elastic half-space, Figure 5 indicates pumping from an impervious half-space leads to a much larger amount of long-term land subsidence than from a pervious one. The ratio of land subsidence due to pumping from an impervious half-space to the value from a pervious one is approximately 3 (for $r/h \geq 1.5$).

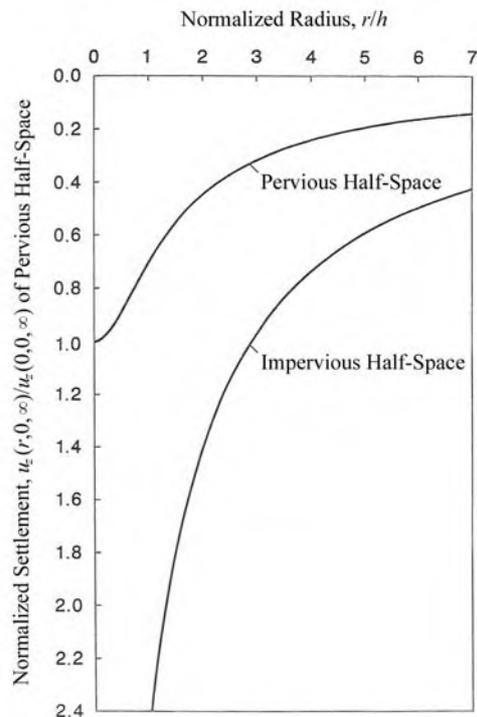


Figure 5. Influence of boundary conditions on the long-term settlement due to a point sink.

5. Conclusions

Closed-form solutions of the transient consolidation due to pumping from pervious/impervious saturated elastic half-space were obtained using Laplace and Hankel transformations. Vertical and horizontal displacements of the ground surface were investigated. The results show:

1. the maximum surface horizontal displacement is found to be about 30% of the maximum surface settlement. From the average consolidation ratio U at $r=0$, the trend revealed by this model agrees with previous models by Sivaram and Swamee (1977) that U initially decreases rapidly then the rate of settlement slows down.
2. fluid extraction from an impervious half-space induces a larger amount of consolidation settlement than from a pervious one. For $r/h \geq 1.5$, the ratio of land subsidence due to pumping from an impervious half-space to the value from a pervious one is approximately 3 when the Poisson's ratio of the half-space is treated as 0.25.

It concludes that horizontal displacement and boundary condition for pore water must be properly considered for better prediction of the transient and long-term settlement induced by groundwater withdrawal.

6. Acknowledgements

This work is supported by the National Science Council of Republic of China through grant NSC94-2625-Z-216-001.

References

- Biot, M.A., "General Theory of Three-Dimensional Consolidation," *J. Appl. Phys.*, Vol. 12, No. 2, pp. 155-164 (1941).
- Biot, M.A., "Theory of Elasticity and Consolidation for a Porous Anisotropic Solid," *J. Appl. Phys.*, Vol. 26, No. 2, pp. 182-185 (1955).
- Booker, J.R. and J.P. Carter, "Analysis of a Point Sink Embedded in a Porous Elastic Half Space," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 10, No. 2, pp. 137-150 (1986a).
- Booker, J.R. and J.P. Carter, "Long Term Subsidence Due to Fluid Extraction from a Saturated, Anisotropic, Elastic Soil Mass," *Q. J. Mech. Appl. Math.*, Vol. 39, Pt. 1, pp. 85-97 (1986b).
- Booker, J.R. and J.P. Carter, "Elastic Consolidation Around a Point Sink Embedded in a Half-Space with Anisotropic Permeability," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 11, No. 1, pp. 61-77 (1987a).
- Booker, J.R. and J.P. Carter, "Withdrawal of a Compressible Pore Fluid from a Point Sink in an Isotropic Elastic Half Space with Anisotropic Permeability," *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 23, No. 3, pp. 369-385 (1987b).
- Erdelyi, A., W. Magnus, F. Oberhettinger and F.G. Tricomi, *Tables of Integral Transforms*, McGraw-Hill, New York (1954).
- Lu, J. C.-C. and F.-T. Lin, "Analysis of Transient Ground Surface Displacements Due to a Point Sink in a Porous Elastic Half-Space," *Proceedings of the 10th Conference of Advanced Technology Council in Mathematics*, Cheong-Ju, Korea, Dec. 12-16, pp. 135-144 (2005).
- Lu, J. C.-C. and F.-T. Lin, "The Transient Ground Surface Displacements Due to a Point Sink/Heat Source in an Elastic Half-Space," *Geotechnical Special Publication No. 148, ASCE, Proceedings of GeoShanghai International Conference*, Shanghai, China, Jun. 6-8, pp. 210-218 (2006).
- Poland, J.F., *Guidebook to Studies of Land Subsidence Due*

to *Ground-Water Withdrawal*, The United Nations Educational Scientific and Cultural Organization, Paris, pp. 3-16 (1984).

Sivaram, B. and P.K. Swamee, "A Computational Method for Consolidation Coefficient," *Soils Found.*, Vol. 17, No. 2, pp. 48-52 (1977).

Sneddon, I.N., *Fourier Transforms*, McGraw-Hill, New York, pp. 48-70 (1951).

Tarn, J.-Q. and C.-C. Lu, "Analysis of Subsidence Due to a Point Sink in an Anisotropic Porous Elastic Half Space," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 15, No. 8, pp. 573-592 (1991).

$\delta(x)$	Dirac delta function
ε	Volume strain of the porous medium
η	Parameter, $\eta = (1-\nu)/(1-2\nu)$
ν	Poisson's ratio for the isotropic porous medium
ξ	Hankel transform parameter
τ_{ij}	Total stress components of the porous medium

Symbols

b_r, b_z	Body forces
c	Parameter, $c = k/n\beta\gamma_w$
G	Shear modulus of the isotropic porous medium
h	Pumping depth
i_r, i_z	Unit vector parallel to the radial/vertical direction
$J_n(x)$	First kind of the Bessel function of order n
k	Permeability of the isotropic porous medium
n	Porosity of the porous medium
p	Excess pore fluid pressure
\tilde{p}	Hankel and Laplace transforms of p , Eq. (10c)
q	Rate of water extracted from the ground per unit volume
Q	Strength of the point sink
(r, θ, z)	Cylindrical coordinates system
s	Laplace transform parameter
t	Time
$u(t)$	Heaviside unit step function
u_r, u_z	Radial/axial displacement of the porous medium
\tilde{u}_r, \tilde{u}_z	Hankel and Laplace transforms of u_r and u_z , Eqs. (10a)-(10b)
v_w, v_s	Velocity of fluid/solid
β	Compressibility of pore water
γ_w	Unit weight of pore water

ISSN 1818-2771

Volume 4 Number 1

March 2006



中華理工學刊

CHUNG HUA JOURNAL OF SCIENCE
AND ENGINEERING

第四卷 第一期

土木與工程資訊專刊



中華大學工學院

中華民國九十五年三月
COLLEGE OF ENGINEERING
CHUNG HUA UNIVERSITY
HSINCHU 30012, TAIWAN, R. O. C.

Long-Term Behaviors of a Buried Deep Point Heat Source in a Transversely Isotropic Thermoelastic Porous Medium

John C.-C. Lu

Department of Civil Engineering and Engineering Informatics
Chung Hua University
Hsinchu 30012, Taiwan, ROC
Email: cclu@chu.edu.tw

Abstract

The deep point heat source affects long-term thermo-consolidation of a saturated elastic soil mass. To simulate the stratified earth medium, the soil mass is modeled as a transversely isotropic porous medium with different properties in horizontal and vertical directions. Analytical solutions of the consolidation deformation, pore fluid pressure distribution and temperature changes of the soils are obtained using the integral transforms. Numerical results for effective stresses are presented to portray the effects of anisotropic thermal properties on the response of a point heat source. The rise of the ratio of linear thermal expansion coefficients α_{sr}/α_{sz} leads to corresponding rise of effective stress components with varying degrees of anisotropy. However, the effective stress components decrease with increase of the ratio of the thermal conductivities $\lambda_{tr}/\lambda_{tz}$.

Keywords: Point heat source, Closed-form solution, Transversely isotropic stratum, Porous medium

1. Introduction

Heat source placed at a great depth leads to thermomechanical response of fluid saturated porous medium. The heat source such as a canister of radioactive waste can cause temperature rise in the soil. The solid skeleton and pore fluid expand due to the heat source, and the volume increase of pore fluid is greater than that of the voids of solid matrix. This leads to an increase in pore fluid pressure and a reduction in effective stress. Therefore, thermal failure of soil will occur as a result of losing shear resistance due to the decrease in effective stress.

Repositories of nuclear waste are usually designed at a depth of 200-700 m below the ground surface (Ma and Hueckel, 1992). At such great depths, soil is in the state of full saturation with no air fraction. Also, water cannot vaporize at

temperatures below 150°C due to high water pressure at such depth. Heremans *et al.* (1980) confirmed this hypothesis through an experiment consisting simulation of heating at such conditions.

Attention of this paper is focused on the closed-form solutions of a transversely isotropic stratum due to a deep point heat source. The behavior of the soil was satisfactorily modeled by assuming as a thermoelastic porous continuum (Booker and Savvidou, 1985). It suggested that linear theory was adequate for a repository design based on technical conservatism. For example, Hueckel and Peano (1987) indicated that European guidelines require that temperature increments in the soil close to the heat source should not exceed 80°C while the temperature increments at the ground

surface is limited to less than 1°C. Given these modest temperature increments, Hollister *et al.* (1981) observed that any significant non-linear behavior and/or plastic deformation of the soil would be confined to a relatively small volume of soil around the waste canister itself. In this case, a linear model can provide a reasonable approximation to the assessment of a proposed design (Smith and Booker, 1996).

Governing equations of a fluid-saturated poroelastic solid in an isothermal quasi-static state were developed by Biot (1941 and 1955). Booker and Savvidou (1984, 1985 and 1989) derived an extended Biot theory including the thermal effects and presented solutions of thermo-consolidation around the spherical and point heat sources. In their solutions, the flow properties are considered as isotropic or transversely isotropic, whereas the elastic and thermal properties of the soils are treated as isotropic. Nevertheless, the above studies did not include thermoelastic responses of the stratum with transversely isotropic properties of fluid flow and thermal flow corresponding to the isotropic mechanical properties due to a point heat source.

The soils are generally deposited through a process of sedimentation over a long period of time. Under accumulative overburden pressure, soils display significant anisotropy for flow and thermal properties. To describe the anisotropic nature of soils, it is modeled as a transversely isotropic porous medium whose properties are symmetric in vertical axis. If the heat source is buried at a great depth, the effects of the ground surface boundary on thermo-consolidation can be neglected.

In this study, the soil mass is modeled as a transversely isotropic saturated elastic full space. Both permeability and conductivity are assumed transversely isotropic. Long-term thermoelastic consolidation of soils is derived through the Hankel

transform. The closed-form solutions of long-term consolidation deformation, temperature change of the soil mass, excess pore fluid pressure and effective stresses of the porous media due to a point heat source are evaluated. A simplified example of isotropic soil is examined to provide better understanding of the thermal induced consolidation.

2. Mathematical Model

Basic Equations

The soil mass is considered as a homogeneous transversely isotropic full space with a vertical axis of symmetry. The thermal properties of the stratum are treated as transversely isotropic while the mechanical properties of the soils are modeled as isotropic. Therefore, the constitutive behavior of the elastic soil skeleton for linear axisymmetric deformation in the cylindrical coordinates (r, θ, z) is:

$$\sigma'_{rr} = \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{u_r}{r} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{\partial u_z}{\partial z} - \beta_r \mathcal{G}, \quad (1a)$$

$$\sigma'_{\theta\theta} = \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu} \frac{u_r}{r} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{\partial u_z}{\partial z} - \beta_r \mathcal{G}, \quad (1b)$$

$$\sigma'_{zz} = \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{u_r}{r} + \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu} \frac{\partial u_z}{\partial z} - \beta_z \mathcal{G}, \quad (1c)$$

$$\sigma'_{rz} = G \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right), \quad (1d)$$

where σ'_{rr} , $\sigma'_{\theta\theta}$, σ'_{zz} , and σ'_{rz} are the effective stress components. The quantity \mathcal{G} measures the temperature change of the soil mass. The variables u_r and u_z are displacements in the radial and axial directions, respectively. In addition, the parameters G and ν are the shear modulus and Poisson's ratio for the solid skeleton when the material is

deformed under drained condition (i.e., the fluid pressure remains constant). The thermal expansion factor in horizontal direction is $\beta_r = 2G(\alpha_{sr} + \nu\alpha_{sz})/(1-2\nu)$, and the factor is $\beta_z = 2G[2\nu\alpha_{sr} + (1-\nu)\alpha_{sz}]/(1-2\nu)$ in vertical direction. The coefficients α_{sr} and α_{sz} are the linear thermal expansion coefficient of the skeletal material in the horizontal and vertical directions, respectively. The shear stress components $\sigma'_{r\theta}$ and $\sigma'_{\theta z}$ vanish with a vertical axis of symmetry.

For an isotropic medium, the thermal expansion factors become $\beta_r = \beta_z = \beta = (2G + 3\lambda)\alpha_s$. Here, λ is the Lamé constant of the isotropic soil mass and α_s denotes the linear thermal expansion coefficient of the isotropic soil skeleton.

According to Terzaghi's effective stress concept, the total stress τ_{ij} of a saturated porous material is given by

$$\tau_{ij} = \sigma'_{ij} - \frac{3(\nu_u - \nu)}{B(1-2\nu)(1+\nu_u)} p \delta_{ij}, \quad (2)$$

where ν_u is the undrained Poisson's ratio of the poroelastic soil. The excess pore fluid pressure p is positive for compression, and δ_{ij} is the Kronecker delta.

The total stress must satisfy the equilibrium relations of $\tau_{ij,j} + b_i = 0$. By equations (1a)-(1d) and Terzaghi's effective stress concept (2), the equilibrium equations for axisymmetric deformation with vanishing body forces ($b_i = 0$) can be expressed in terms of displacements u_i , temperature change of the soil mass \mathcal{G} , and excess pore fluid pressure p as below:

$$G\nabla^2 u_r + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} - G \frac{u_r}{r^2} - \alpha \frac{\partial p}{\partial r} - \beta_r \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial r} = 0, \quad (3a)$$

$$G\nabla^2 u_z + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - \alpha \frac{\partial p}{\partial z} - \beta_z \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial z} = 0, \quad (3b)$$

where $\nabla^2 = \partial^2/\partial r^2 + 1/r \cdot \partial/\partial r + \partial^2/\partial z^2$ is the differential operator. The volume strain $\varepsilon = \partial u_r/\partial r + u_r/r + \partial u_z/\partial z$ and the parameter $\alpha = 3(\nu_u - \nu)/[B(1-2\nu)(1+\nu_u)]$.

Besides of equations (3a) and (3b), two other equations for the four variables u_r , u_z , p and \mathcal{G} are obtained from the conservations of mass and energy:

$$\nabla \cdot [n(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s)] + q_f = 0, \quad (4)$$

$$-\nabla \cdot \mathbf{h} + q_h = 0, \quad (5)$$

where n is the porosity of the porous medium. The quantities \mathbf{v}_f and \mathbf{v}_s are the velocities of fluid and solid, respectively. The values \mathbf{h} , q_f and q_h are the heat flux vector, the internal/external fluid and heat sources, respectively.

The anisotropic pore fluid flow and thermal flow are assumed to be governed by Darcy's law and Fourier's law as follows:

$$n(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) = -\frac{k_r}{\gamma_f} \frac{\partial p}{\partial r} \mathbf{i}_r - \frac{k_z}{\gamma_f} \frac{\partial p}{\partial z} \mathbf{i}_z, \quad (6)$$

$$\mathbf{h} = -\lambda_r \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial r} \mathbf{i}_r - \lambda_z \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial z} \mathbf{i}_z, \quad (7)$$

where k_r and k_z denote the permeabilities of the soils in the horizontal and vertical directions, respectively. The value γ_f is the unit weight of pore fluid. The quantities λ_r and λ_z are the thermal conductivities of soil mass in the horizontal and vertical directions, respectively.

Let us consider a deep point heat source of strength Q located at the position of $(0,0)$ and neglect the action of fluid source. Substituting (6)-(7) into (4)-(5) lead to

$$\frac{k_r}{\gamma_f} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{k_z}{\gamma_f} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 0, \quad (8)$$

$$\lambda_r \left(\frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial r} \right) + \lambda_z \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial z^2} + \frac{Q}{2\pi r} \delta(r) \delta(z) = 0, \quad (9)$$

where $\delta(x)$ is the Dirac delta function.

Equations (3a), (3b), (8) and (9) constitute the basic governing equations of the steady state axisymmetric thermoelastic consolidation of a saturated transversely isotropic porous medium.

Boundary Conditions

The effect of point heat source vanishes at infinity ($z \rightarrow \pm \infty$). Therefore, the boundary conditions for the full space are represented as:

$$\lim_{z \rightarrow \pm \infty} \{u_r(r, z), u_z(r, z), p(r, z), \mathcal{G}(r, z)\} = \{0, 0, 0, 0\}. \quad (10)$$

The basic equations (3a), (3b), (8), (9) and corresponding boundary conditions (10) constitute the mathematical model of the presented study.

3. Analytic Solution

The closed-form solutions of thermoelastic consolidation deformation, temperature change of the soil mass, excess pore fluid pressure, and effective stresses due to a point heat source buried in a transversely isotropic elastic full space can be obtained by using Hankel transform and (1a)-(1d) as follows:

$$u_r = \frac{Q\alpha_{sz}}{4\pi\eta\lambda_z} \{ \beta_r^* f_1 + [2\eta\beta_r^* - (2\eta-1)\beta_z^*] f_2 \}, \quad (11a)$$

$$u_z = \frac{Q\alpha_{sz}}{4\pi\eta\lambda_z} \{ \beta_z^* f_3 + [2\eta\beta_z^* - (2\eta-1)\beta_r^*] f_4 \}, \quad (11b)$$

$$p = 0, \quad (11c)$$

$$\mathcal{G} = \frac{Q}{4\pi\lambda_z} f_5, \quad (11d)$$

$$\begin{aligned} \sigma'_{rr} = & \frac{QG\alpha_{sz}}{4\pi\eta\lambda_z} \{ (2\eta-1)\beta_r^* f_6 + 2(\eta-1)\beta_z^* f_7 \\ & + [2(2\eta-1)\beta_r^* - \beta_z^*] f_8 + \eta\beta_r^* f_9 + \beta_r^* f_{10} \end{aligned}$$

$$+ [2\eta\beta_r^* - (2\eta-1)\beta_z^*] f_{11} \}, \quad (11e)$$

$$\begin{aligned} \sigma'_{\theta\theta} = & \frac{QG\alpha_{sz}}{4\pi\eta\lambda_z} \{ (2\eta-1)\beta_r^* f_6 + 2(\eta-1)\beta_z^* f_7 \\ & + [2(2\eta-1)\beta_r^* - \beta_z^*] f_8 + \eta\beta_r^* f_9 - \beta_r^* f_{10} \\ & - [2\eta\beta_r^* - (2\eta-1)\beta_z^*] f_{11} \}, \end{aligned} \quad (11f)$$

$$\begin{aligned} \sigma'_{zz} = & \frac{QG\alpha_{sz}}{4\pi\eta\lambda_z} \{ 2(\eta-1)\beta_r^* f_6 + 2\eta\beta_z^* f_7 \\ & + [-2\eta\beta_r^* + 2(3\eta-1)\beta_z^*] f_8 + \eta\beta_z^* f_9 \}, \end{aligned} \quad (11g)$$

$$\begin{aligned} \sigma'_{rz} = & \frac{QG\alpha_{sz}}{4\pi\eta\lambda_z} \{ [2\eta\beta_r^* - 2(\eta-1)\beta_z^*] f_{12} \\ & + [2\eta\beta_z^* - 2(\eta-1)\beta_r^*] f_{13} \}, \end{aligned} \quad (11h)$$

where the parameters $\beta_r^* = 2(\nu + \alpha_{sr}/\alpha_{sz})/(1-2\nu)$, $\beta_z^* = 2[(1-\nu) + 2\nu\alpha_{sr}/\alpha_{sz}]/(1-2\nu)$, and $\eta = (1-\nu)/(1-2\nu)$. The functions $f_i (i=1, \dots, 13)$ in (11a)-(11h) are defined as:

$$\begin{aligned} f_1 = & \frac{1}{4(\mu^2-1)} \frac{r}{R} - \frac{1}{2(\mu^2-1)^2} \frac{r}{R^*} \\ & + \frac{1}{2\mu(\mu^2-1)^2} \frac{r}{R_\mu^*}, \end{aligned} \quad (12a)$$

$$\begin{aligned} f_2 = & \frac{1}{4(\mu^2-1)} \left(-\frac{r|z|}{RR^*} + \frac{r}{R^*} \right) + \frac{1}{2(\mu^2-1)^2} \frac{r}{R^*} \\ & - \frac{\mu}{2(\mu^2-1)^2} \frac{r}{R_\mu^*}, \end{aligned} \quad (12b)$$

$$\begin{aligned} f_3 = & -\frac{1}{4(\mu^2-1)} \frac{z}{R} - \frac{\mu^2}{2(\mu^2-1)^2} \sinh^{-1} \frac{z}{r} \\ & + \frac{\mu^2}{2(\mu^2-1)^2} \sinh^{-1} \frac{\mu z}{r}, \end{aligned} \quad (12c)$$

$$\begin{aligned} f_4 = & \frac{1}{4(\mu^2-1)} \frac{z}{R} + \frac{1}{2(\mu^2-1)^2} \sinh^{-1} \frac{z}{r} \\ & - \frac{1}{2(\mu^2-1)^2} \sinh^{-1} \frac{\mu z}{r}, \end{aligned} \quad (12d)$$

$$f_5 = \frac{1}{\mu R_\mu}, \quad (12e)$$

$$\begin{aligned} f_6 = & \frac{1}{4(\mu^2-1)} \left(\frac{1}{R} + \frac{z^2}{R^3} \right) - \frac{1}{2(\mu^2-1)^2} \frac{1}{R} \\ & + \frac{1}{2\mu(\mu^2-1)^2} \frac{1}{R_\mu}, \end{aligned} \quad (12f)$$

$$f_7 = \frac{1}{4(\mu^2 - 1)} \left(-\frac{3}{R} + \frac{z^2}{R^3} \right) - \frac{1}{2(\mu^2 - 1)^2} \frac{1}{R} + \frac{\mu^3}{2(\mu^2 - 1)^2} \frac{1}{R_\mu}, \quad (12g)$$

$$f_8 = \frac{1}{4(\mu^2 - 1)} \frac{r^2}{R^3} + \frac{1}{2(\mu^2 - 1)^2} \frac{1}{R} - \frac{\mu}{2(\mu^2 - 1)^2} \frac{1}{R_\mu}, \quad (12h)$$

$$f_9 = -\frac{1}{\mu R_\mu}, \quad (12i)$$

$$f_{10} = -\frac{1}{4(\mu^2 - 1)} \frac{r^2}{R^3} + \frac{1}{2(\mu^2 - 1)^2} \frac{r^2}{RR^{*2}} - \frac{1}{2\mu(\mu^2 - 1)^2} \frac{r^2}{R_\mu R_\mu^{*2}}, \quad (12j)$$

$$f_{11} = \frac{1}{4(\mu^2 - 1)} \frac{r^2}{R^3} - \frac{\mu^2}{2(\mu^2 - 1)^2} \frac{r^2}{RR^{*2}} + \frac{\mu}{2(\mu^2 - 1)^2} \frac{r^2}{R_\mu R_\mu^{*2}}, \quad (12k)$$

$$f_{12} = \frac{1}{4(\mu^2 - 1)} \frac{rz}{R^3} - \frac{\mu^2}{2(\mu^2 - 1)^2} \frac{r}{RR^*} + \frac{\mu^2}{2(\mu^2 - 1)^2} \frac{r}{R_\mu R_\mu^*}, \quad (12l)$$

$$f_{13} = -\frac{1}{4(\mu^2 - 1)} \frac{rz}{R^3} + \frac{1}{2(\mu^2 - 1)^2} \frac{r}{RR^*} - \frac{1}{2(\mu^2 - 1)^2} \frac{r}{R_\mu R_\mu^*}, \quad (12m)$$

where the parameters $\mu = \sqrt{\lambda_{tr}/\lambda_{tz}}$, $R = \sqrt{r^2 + z^2}$, $R^* = \sqrt{r^2 + z^2} + |z|$, $R_\mu = \sqrt{r^2 + \mu^2 z^2}$, and $R_\mu^* = \sqrt{r^2 + \mu^2 z^2} + \mu|z|$, respectively. From these solutions, the excess pore fluid pressure disappears under the steady state thermoelastic consolidation.

Using L'Hospital's rule and applying the limit $\mu \rightarrow 1$ and $\alpha_{sr}/\alpha_{sz} \rightarrow 1$, the solutions of an isotropic soil mass with isotropic permeability and heat conductivity are obtained from (11a)-(11h). Carrying out the procedure, we obtain

$$u_r = \frac{Q\alpha_s(1+\nu)r}{8\pi\lambda_t(1-\nu)R}, \quad (13a)$$

$$u_z = \frac{Q\alpha_s(1+\nu)z}{8\pi\lambda_t(1-\nu)R}, \quad (13b)$$

$$p = 0, \quad (13c)$$

$$g = \frac{Q}{4\pi\lambda_t} \frac{1}{R}, \quad (13d)$$

$$\sigma'_{rr} = -\frac{QG\alpha_s(1+\nu)}{4\pi\lambda_t(1-\nu)} \left(\frac{1}{R} + \frac{r^2}{R^3} \right), \quad (13e)$$

$$\sigma'_{\theta\theta} = -\frac{QG\alpha_s(1+\nu)}{4\pi\lambda_t(1-\nu)} \frac{1}{R}, \quad (13f)$$

$$\sigma'_{zz} = -\frac{QG\alpha_s(1+\nu)}{4\pi\lambda_t(1-\nu)} \left(\frac{1}{R} + \frac{z^2}{R^3} \right), \quad (13g)$$

$$\sigma'_{rz} = -\frac{QG\alpha_s(1+\nu)}{4\pi\lambda_t(1-\nu)} \frac{rz}{R^3}, \quad (13h)$$

where λ_t denotes thermal conductivity of the isotropic soils.

4. Numerical Results

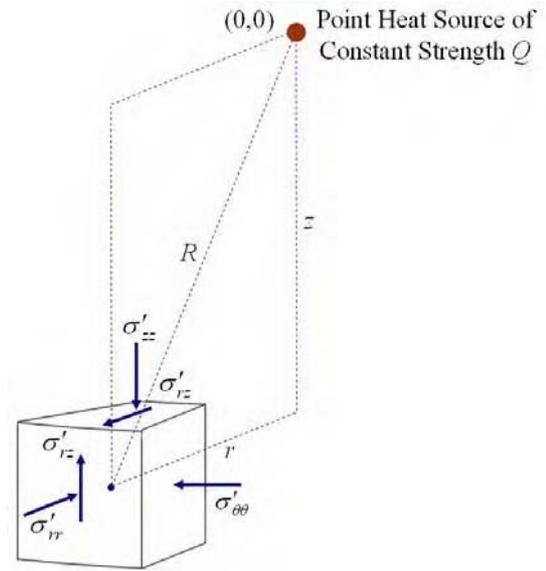


Figure 1. Stresses on soil element due to a deep point heat source Q .

Referring to the soil element in Figure 1, the numerical results of the effective stress distributions

of σ'_{ij} are summarized in Figures 2-5. The assumed Poisson's ratio of the soil mass is $\nu = 0.3$, and the effective stresses were normalized by the factor $QG\alpha_{sz}/4\pi\lambda_{tz}$. As shown in the figures 2-5, the isobaric contours of effective stresses of soil mass σ'_{rr} , $\sigma'_{\theta\theta}$, σ'_{zz} , and σ'_{rz} near the point heat source are significantly affected by the ratio of thermal properties α_{sr}/α_{sz} and $\lambda_{tr}/\lambda_{tz}$. The rise

of the ratio of linear thermal expansion coefficients α_{sr}/α_{sz} leads to corresponding rise of effective stress components with varying degrees of anisotropy. Nevertheless, the effective stress components decrease with the increase of the ratio of thermal conductivities $\lambda_{tr}/\lambda_{tz}$. All effective stress changes are compressive, and it helps to prevent thermal failure of soil.

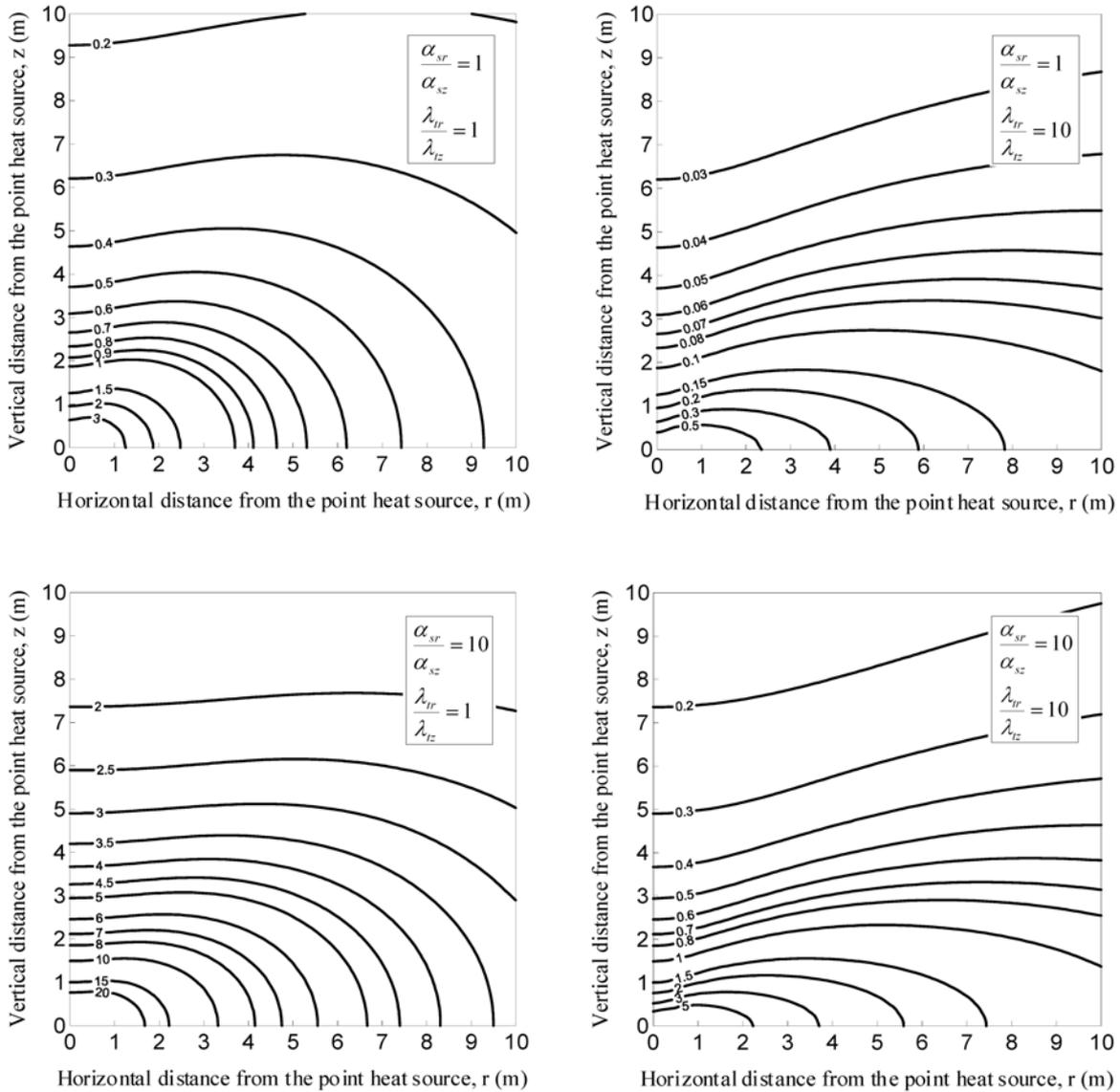


Figure 2. Isobaric contours of normalized effective stress $-\sigma'_{rr}/[QG\alpha_{sz}/4\pi\lambda_{tz}]$ due to a point heat source for different ratios of α_{sr}/α_{sz} and $\lambda_{tr}/\lambda_{tz}$.

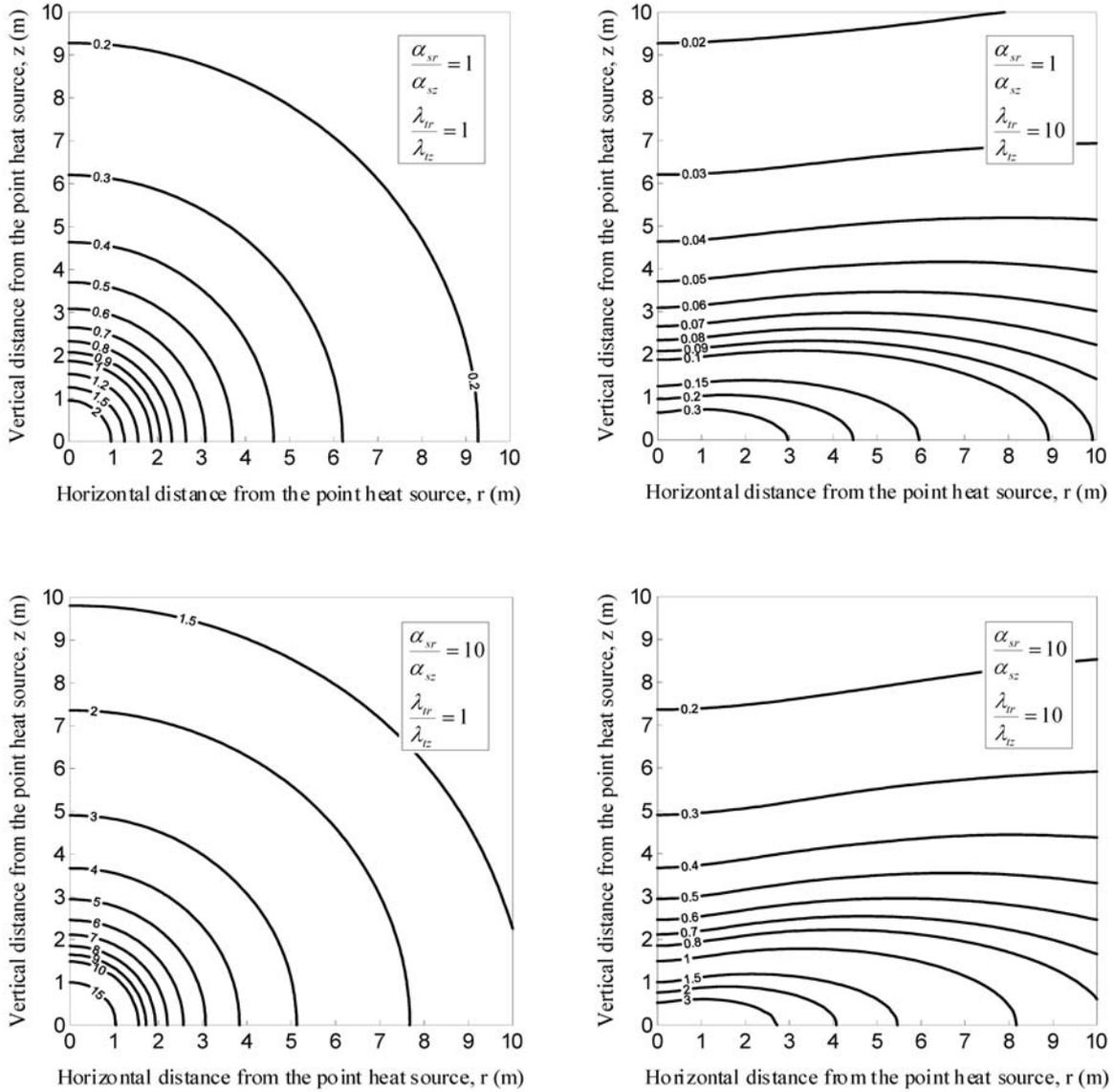


Figure 3. Isobaric contours of normalized effective stress $-\sigma'_{\theta\theta}/[QG\alpha_{sz}/4\pi\lambda_{tz}]$ due to a point heat source for different ratios of α_{sr}/α_{sz} and $\lambda_{lr}/\lambda_{tz}$.

High-level radioactive waste generates heat, and it leads to temperature increase for the soil surrounding the canister. Hueckel and Peano (1987) indicated that European guidelines require that temperature increments in the soil close to the heat source should not exceed 80°C while the temperature increments at the ground surface is limited to less than 1°C. The heat outputs generated by canisters are assumed to be 224 W/m (Ma and Hueckel, 1993), 325 W/m (Ma and Hueckel, 1992), or 1000 W/m

(Smith and Booker, 1996).

On the basis of equations (13a)-(13h), Table 1 gives the normalized values of the derived analytical solutions. The selected representative parameters of isotropic soil, Boom clay, are listed in Table 2 to verify the proposed solutions. At the distance of $r = 0\sim 10$ m and $z = 0.3$ m away from the heat source corresponding to the parameters listed in Table 2, the displacements, stresses and temperature increases of the stratum due to a deep point heat source are shown

in Table 3. The maximum radial displacement u_r , vertical displacement u_z , radial stress σ'_{rr} , hoop stress $\sigma'_{\theta\theta}$, vertical stress σ'_{zz} , shear stress σ'_{rz} and temperature increase ϑ of the stratum shown in Table 3 are 1.86 mm, 1.86 mm, -1.35 MPa, -1.24 MPa, -2.48 MPa, -0.48 MPa and 51°C, respectively.

The temperature increase is below 1°C at the soil 16 m away from the point heat source. The ratio of the radial normal stress σ'_{rr} to the vertical normal stress σ'_{zz} ranges from 0.5 to 2.0, and the ratio of the hoop normal stress $\sigma'_{\theta\theta}$ to the vertical normal stress σ'_{zz} ranges from 0.5 to 1.0.

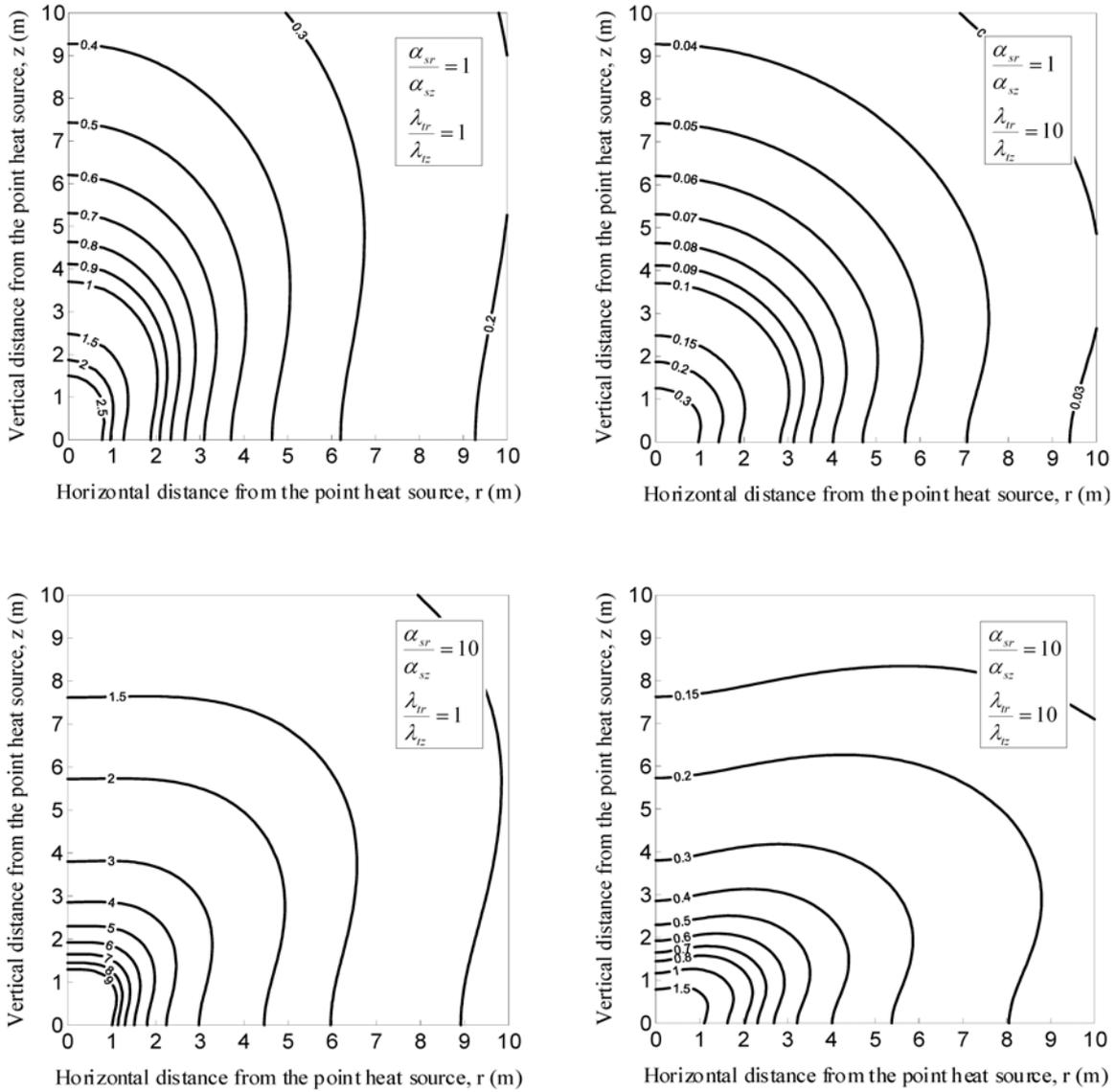


Figure 4. Isobaric contours of normalized effective stress $-\sigma'_{zz}/[QG\alpha_{sz}/4\pi\lambda_{tz}]$ due to a point heat source for different ratios of α_{sr}/α_{sz} and $\lambda_{tr}/\lambda_{tz}$.

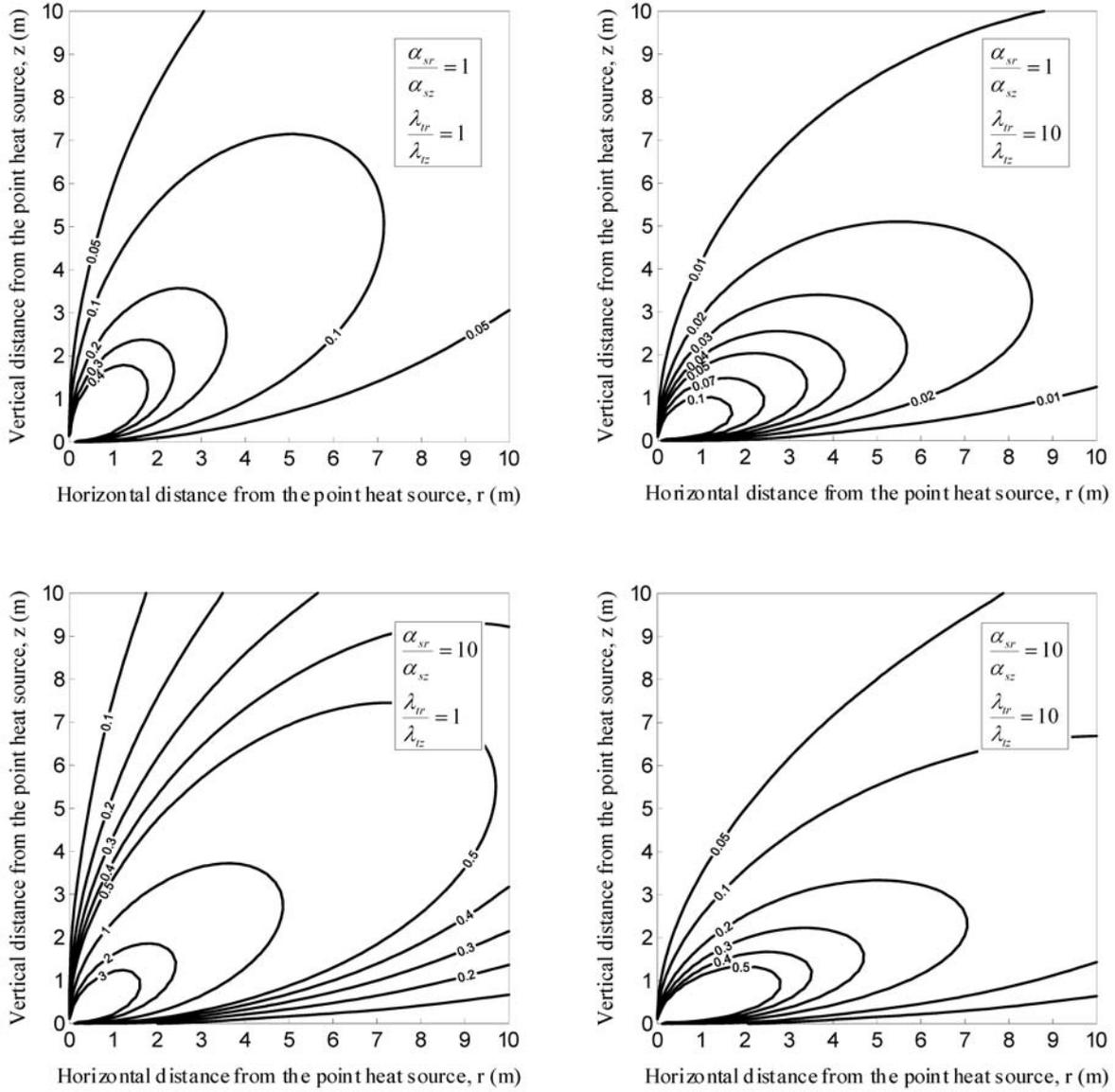


Figure 5. Isobaric contours of normalized effective stress $-\sigma'_{rz}/[QG\alpha_{sz}/4\pi\lambda_{lz}]$ due to a point heat source for different ratios of α_{sr}/α_{sz} and $\lambda_{lr}/\lambda_{lz}$.

5. Conclusions

The closed-form solutions of thermoelastic consolidation due to a point heat source buried in a transversely isotropic elastic full space were obtained using the Hankel transformation. The results were examined by simplifying the solutions of transversely isotropic thermo-consolidation into the case of isotropic. All field quantities are functions of the distance from the heat source and are proportional to

the linear thermal expansion coefficient. However, they are inversely proportional to the thermal conductivity. The solutions show that the shear modulus does not have influence on displacements and temperature change of the soils.

Based on the numerical results obtained for the anisotropic thermo-consolidation, the effective stresses of soil mass are compressive and are significantly affected by the ratio of thermal

properties α_{sr}/α_{sz} and $\lambda_{tr}/\lambda_{tz}$. The rise of the ratio of linear thermal expansion coefficients α_{sr}/α_{sz} leads to corresponding rise of effective stress components with varying degrees of anisotropy. However, the effective stress components decrease with increase of the ratio of the thermal conductivities $\lambda_{tr}/\lambda_{tz}$.

At the distance of $r = 0\sim 10$ m and $z = 0.3$ m away from the heat source corresponding to the parameters listed in Table 2, the obtained maximum

radial displacement u_r , vertical displacement u_z , radial stress σ'_{rr} , hoop stress $\sigma'_{\theta\theta}$, vertical stress σ'_{zz} , shear stress σ'_{rz} and temperature increase ϑ of the stratum are 1.86 mm, 1.86 mm, -1.35 MPa, -1.24 MPa, -2.48 MPa, -0.48 MPa and 51°C, respectively. The ratio of the radial normal stress σ'_{rr} to the vertical normal stress σ'_{zz} ranges from 0.5 to 2.0, and the ratio of the hoop normal stress $\sigma'_{\theta\theta}$ to the vertical normal stress σ'_{zz} ranges from 0.5 to 1.0.

Table 1. Normalized values of the displacements, effective stresses and temperature change of the isotropic soil due to a deep point heat source Q

$\frac{r}{z}$	$\frac{u_r}{\frac{Q\alpha_s(1+\nu)}{8\pi\lambda_t(1-\nu)}}$	$\frac{u_z}{\frac{Q\alpha_s(1+\nu)}{8\pi\lambda_t(1-\nu)}}$	$\frac{-\sigma'_{rr}}{\frac{QG\alpha_s(1+\nu)}{4\pi\lambda_t(1-\nu)z}}$	$\frac{-\sigma'_{\theta\theta}}{\frac{QG\alpha_s(1+\nu)}{4\pi\lambda_t(1-\nu)z}}$	$\frac{-\sigma'_{zz}}{\frac{QG\alpha_s(1+\nu)}{4\pi\lambda_t(1-\nu)z}}$	$\frac{-\sigma'_{rz}}{\frac{QG\alpha_s(1+\nu)}{4\pi\lambda_t(1-\nu)z}}$	$\frac{\vartheta}{\frac{Q}{4\pi\lambda_t z}}$
0.0	0.0000	1.0000	1.0000	1.0000	2.0000	0.0000	1.0000
0.5	0.4472	0.8944	1.0733	0.8944	1.6100	0.3578	0.8944
1.0	0.7071	0.7071	1.0607	0.7071	1.0607	0.3536	0.7071
1.5	0.8321	0.5547	0.9387	0.5547	0.7254	0.2560	0.5547
2.0	0.8944	0.4472	0.8050	0.4472	0.5367	0.1789	0.4472
2.5	0.9285	0.3714	0.6916	0.3714	0.4226	0.1281	0.3714
3.0	0.9487	0.3162	0.6008	0.3162	0.3479	0.0949	0.3162
3.5	0.9615	0.2747	0.5287	0.2747	0.2955	0.0726	0.2747
4.0	0.9701	0.2425	0.4708	0.2425	0.2568	0.0571	0.2425
4.5	0.9762	0.2169	0.4237	0.2169	0.2271	0.0459	0.2169
5.0	0.9806	0.1961	0.3847	0.1961	0.2037	0.0377	0.1961
5.5	0.9839	0.1789	0.3520	0.1789	0.1846	0.0315	0.1789
6.0	0.9864	0.1644	0.3244	0.1644	0.1688	0.0267	0.1644
6.5	0.9884	0.1521	0.3006	0.1521	0.1556	0.0229	0.1521
7.0	0.9899	0.1414	0.2800	0.1414	0.1442	0.0198	0.1414
7.5	0.9912	0.1322	0.2620	0.1322	0.1345	0.0173	0.1322
8.0	0.9923	0.1240	0.2462	0.1240	0.1259	0.0153	0.1240
8.5	0.9932	0.1168	0.2321	0.1168	0.1184	0.0136	0.1168
9.0	0.9939	0.1104	0.2195	0.1104	0.1118	0.0121	0.1104
9.5	0.9945	0.1047	0.2082	0.1047	0.1058	0.0109	0.1047
10.0	0.9950	0.0995	0.1980	0.0995	0.1005	0.0099	0.0995

Table 2. Selected representative parameters (Ma and Hueckel, 1992)

Symbol	Value	Unit
G	100	MPa
Q	325	J/s
α_s	1.17×10^{-4}	$^{\circ}\text{C}^{-1}$
λ_t	1.69	J/(s·m· $^{\circ}\text{C}$)
ν	0.35	Dimensionless

Note: The strength of the point heat source Q that simulates the high-level radioactive waste is obtained from an assumed 1 m length line heat source with the heat output strength of 325 W/m.

Table 3. Typical values of the displacements, stresses and temperature increase of the isotropic soil due to a deep point heat source Q at the distance of $r = 0\sim 10$ m and $z = 0.3$ m away from the heat source corresponding to the parameters listed in Table 2

r (m)	z (m)	u_r (m)	u_z (m)	σ'_{rr} (Pa)	$\sigma'_{\theta\theta}$ (Pa)	σ'_{zz} (Pa)	σ'_{rz} (Pa)	ϑ ($^{\circ}\text{C}$)	$\frac{\sigma'_{rr}}{\sigma'_{zz}}$	$\frac{\sigma'_{\theta\theta}}{\sigma'_{zz}}$
0.0	0.3	0.000000	0.001859	-1,239,572	-1,239,572	-2,479,144	0	51.0	0.50	0.50
0.1	0.3	0.000588	0.001764	-1,293,558	-1,175,961	-2,234,327	-352,788	48.4	0.58	0.53
0.2	0.3	0.001031	0.001547	-1,348,736	-1,031,386	-1,745,423	-476,024	42.4	0.77	0.59
0.3	0.3	0.001315	0.001315	-1,314,765	-876,510	-1,314,765	-438,255	36.1	1.00	0.67
0.4	0.3	0.001487	0.001116	-1,219,739	-743,743	-1,011,491	-356,997	30.6	1.21	0.74
0.5	0.3	0.001594	0.000957	-1,106,692	-637,755	-806,572	-281,362	26.2	1.37	0.79
0.6	0.3	0.001663	0.000832	-997,836	-554,354	-665,224	-221,741	22.8	1.50	0.83
0.7	0.3	0.001709	0.000732	-900,813	-488,291	-564,061	-176,795	20.1	1.60	0.87
0.8	0.3	0.001741	0.000653	-816,826	-435,243	-488,903	-143,094	17.9	1.67	0.89
0.9	0.3	0.001764	0.000588	-744,776	-391,987	-431,186	-117,596	16.1	1.73	0.91
1.0	0.3	0.001781	0.000534	-682,967	-356,188	-385,598	-98,034	14.7	1.77	0.92
1.5	0.3	0.001823	0.000365	-476,850	-243,100	-252,450	-46,750	10.0	1.89	0.96
2.0	0.3	0.001839	0.000276	-363,711	-183,879	-187,925	-26,975	7.6	1.94	0.98
2.5	0.3	0.001846	0.000222	-293,282	-147,689	-149,786	-17,471	6.1	1.96	0.99
3.0	0.3	0.001850	0.000185	-245,463	-123,342	-124,563	-12,212	5.1	1.97	0.99
4.0	0.3	0.001854	0.000139	-184,897	-92,708	-93,226	-6,914	3.8	1.98	0.99
5.0	0.3	0.001856	0.000111	-148,215	-74,241	-74,507	-4,438	3.1	1.99	1.00
6.0	0.3	0.001857	0.000093	-123,648	-61,901	-62,056	-3,087	2.5	1.99	1.00
7.0	0.3	0.001858	0.000080	-106,054	-53,076	-53,173	-2,271	2.2	1.99	1.00
8.0	0.3	0.001858	0.000070	-92,837	-46,451	-46,517	-1,739	1.9	2.00	1.00
9.0	0.3	0.001858	0.000062	-82,546	-41,296	-41,342	-1,375	1.7	2.00	1.00
10.0	0.3	0.001859	0.000056	-74,307	-37,170	-37,204	-1,114	1.5	2.00	1.00

6. Acknowledgement

The work is supported by the National Science Council of the Republic of China through grant NSC94-2625-Z-216-001.

References

1. Biot, M. A., "General theory of three-dimensional consolidation," *Journal of Applied Physics*, Vol. 12, No. 2, pp. 155-164 (1941).
2. Biot, M. A., "Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid," *Journal of Applied Physics*, Vol. 26, No. 2, pp.182-185 (1955).
3. Booker, J. R. and C. Savvidou, "Consolidation around a spherical heat source," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 20, No. 11/12, pp. 1079-1090 (1984).
4. Booker, J. R. and C. Savvidou, "Consolidation around a point heat source," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 9, No. 2, pp. 173-184 (1985).
5. Heremans, R. H., A. Barbreau, P. Bourke and H. Gies, "Thermal aspects associated with the disposal of waste in deep geological formations," In *Radioactive waste management and disposal*, Edited by R. Simon and S. Orłowski, Harwood Academic Publishers, London, pp. 468-487 (1980).
6. Hollister, C. D., D. R. Anderson and G. R. Heath, "Seabed disposal of nuclear wastes," *Science*, Vol. 213, No. 4514, pp. 1321-1326 (1981).
7. Hueckel, T. and A. Peano, "Some geotechnical aspects of radioactive waste isolation in continental clays," *Computers and Geotechnics*, Vol. 3, pp. 157-182 (1987).
8. Ma, C. and T. Hueckel, "Stress and pore pressure in saturated clay subjected to heat from radioactive waste: a numerical simulation," *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 29, pp. 1087-1094 (1992).
9. Ma, C. and T. Hueckel, "Thermomechanical effects on adsorbed water in clays around a heat source," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 17, pp. 175-196 (1993).
10. Savvidou, C. and J. R. Booker, "Consolidation around a heat source buried deep in a porous thermoelastic medium with anisotropic flow properties," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 13, No. 1, pp. 75-90 (1989).
11. Smith, D. W. and J. R. Booker, "Boundary element analysis of linear thermoelastic consolidation," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 20, pp. 457-488 (1996).

Nomenclature

b_i	body forces (Pa/m)
B	Skempton's pore pressure coefficient (Dimensionless)
$f_i, i = 1, \dots, 13$	functions defined in equations (12a)-(12m) (Dimensionless or m^{-1})
G	shear modulus of the porous medium when the material is deformed under drained condition (Pa)
h	heat flux vector ($J/s \cdot m^2$)
i_r, i_z	unit vector parallel to the radial/vertical direction (Dimensionless)
k_r, k_z	horizontal/vertical permeability (m/s)

n	porosity of the porous medium (Dimensionless)
p	excess pore fluid pressure, positive for compression (Pa)
q_f	internal/external fluid source (s^{-1})
q_h	internal/external heat source ($J/s \cdot m^3$)
Q	strength of the point heat source (J/s)
(r, θ, z)	cylindrical coordinates (m, radian, m)
R	parameter, $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ (m)
R^*	parameter, $R^* = \sqrt{r^2 + z^2} + z $ (m)
R_μ	parameter, $R_\mu = \sqrt{r^2 + \mu^2 z^2}$ (m)
R_μ^*	parameter, $R_\mu^* = \sqrt{r^2 + \mu^2 z^2} + \mu z $ (m)
u_r, u_z	radial/axial displacement of the porous medium (m)
v_f, v_s	velocity of fluid/solid (m/s)
α	parameter, $\alpha = 3(v_u - \nu)/[B(1 - 2\nu)(1 + v_u)]$ (Dimensionless)
α_s	linear thermal expansion coefficient for solid skeleton of the porous medium ($^{\circ}C^{-1}$)
α_{sr}, α_{sz}	linear thermal expansion coefficient of the skeletal material in the horizontal/vertical direction ($^{\circ}C^{-1}$)
β	thermal expansion factor of the porous medium, $\beta = (2G + 3\lambda)\alpha_s$ (Pa/ $^{\circ}C$)
β_r	thermal expansion factor in the horizontal direction, $\beta_r = 2G(\alpha_{sr} + \nu\alpha_{sz})/(1 - 2\nu)$ (Pa/ $^{\circ}C$)
β_z	thermal expansion factor in the vertical direction, $\beta_z = 2G[2\nu\alpha_{sr} + (1 - \nu)\alpha_{sz}]/(1 - 2\nu)$ (Pa/ $^{\circ}C$)
β_r^*	parameter, $\beta_r^* = 2(\nu + \alpha_{sr}/\alpha_{sz})/(1 - 2\nu)$ (Dimensionless)
β_z^*	parameter, $\beta_z^* = 2[(1 - \nu) + 2\nu\alpha_{sr}/\alpha_{sz}]/(1 - 2\nu)$ (Dimensionless)
γ_f	unit weight of pore fluid (N/m^3)
$\delta(x)$	Dirac delta function (m^{-1})
δ_{ij}	Kronecker delta (Dimensionless)
ε	Dilatation of the porous medium (Dimensionless)
ϑ	temperature change of the porous medium ($^{\circ}C$)
λ	Lame constant (Pa)
λ_t	thermal conductivity of the isotropic porous medium ($J/s \cdot m \cdot ^{\circ}C$)
$\lambda_{tr}, \lambda_{tz}$	horizontal/vertical thermal conductivity of the transversely isotropic porous medium ($J/s \cdot m \cdot ^{\circ}C$)
μ	parameter, $\mu = \sqrt{\lambda_{tr}/\lambda_{tz}}$ (Dimensionless)
ν	Poisson's ratio for the solid skeleton when the material is deformed under drained condition (Dimensionless)
ν_u	undrained Poisson's ratio of the porous medium (Dimensionless)
σ'_{ij}	effective stress components of the porous medium (Pa)
τ_{ij}	total stress components of the porous medium (Pa)

10th Asian Technology Conference in Mathematics

December 12-16, 2005
Korea National University of Education
Cheong-Ju, South Korea

Enriching Technology in Enhancing Mathematics for All
Proceedings



KNUE
KOREA NATIONAL UNIVERSITY
OF EDUCATION

Edited by (in alphabetical order)

Sung-Chi Chu
Hee-Chan Lew
Wei-Chi Yang



ATCM Inc.

Mathematics and Technology

Proceedings of the 10th Asian Technology Conference in Mathematics

Proceedings of the 10th Asian Technology Conference in Mathematics (ATCM 2005) is a collection of works from educators and researchers all over the world in education, mathematics and mathematical sciences using information technology, with emphasis on Internet technology. The contents are peer-reviewed, and cover a broad range of topics on the application and use of technology in Mathematics research and teaching. These include but are not limited to:

- Mathematics Education Using Information & Communication Technologies
- Geometry Using Dynamic Geometry Software
- Algebra Using CAS
- Internet and Web Technology for Mathematics
- Graphics Calculators
- Development of Computer Integrated Curriculum in Mathematics
- Technology Policies in Education
- Mathematical Research Using Technology
- Using Dynamic Statistics Software
- Learning and Assessment using Technology

ISBN 0-9763064-1-7

Published by ATCM, Inc. 2005.

<http://www.atcminc.com>

Analysis of Transient Ground Surface Displacements Due to a Point Sink in a Porous Elastic Half-Space

John C.-C. Lu^{} and Feng-Tsai Lin^{**}*

^{*} Associate Professor
Department of Civil Engineering and Engineering Informatics
Chung-Hua University
Hsinchu 30012, Taiwan, R.O.C.
cclu@chu.edu.tw

^{**} Instructor
Department of Naval Architecture
National Kaohsiung Marine University
Kaohsiung 81157, Taiwan, R.O.C.
ftlin@mail.nkmu.edu.tw

ABSTRACT

Based on Biot's three-dimensional consolidation theory of porous media, analytical solutions of the transient consolidation deformation due to a point sink in saturated isotropic porous elastic half-space are presented. Using the Laplace and Hankel integral transform techniques, closed-form solutions of the horizontal and vertical displacements of the ground surface are obtained. In the analysis, case of permeable half-space boundary is studied. The consolidation as effected by the consolidation parameters are illustrated and discussed.

INTRODUCTION

Land subsidence due to groundwater withdrawal is a well known phenomena.¹ As water pumps from an aquifer, the pore water pressure is reduced in the withdrawal region. This leads to an increase in the effective stress between the soil particles and subsidence of ground surface.

Biot's three-dimensional consolidation theory^{2,3} is generally regarded as the fundamental theory for modeling land subsidence. Based on Biot's theory, Booker and Carter⁴⁻⁷ presented solutions of subsidence due to pumping at a constant rate from a point sink embedded in a saturated elastic half-space. In their solutions, the flow properties are considered as isotropic⁴ or cross-anisotropic⁵⁻⁷ whereas the elastic properties of the soil are treated as isotropic. The half-space boundary is considered pervious. It was found that the anisotropic permeability has significant effects on the land subsidence due to fluid extraction. Nevertheless, transient closed-form solutions of the half-space due to fluid withdrawal were not obtained in the studies of Booker and Carter.⁴⁻⁷

In this paper, the soil mass is modeled as an isotropic saturated elastic half-space with a pervious ground surface. Using the Laplace and Hankel transform techniques, transient horizontal and vertical displacements of the ground surface due to a point sink are obtained. Results are then illustrated and compared to provide better understanding of the time dependent consolidation settlement due to pumping.

MATHEMATICAL MODELS

Basic Equations

Figure 1 presents a point sink buried in a saturated porous stratum at a depth h . The soil mass is considered as a homogeneous isotropic porous medium with a vertical axis of symmetry. The constitutive behavior of the elastic soil skeleton for linear axially symmetric deformation in the cylindrical coordinates (r, θ, z) are expressed by

$$\tau_{rr} = \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{u_r}{r} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{\partial u_z}{\partial z} + p, \quad (1a)$$

$$\tau_{\theta\theta} = \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu} \frac{u_r}{r} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{\partial u_z}{\partial z} + p, \quad (1b)$$

$$\tau_{zz} = \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{u_r}{r} + \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu} \frac{\partial u_z}{\partial z} + p, \quad (1c)$$

$$\tau_{rz} = G \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right), \quad (1d)$$

where τ_{rr} , $\tau_{\theta\theta}$, etc., are the total stress components; p is the excess pore water pressure of the soil mass; u_r , u_z are the displacements in the radial and axial directions, respectively; ν and G are the Poisson's ratio and shear modulus of the stratum, respectively. The shear stress components $\tau_{r\theta}$ and $\tau_{\theta z}$ vanish by locating the vertical z -axis through the point sink.

The total stresses must satisfy the following equilibrium relations

$$\frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + b_r = 0, \quad (2a)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + b_z = 0, \quad (2b)$$

in which $b_i (i=r, z)$ denote the body forces. By using equations (1a)-(1d), the equilibrium equations for axially symmetric problem without body forces b_i can be expressed in terms of displacements u_i and excess pore water pressure p as follows:

$$G\nabla^2 u_r + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} - G \frac{u_r}{r^2} + \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (3a)$$

$$G\nabla^2 u_z + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad (3b)$$

where the Laplacian operator ∇^2 can be expressed as $\nabla^2 = \partial^2/\partial r^2 + 1/r \partial/\partial r + \partial^2/\partial z^2$ and $\varepsilon = \partial u_r/\partial r + u_r/r + \partial u_z/\partial z$ is the volume

strain of the porous medium.

A third relation between u_r , u_z , and p can be obtained from the conservation of mass:

$$\nabla \cdot [n(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s)] + n\beta \frac{\partial p}{\partial t} + q = 0, \quad (4)$$

where n is the porosity of the porous medium; \mathbf{v}_w and \mathbf{v}_s are the velocities of pore water and solid matrix, respectively; β is the compressibility of pore water; q is the rate of water extracted from the porous medium per unit volume. Assuming that the pore water is governed by Darcy's law, we have

$$n(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) = -\frac{k_r}{\gamma_w} \frac{\partial p}{\partial r} \mathbf{i}_r - \frac{k_z}{\gamma_w} \frac{\partial p}{\partial z} \mathbf{i}_z, \quad (5)$$

in which k_r and k_z denotes the permeability of the soil mass in the horizontal and vertical directions, respectively; γ_w is the unit weight of pore water.

Let us consider a point sink of constant strength Q located at point $(0, h)$. Substituting (5) into (4) yields

$$-\frac{k_r}{\gamma_w} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) - \frac{k_z}{\gamma_w} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + n\beta \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{Q}{2\pi r} \delta(r) \delta(z-h) u(t) = 0, \quad (6)$$

in which $\delta(x)$ and $u(t)$ are Dirac delta and Heaviside unit step function, respectively. Eqs. (3a), (3b) and (6) constitute the basic governing equations of the time-dependent axially symmetric poro-elastic responses of a saturated porous medium.

Boundary Conditions

Consider the half-space surface, $z = 0$, is a traction-free boundary for all time $t \geq 0$. From Eqs. (1c) and (1d), the boundary conditions are expressed in terms of u_r and u_z by

$$\frac{2G\nu}{1-2\nu} \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right) + \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu} \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad \text{for } z = 0, \quad (7a)$$

$$G \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) = 0 \quad \text{for } z = 0, \quad (7b)$$

An additional condition is provided by considering the half-space as pervious. The mathematical statements of the flow condition at the boundary $z = 0$ is given by

$$p = 0 \quad \text{for } z = 0. \quad (7c)$$

Initial Conditions

Assuming that there have no changes in displacements and seepage of the stratum initially, the initial conditions at time $t = 0$ of the mathematical model can be treated as

$$u_r = 0, \quad u_z = 0, \quad p = 0. \quad (8)$$

ANALYTIC SOLUTIONS

Laplace and Hankel Transforms Solutions

The governing partial differential equations (3a), (3b) and (6) can be reduced to ordinary differential equations by performing appropriate Laplace and Hankel transforms⁸ with respect to the time variable t and the radial coordinate r , we obtain

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - 2\eta\xi^2\right)\tilde{u}_r - (2\eta - 1)\xi\frac{d\tilde{u}_z}{dz} - \frac{1}{G}\tilde{\xi p} = 0, \quad (9a)$$

$$(2\eta - 1)\xi\frac{d\tilde{u}_r}{dz} + \left(2\eta\frac{d^2}{dz^2} - \xi^2\right)\tilde{u}_z + \frac{1}{G}\frac{d\tilde{p}}{dz} = 0, \quad (9b)$$

$$\frac{k_r}{\gamma_w}\xi^2\tilde{p} - \frac{k_z}{\gamma_w}\frac{d^2\tilde{p}}{dz^2} + n\beta s\tilde{p} + \frac{Q}{2\pi s}\delta(z-h) = 0, \quad (9c)$$

where ξ and s are Hankel and Laplace transform parameters; $\eta = (1 - \nu)/(1 - 2\nu)$; and the symbols \tilde{u}_r , \tilde{u}_z , \tilde{p} are defined as

$$\tilde{u}_r(z; \xi, s) = \int_0^\infty rL\{u_r(r, z, t)\}J_1(\xi r)dr, \quad (10a)$$

$$\tilde{u}_z(z; \xi, s) = \int_0^\infty rL\{u_z(r, z, t)\}J_0(\xi r)dr, \quad (10b)$$

$$\tilde{p}(z; \xi, s) = \int_0^\infty rL\{p(r, z, t)\}J_0(\xi r)dr, \quad (10c)$$

in which $J_n(x)$ represents the first kind of Bessel function of order n and the Laplace transformations with respect to u_r , u_z and p are denoted by

$$L\{u_r(r, z, t)\} = \int_0^\infty u_r(r, z, t)\exp(-st)dt, \quad (11a)$$

$$L\{u_z(r, z, t)\} = \int_0^\infty u_z(r, z, t)\exp(-st)dt, \quad (11b)$$

$$L\{p(r, z, t)\} = \int_0^\infty p(r, z, t)\exp(-st)dt. \quad (11c)$$

The general solutions of equations (9a)-(9c) are obtained as

$$\begin{aligned} \tilde{u}_r = & C_1 \exp(\xi z) + C_2 z \exp(\xi z) + C_3 \exp(-\xi z) + C_4 z \exp(-\xi z) \\ & + C_5 \exp\left(\sqrt{\frac{k_r}{k_z}\xi^2 + \frac{s}{c}}z\right) + C_6 \exp\left(-\sqrt{\frac{k_r}{k_z}\xi^2 + \frac{s}{c}}z\right) \\ & + \frac{Q\gamma_w}{8\pi\eta Gk_z} \frac{1}{s} \frac{1}{\left(\frac{k_r}{k_z} - 1\right)\xi^2 + \frac{s}{c}} \exp(-\xi|z-h|) \end{aligned}$$

$$-\frac{Q\gamma_w}{8\pi\eta Gk_z} \frac{1}{s} \frac{1}{\left(\frac{k_r}{k_z}-1\right)\xi^2 + \frac{s}{c}} \frac{\xi}{\sqrt{\frac{k_r}{k_z}\xi^2 + \frac{s}{c}}} \exp\left(-\sqrt{\frac{k_r}{k_z}\xi^2 + \frac{s}{c}}|z-h|\right), \quad (12a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_z = & \left(-C_1 + \frac{2\eta+1}{2\eta-1} \frac{1}{\xi} C_2\right) \exp(\xi z) - C_2 z \exp(\xi z) \\ & + \left(C_3 + \frac{2\eta+1}{2\eta-1} \frac{1}{\xi} C_4\right) \exp(-\xi z) + C_4 z \exp(-\xi z) \\ & - \frac{1}{\xi} \sqrt{\frac{k_r}{k_z}\xi^2 + \frac{s}{c}} C_5 \exp\left(\sqrt{\frac{k_r}{k_z}\xi^2 + \frac{s}{c}} z\right) + \frac{1}{\xi} \sqrt{\frac{k_r}{k_z}\xi^2 + \frac{s}{c}} C_6 \exp\left(-\sqrt{\frac{k_r}{k_z}\xi^2 + \frac{s}{c}} z\right) \\ & \pm \frac{Q\gamma_w}{8\pi\eta Gk_z} \frac{1}{s} \frac{1}{\left(\frac{k_r}{k_z}-1\right)\xi^2 + \frac{s}{c}} \exp(-\xi|z-h|) \\ & \mp \frac{Q\gamma_w}{8\pi\eta Gk_z} \frac{1}{s} \frac{1}{\left(\frac{k_r}{k_z}-1\right)\xi^2 + \frac{s}{c}} \exp\left(-\sqrt{\frac{k_r}{k_z}\xi^2 + \frac{s}{c}}|z-h|\right), \end{aligned} \quad (12b)$$

$$\begin{aligned} \tilde{p} = & 2\eta G \frac{1}{\xi} \left[\left(\frac{k_r}{k_z}-1\right)\xi^2 + \frac{s}{c}\right] C_5 \exp\left(\sqrt{\frac{k_r}{k_z}\xi^2 + \frac{s}{c}} z\right) \\ & + 2\eta G \frac{1}{\xi} \left[\left(\frac{k_r}{k_z}-1\right)\xi^2 + \frac{s}{c}\right] C_6 \exp\left(-\sqrt{\frac{k_r}{k_z}\xi^2 + \frac{s}{c}} z\right) \\ & - \frac{Q\gamma_w}{4\pi k_z} \frac{1}{s} \frac{1}{\sqrt{\frac{k_r}{k_z}\xi^2 + \frac{s}{c}}} \exp\left(-\sqrt{\frac{k_r}{k_z}\xi^2 + \frac{s}{c}}|z-h|\right). \end{aligned} \quad (12c)$$

The parameters, $C_i (i=1,2,\dots,6)$, are functions of the transformed variables ξ and s which must be determined from the transformed boundary conditions; the parameter $c = k_z/n\beta\gamma_w$; the upper and lower signs in equation (12b) are for the conditions of $(z-h) \geq 0$ and $(z-h) < 0$, respectively.

Transformed Boundary Conditions

Taking Hankel and Laplace transforms for Eqs. (7a)-(7c) yields

$$\frac{d\tilde{u}_r}{dz} - \xi\tilde{u}_z = 0, \quad (13a)$$

$$\eta \frac{d\tilde{u}_z}{dz} + (\eta-1)\xi\tilde{u}_r = 0, \quad (13b)$$

$$\tilde{p} = 0, \quad (13c)$$

where \tilde{u}_r , \tilde{u}_z and \tilde{p} follows the definitions of Eqs. (10a)-(10c).

The constants $C_i (i = 1, 2, \dots, 6)$ of the general solutions can be determined by the transformed half-space boundary conditions at $z = 0$ and the conditions at $z \rightarrow \infty$, where the effect of the point sink must vanish. Finally, the desired quantities u_r , u_z and p can be obtained by applying appropriate inverse Hankel and Laplace transformations with the help of mathematical handbook⁹ and Mathematica through tedious inversions.

Expressions for Ground Surface Displacements

The horizontal and vertical displacements of the ground surface, $z = 0$, due to a point sink are interested in this paper. The transformed ground surface displacements can be found, from Eqs. (12a)-(12b), and expressed as

$$\begin{aligned} \tilde{u}_r(0; \xi, s) = & \frac{Q\gamma_w}{2\pi(2\eta-1)Gk_z} \frac{1}{s} \frac{1}{\left(\frac{k_r}{k_z}-1\right)\xi^2 + \frac{s}{c}} \exp(-\xi h) \\ & - \frac{Q\gamma_w}{2\pi(2\eta-1)Gk_z} \frac{1}{s} \frac{1}{\left(\frac{k_r}{k_z}-1\right)\xi^2 + \frac{s}{c}} \exp\left(-\sqrt{\frac{k_r}{k_z}\xi^2 + \frac{s}{c}}h\right), \end{aligned} \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_z(0; \xi, s) = & \frac{Q\gamma_w}{2\pi(2\eta-1)Gk_z} \frac{1}{s} \frac{1}{\left(\frac{k_r}{k_z}-1\right)\xi^2 + \frac{s}{c}} \exp(-\xi h) \\ & - \frac{Q\gamma_w}{2\pi(2\eta-1)Gk_z} \frac{1}{s} \frac{1}{\left(\frac{k_r}{k_z}-1\right)\xi^2 + \frac{s}{c}} \exp\left(-\sqrt{\frac{k_r}{k_z}\xi^2 + \frac{s}{c}}h\right). \end{aligned} \quad (14b)$$

For simplicity, only isotropic permeability with $k_r = k_z = k$ are discussed in this paper. Using the Hankel inversions formula defined as following

$$u_r(r, z, t) = \int_0^\infty \xi L^{-1}\{\tilde{u}_r(z; \xi, s)\} J_1(\xi r) d\xi, \quad (15a)$$

$$u_z(r, z, t) = \int_0^\infty \xi L^{-1}\{\tilde{u}_z(z; \xi, s)\} J_0(\xi r) d\xi, \quad (15b)$$

$$p(r, z, t) = \int_0^\infty \xi L\{\tilde{p}(z; \xi, s)\} J_0(\xi r) d\xi, \quad (15c)$$

in which the Laplace inversions are defined as

$$L^{-1}\{\tilde{u}_r(z; \xi, s)\} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \tilde{u}_r(z; \xi, s) \exp(st) ds, \quad (16a)$$

$$L^{-1}\{\tilde{u}_z(z; \xi, s)\} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \tilde{u}_z(z; \xi, s) \exp(st) ds, \quad (16b)$$

$$L^{-1}\{\tilde{p}(z; \xi, s)\} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \tilde{p}(z; \xi, s) \exp(st) ds. \quad (16c)$$

With the help of Eqs. (15a)-(15c) and (16a)-(16c), the transient horizontal and vertical displacements $u_r(r, 0, t)$ and $u_z(r, 0, t)$ of the ground surface due to a point sink are obtained as follows:

$$u_r(r, 0, t) = \frac{Q\gamma_w}{2(2\eta-1)\pi Gk} \left\{ \frac{ctr}{(h^2+r^2)^{3/2}} - \int_0^{ct} \frac{(ct-\tau)hr}{16\tau^3} \exp\left(-\frac{r^2+2h^2}{8\tau}\right) \left[I_0\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) - I_1\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) \right] d\tau \right\}, \quad (17a)$$

$$u_z(r, 0, t) = \frac{Q\gamma_w}{2(2\eta-1)\pi Gk} \left\{ -\frac{cth}{(h^2+r^2)^{3/2}} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{h^2+r^2}}{2\sqrt{ct}}\right) + \frac{h}{h^2+r^2} \sqrt{\frac{ct}{\pi}} \exp\left(-\frac{h^2+r^2}{4ct}\right) - \frac{h}{2\sqrt{h^2+r^2}} \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{h^2+r^2}}{2\sqrt{ct}}\right) \right\}. \quad (17b)$$

The long-term ground surface horizontal and vertical displacements can be found as following by letting $t \rightarrow \infty$:

$$u_r(r, 0, \infty) = \frac{Q\gamma_w}{4(2\eta-1)\pi Gk} \frac{hr}{\sqrt{h^2+r^2}(\sqrt{h^2+r^2}+h)}, \quad (18a)$$

$$u_z(r, 0, \infty) = -\frac{Q\gamma_w}{4(2\eta-1)\pi Gk} \frac{h}{\sqrt{h^2+r^2}}. \quad (18b)$$

NUMERICAL RESULTS

Of particular interest is the settlement of the stratum at each stage of the consolidation process. Defining the average consolidation ratio U as following:

$$U = \frac{\text{settlement at time } t}{\text{settlement at end of compression}}. \quad (19)$$

Then U can be found as bellow:

$$U = \frac{2ct}{h^2+r^2} \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{h^2+r^2}}{2\sqrt{ct}}\right) - \frac{2}{\sqrt{h^2+r^2}} \sqrt{\frac{ct}{\pi}} \exp\left(-\frac{h^2+r^2}{4ct}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{h^2+r^2}}{2\sqrt{ct}}\right). \quad (20)$$

Figure 2 shows the average consolidation ratio U at $r=0$. Note that U initially decreases rapidly but the rate of settlement then slows. Since U approaches 1 asymptotically, theoretically consolidation is never achieved.

The profiles of normalized vertical and horizontal displacements at the ground surface $z=0$ are shown in Figures 3 and 4, respectively. The ground surface has significant horizontal displacement. For example, Fig. 4 shows that the maximum surface horizontal displacement is about 30% of the maximum ground settlement.

CONCLUSIONS

Closed-form solutions of the transient consolidation due to pumping from a pervious elastic half-space were obtained by using Laplace and Hankel transformations. Not only study on the vertical settlement, but also the ground surface horizontal displacement was investigated.

Based on the numerical results, we found that the maximum surface horizontal displacement is about 30% of the maximum surface settlement. From the average consolidation ratio U at $r = 0$, we found that U initially decreases rapidly but the rate of settlement then slows. It is concluded that horizontal displacement should be properly considered for better prediction of the transient settlement induced by groundwater withdrawal.

ACKNOWLEDGEMENTS

This work is supported by the National Science Council of Republic of China through grant NSC94-2625-Z-216-001.

REFERENCES

1. Poland, J.F., *Guidebook to Studies of Land Subsidence Due to Ground-Water Withdrawal*, The United Nations Educational Scientific and Cultural Organization, Paris, pp. 3-16 (1984).
2. Biot, M.A., "General Theory of Three-Dimensional Consolidation," *J. Appl. Phys.*, Vol. 12, No. 2, pp. 155-164 (1941).
3. Biot, M.A., "Theory of Elasticity and Consolidation for a Porous Anisotropic Solid," *J. Appl. Phys.*, Vol. 26, No. 2, pp. 182-185 (1955).
4. Booker, J.R. and J.P. Carter, "Analysis of a Point Sink Embedded in a Porous Elastic Half Space," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 10, No. 2, pp. 137-150 (1986).
5. Booker, J.R. and J.P. Carter, "Long Term Subsidence Due to Fluid Extraction from a Saturated, Anisotropic, Elastic Soil Mass," *Q. J. Mech. Appl. Math.*, Vol. 39, Pt. 1, pp. 85-97 (1986).
6. Booker, J.R. and J.P. Carter, "Elastic Consolidation Around a Point Sink Embedded in a Half-Space with Anisotropic Permeability," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 11, No. 1, pp. 61-77 (1987).
7. Booker, J.R. and J.P. Carter, "Withdrawal of a Compressible Pore Fluid from a Point Sink in an Isotropic Elastic Half Space with Anisotropic Permeability," *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 23, No. 3, pp. 369-385 (1987).
8. Sneddon, I.N., *Fourier Transforms*, McGraw-Hill, New York, pp. 48-70 (1951).
9. Erdelyi, A., W. Magnus, F. Oberhettinger and F.G. Tricomi, *Tables of Integral Transforms*, McGraw-Hill, New York (1954).

SYMBOLS

b_r, b_z	Body forces
c	Parameter, $c = k_z/n\beta\gamma_w$
G	Shear modulus of the isotropic porous medium
h	Pumping depth
$\mathbf{i}_r, \mathbf{i}_z$	Unit vector parallel to the radial/vertical direction
$J_n(x)$	First kind of the Bessel function of order n
k	Permeability of the isotropic porous medium
k_r, k_z	Horizontal/vertical permeability
n	Porosity of the porous medium
p	Excess pore fluid pressure
\tilde{p}	Hankel and Laplace transforms of p , Eq. (10c)
q	Rate of water extracted from the ground per unit volume
Q	Strength of the point sink
(r, θ, z)	Cylindrical coordinates system
s	Laplace transform parameter
t	Time variable
$u(t)$	Heaviside unit step function
$u_r(r, z, t), u_z(r, z, t)$	Radial/axial displacement of the porous medium
$\tilde{u}_r(z; \xi, s), \tilde{u}_z(z; \xi, s)$	Hankel and Laplace transforms of u_r and u_z , Eqs. (10a)-(10b)
U	Average consolidation ratio
$\mathbf{v}_w, \mathbf{v}_s$	Velocity of fluid/solid
β	Compressibility of pore water
γ_w	Unit weight of pore water
$\delta(x)$	Dirac delta function
ε	Volume strain of the porous medium
η	Parameter, $\eta = (1-\nu)/(1-2\nu)$
ν	Poisson's ratio for the isotropic porous medium
ξ	Hankel transform parameter
τ_{ij}	Total stress components of the porous medium

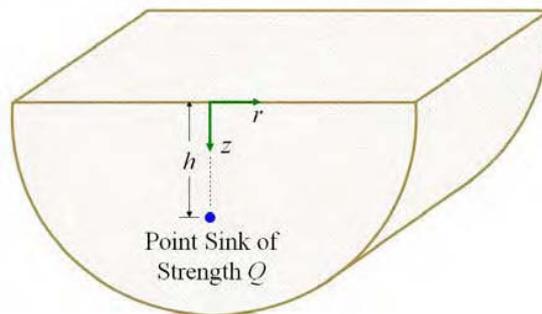


Figure 1. Point sink induced land subsidence problem.

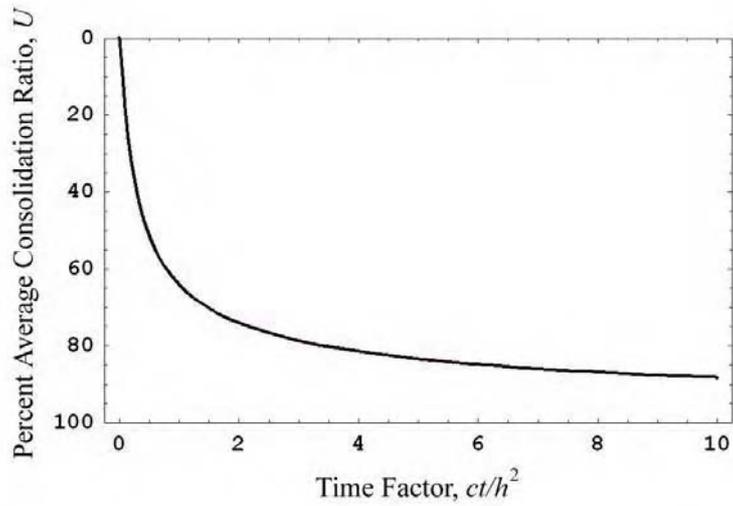


Figure 2. Graphical interpretation of average consolidation ratio U at $r = 0$.

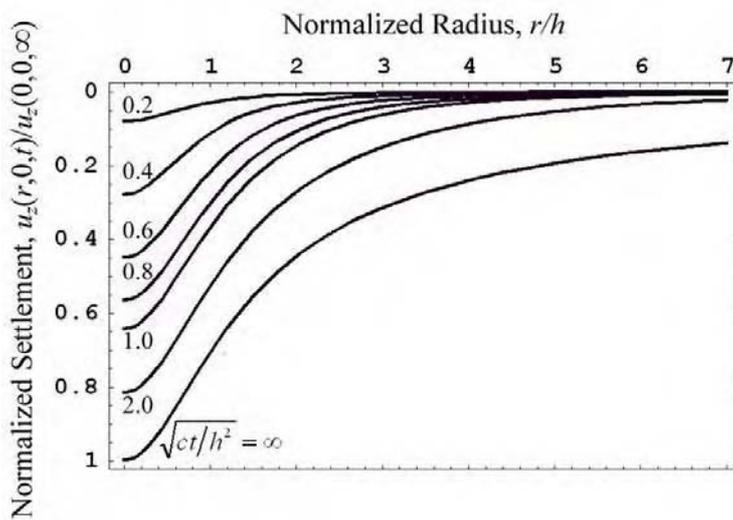


Figure 3. Normalized vertical displacement profile at the ground surface $z = 0$.

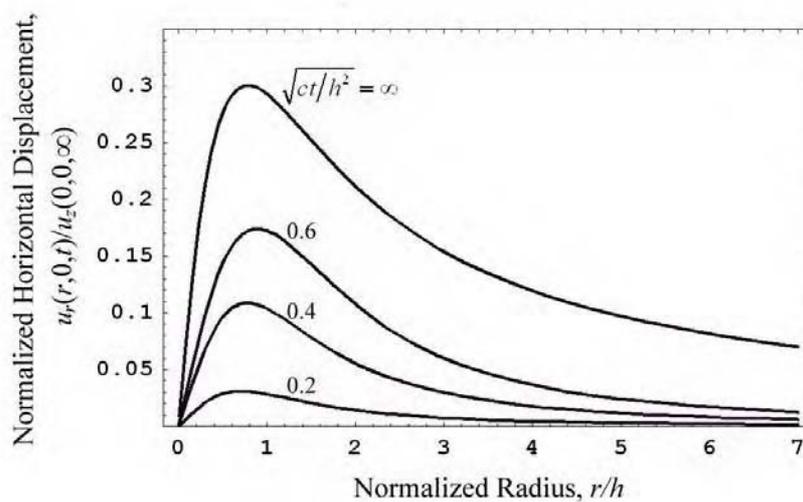


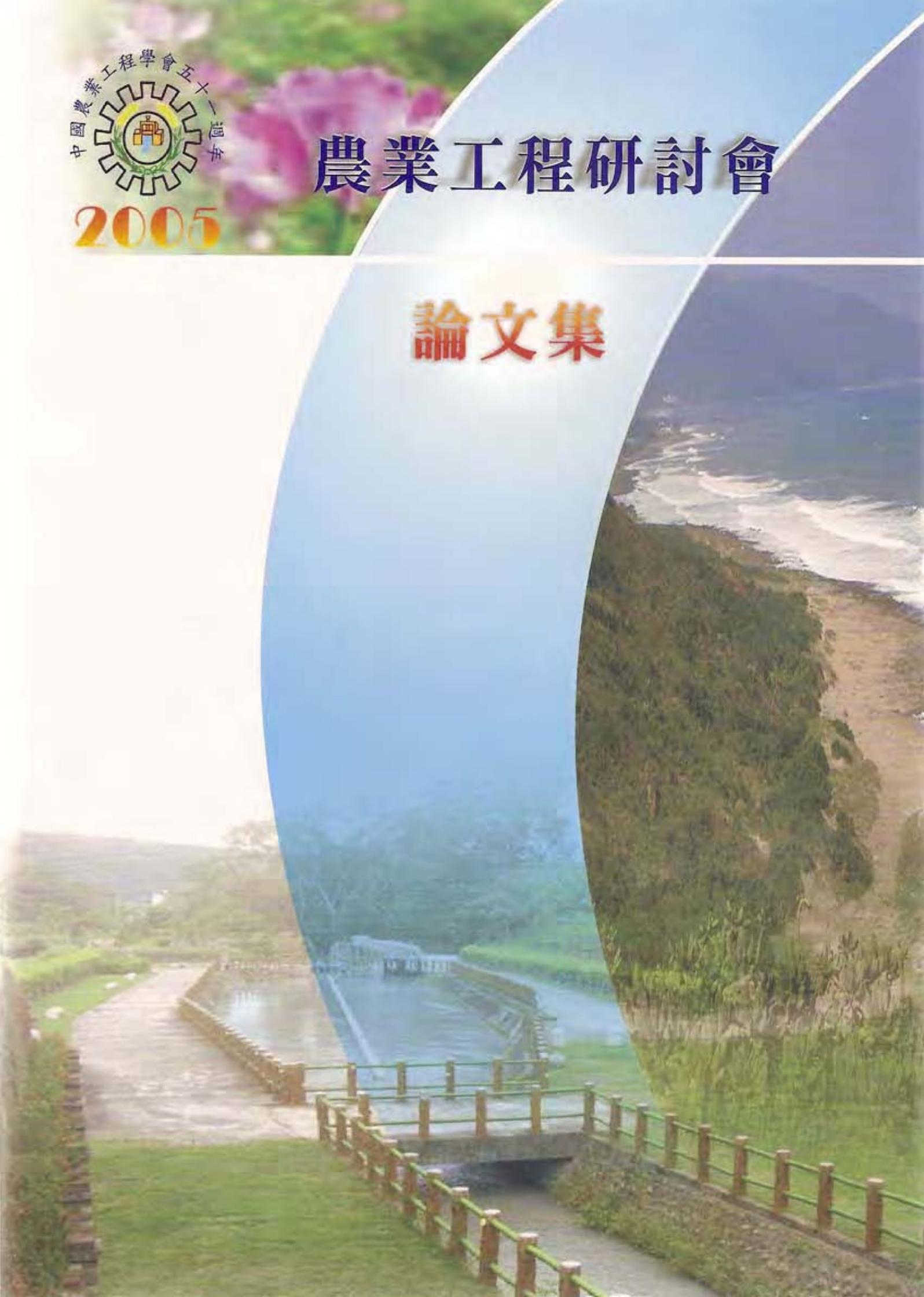
Figure 4. Normalized horizontal displacement profile at the ground surface $z = 0$.



2005

農業工程研討會

論文集



地表不透水情況下因單點抽水所引致的 暫態壓密沉陷解析

Analysis of Transient Consolidation Settlement Due to a Point Sink in an Impervious Half-Space

中華大學土木與工程資訊學系

副教授

呂志宗

John C.-C. Lu

摘 要

本文基於 Biot 所建立之多孔介質三維壓密理論，考慮地表邊界為不透水情況，解析單點抽水所引致的暫態壓密沉陷問題。本文係將地層之力學與滲流等性質模擬為等向性，且考慮地層為完全飽和的均向性多孔介質。抽水時，地層會因滲流壓力變化的影響，致使地層產生壓密沉陷。本文擬引用積分轉換方法，研討出與時間有關的暫態閉合解，使有助於了解抽水所引致的壓密沉陷問題。

關鍵詞：抽水，暫態壓密沉陷，積分轉換，閉合解

Abstract

Based of Biot's three-dimensional consolidation theory of porous media, the transient consolidation settlement due to a point sink in an impervious half-space is studied. In the formulation, the properties of mechanics and seepage of the saturated porous stratum are modeled as isotropic. Land subsidence is caused by pumping induced seepage pressure change. Using the integral transform techniques, transient closed-form solutions of the consolidation settlement are obtained. Results can provide a better understanding of the influence of consolidation settlement due to pumping.

Keywords: Pumping, Transient Consolidation Settlement, Integral Transform, Closed-Form Solution

地表不透水情況下因單點抽水 所引致的暫態壓密沉陷解析

Analysis of Transient Consolidation Settlement Due to a Point Sink in an Impervious Half-Space

中華大學土木與工程資訊學系

副教授

呂志宗

John C.-C. Lu

摘 要

本文基於 Biot 所建立之多孔介質三維壓密理論，考慮地表邊界為不透水情況，解析單點抽水所引致的暫態壓密沉陷問題。本文係將地層之力學與滲流等性質模擬為等向性，且考慮地層為完全飽和的均向性多孔介質。抽水時，地層會因滲流壓力變化的影響，致使地層產生壓密沉陷。本文擬引用積分轉換方法，研討出與時間有關的暫態閉合解，使有助於了解抽水所引致的壓密沉陷問題。

關鍵詞：抽水，暫態壓密沉陷，積分轉換，閉合解

Abstract

Based of Biot's three-dimensional consolidation theory of porous media, the transient consolidation settlement due to a point sink in an impervious half-space is studied. In the formulation, the properties of mechanics and seepage of the saturated porous stratum are modeled as isotropic. Land subsidence is caused by pumping induced seepage pressure change. Using the integral transform techniques, transient closed-form solutions of the consolidation settlement are obtained. Results can provide a better understanding of the influence of consolidation settlement due to pumping.

Keywords: Pumping, Transient Consolidation Settlement, Integral Transform, Closed-Form Solution

一、前言

抽水引致之地層下陷的行為變化至今仍廣受重視。當地下水自含水層中被抽出時，土壤中作用於孔隙水之壓應力會逐漸轉移至土壤顆粒上，土壤形成壓密現象，而導致地層下陷。一般而言，都市地區之地表面多呈不透水情況，因其地表面常鋪上柏油或興建

人工構造物之故，因此在都市地區抽水時，其地表邊界宜模擬為不透水情況。

Terzaghi(1943)首先引用有效應力觀念(Effective Stress Concept)說明土壤的壓密過程。在 Terzaghi(1943)的理論模式中，須先解析出平衡孔隙水壓力，然後再間接計算出壓密沉陷量，故稱之為非耦合(Uncoupled)壓密模式。然而 Biot(1941, 1955)所考慮之孔隙水的平衡過程則與土壤固體直接相關，所得出之結果亦被證實較為合理可靠，本文即引用 Biot 壓密模式建立基本方程式。基於 Biot(1941)的三維壓密理論模式，Bear 與 Corapcioglu(1981, 1983)以地下水流動觀點，分別研討並解析受限含水層(Confined Aquifer)與非受限含水層(Unconfined Aquifer)中因大區域抽水所引致之壓密沉陷問題；Safai 與 Pinder(1979, 1980)曾以有限元素法解析不飽和土層中之抽水所引致的壓密沉陷；Lewis 與 Schrefler(1978a, 1978b)則應用有限元素法作義大利威尼斯城的個案研究；Yeh 等人(1996)亦曾以有限元素法研討地層下陷問題。Booker 與 Carter(1986a, 1986b)、Tarn 與 Lu(1991)亦曾研討出汲水引致的地層壓密問題之閉合解(Closed-Form Solution)，並探討地表邊界條件與地層異向性對地層壓密沉陷的影響。在 Tarn 與 Lu(1991)的研究中，是以抽水點模擬抽水現象，所研討出之解為穩態閉合解(Steady-State Closed-Form Solution)。基於此，本文擬進一步探討點抽水引致的暫態(Transient)壓密沉陷現象。本文係根據 Tarn 與 Lu(1991)的研究成果，所進行之後續相關研究。所研討出之解，為點抽水所引致壓密沉陷之暫態閉合解(Transient Closed-Form Solution)。

本文將地表面模擬一半無限域(Half-Space)，而地層力學性質與土壤之滲流性質皆考慮為均向性(Isotropic)。地表邊界是模擬為完全不透水情況，以在地表下深度 h 位置，有一點抽水源模擬抽水的現象。仍考慮土層由飽和含水土壤構成，地下水補注充分，使抽出水與補注水保持平衡。所得出之結果，可對地表於不透水情況下之抽水所引致的暫態壓密沉陷現象有更清楚的瞭解，亦可協助工程師迅速掌握狀況，避免不合宜的抽降水設計，也是應用分析程式作複雜的計算之前，所提供之一個值得信賴的分析結果。

二、數學模式

2.1 等向性多孔隙地層之彈性力學理論

2.1.1 基本假設

本文所考慮點狀抽水問題的基本假設如下：

1. 考慮地層為均質之線彈性多孔介質，並將地層模擬為等向性情況。
2. 考慮暫態情況下，與時間有關之地層力學與滲流行為等之變化。
3. 孔隙水滲流符合 Darcy 定律。
5. 本文是考慮地層為一半無限域情況，即有考慮地表邊界的影響。
6. 考慮以穩定速率進行抽水，即單位時間內所抽出之水體積保持定值。
7. 考慮地層中之地下水含量豐富，抽取地下水並不會造成地下水枯竭的情況。

8. 地表邊界是模擬為不透水情況，且地表邊界無正向力或剪力等作用力之變化。

2.1.2 介質位移與孔隙流體壓力方程式

本文係擬探討如圖 1 所示之半無限域地層因點抽水所引起的沉陷問題，首先介紹問題之數學模式。本研究係引用多孔介質彈性力學理論 (Poroelasticity) 建立基本方程式，茲以微小之代表性元素體 (Representative Elementary Volume) 分析多孔隙地層之力平衡與質量守恆等方程式。其主要研究對象為固體部分所組成的多孔介質以及流經孔隙之流體的擴散傳輸現象。多孔隙地層在受外力作用或流體流動時，都會造成多孔隙地層之各項物理量產生變化，例如其體積、應力、超額孔隙水壓等均會產生變化。在點狀抽水作用情況下，若讓座標 z 軸通過抽水點，則問題可考慮為軸對稱。當多孔隙地層之應變量很微小時，則多孔隙地層之應變 $\varepsilon_{ij}(i, j = r, \theta, z)$ 和位移 $u_i(i = r, \theta, z)$ 的線性關係式，可以軸對稱圓柱座標 (r, z) 表示為：

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad 2\varepsilon_{rz} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}, \quad (1)$$

因問題為軸對稱，故並不會產生環向位移量 u_θ ，亦即 $u_\theta = 0$ 。令作用於地層之總應力 (Total Stress) 為 τ_{ij} (張力為正)、作用於固體介質之有效應力 (Effective Stress) 為 σ'_{ij} (張力為正)、超額孔隙水壓力為 p (壓力為正)，再根據 Terzaghi (1943) 的有效應力觀念 $\tau_{ij} = \sigma'_{ij} - p\delta_{ij}$ (δ_{ij} 為 Kronecker delta)，則：

$$\tau_{rr} = (\lambda + 2G)\varepsilon_{rr} + \lambda(\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) - p, \quad (2a)$$

$$\tau_{\theta\theta} = \lambda\varepsilon_{rr} + (\lambda + 2G)\varepsilon_{\theta\theta} + \lambda\varepsilon_{zz} - p, \quad (2b)$$

$$\tau_{zz} = \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) + (\lambda + 2G)\varepsilon_{zz} - p, \quad (2c)$$

$$\tau_{rz} = 2G\varepsilon_{rz}, \quad (2d)$$

其中 $\lambda = 2G\nu/(1-2\nu)$ 是等向性地層的 Lamé 常數， ν 係等向性地層之波松比 (Poisson's Ratio)； $G = E/2(1+\nu)$ 為等向性地層之剪力模數 (Shear Modulus)， E 是等向性地層之楊氏係數 (Young's Modulus)。

作用於地層之總應力需滿足力平衡方程式 $\tau_{ij,j} + f_i = 0$ ，在軸對稱情況下，力平衡方程式可表為：

$$\frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + f_r = 0, \quad (3a)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + f_z = 0. \quad (3b)$$

若不考慮微體力 (Body Force) f_i 的影響，並引用 Terzaghi (1943) 的有效應力觀念，先將式(1)代入式(2a)-(2d)，再將式(2a)-(2d)代入力平衡方程式(3a)、(3b)中，則軸對稱多孔介質彈性力學問題之基本方程式可以地層之位移量 u_i 和超額孔隙水壓 p 等表為：

$$G\nabla^2 u_r + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} - G \frac{u_r}{r^2} - \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (4a)$$

$$G\nabla^2 u_z + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad (4b)$$

其中微分運算子 (Differential Operator) $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$; 地層之體積應變量 ε 可

$$\text{表為 } \varepsilon = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \text{。}$$

2.1.3 流量連續方程式

本文是將均質地層模擬為等向性的線彈性多孔隙介質，其中孔隙流體的流動需符合質量守恆定律，如以下所示：

$$\nabla \cdot [n(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s)] + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + n\beta \frac{\partial p}{\partial t} + q = 0, \quad (5)$$

其中 \mathbf{v}_w 與 \mathbf{v}_s 分別為流體與固體之位移速度； n 是多孔介質之孔隙率 (Porosity)； β 係孔隙水之壓縮係數 (Compressibility)； q 為自地層中抽水時單位時間單位土壤體積內所抽出的水體積之影響量。

地層中之孔隙水的流動需滿足 Darcy 定律，亦即：

$$n(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) = -\frac{k}{\gamma_w} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{\partial p}{\partial z} \mathbf{i}_z \right), \quad (6)$$

式中 k 為等向性地層之滲透係數 (Permeability)； γ_w 是地下水之單位重 (Unit Weight)。

將方程式(6)代入式(5)，並考慮單位時間內有 Q 體積之地下水被抽出。若抽水深度為 h ，並將抽水點之座標位置放在 $(0, h)$ 位置上，則可推得另一個基本控制方程式如下：

$$-\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 p + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + n\beta \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{Q}{2\pi r} \delta(r) \delta(z-h) u(t) = 0, \quad (7)$$

式中 $\delta(x)$ 是 Dirac delta 函數； $u(t)$ 為單位階梯函數 (Heaviside Unit Step Function)。式(4a)、(4b)與(7)組成耦合 (Coupled) 壓密沉陷問題之基本方程式。若考慮非耦合 (Uncoupled) 壓密沉陷問題，則式(7)應改寫為：

$$-\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 p + n\beta \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{Q}{2\pi r} \delta(r) \delta(z-h) u(t) = 0. \quad (8)$$

為簡化問題，本文擬根據非耦合壓密模式之基本方程式(4a)、(4b)與(8)，解析出地表不透水之半無限域地層因單點抽水所引致的暫態壓密沉陷問題之閉合解。

2.2 邊界條件與初始條件

因模擬地層為一半無限域多孔介質，並考慮地層因抽水後之暫態壓密沉陷的變化，所以數學模式中會出現時間因素的影響。在 $z=0$ 之地表邊界位置上，係考慮地表邊界

無正向應力變化、無剪應力變化且無流量變化（不透水情況）等，因此在此邊界上之邊界條件可表為：

$$\sigma'_{rz}(r,0,t)=0, \sigma'_{zz}(r,0,t)=0, p(r,0,t)=0。 \quad (9)$$

在 $z \rightarrow \infty$ 之無限深遠處，其地層位移和超額孔隙水壓等應不會受到點抽水的影響，所以無限深遠處之邊界條件可表為：

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \{u_r(r,z,t)\} \rightarrow 0, \lim_{z \rightarrow \infty} \{u_z(r,z,t)\} \rightarrow 0, \lim_{z \rightarrow \infty} \{p(r,z,t)\} \rightarrow 0。 \quad (10)$$

本文係考慮問題之各項初始條件均為零，亦即：

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \{u_r(r,z,t)\} \rightarrow 0, \lim_{t \rightarrow 0^+} \{u_z(r,z,t)\} \rightarrow 0, \lim_{t \rightarrow 0^+} \{p(r,z,t)\} \rightarrow 0。 \quad (11)$$

三、積分轉換解析

本文是引用積分轉換方法解析如圖 1 所示點抽水問題之數學模式，所採用的解析方法為 Laplace 積分轉換、Hankel 積分轉換與聯立微分方程式的標準解法，推導出半無限域地層因點抽水作用所引致的地表沉陷之暫態閉合解。首先引用初始條件(11)，對控制方程式(4a)、(4b)、(8)中之變數 t 作 Laplace 積分轉換，再分別對其中之變數 r 作一階、零階與零階之 Hankel 積分轉換，可得：

$$-2\eta\xi^2U_r + \frac{d^2U_r}{dz^2} - (2\eta-1)\xi \frac{dU_z}{dz} + \frac{1}{G}\xi P = 0, \quad (12a)$$

$$(2\eta-1)\xi \frac{dU_r}{dz} - \xi^2U_z + 2\eta \frac{d^2U_z}{dz^2} - \frac{1}{G} \frac{dP}{dz} = 0, \quad (12b)$$

$$\frac{k}{\gamma_w} \left(\xi^2 - \frac{d^2}{dz^2} \right) P + n\beta s P + \frac{Q}{2\pi s} \delta(z-h) = 0, \quad (12c)$$

式中參數 $\eta = (1-\nu)/(1-2\nu)$ ；函數 U_r 、 U_z 、 P 分別定義為：

$$U_r(z;\xi,s) = \int_0^\infty rL\{u_r(r,z,t)\}J_1(\xi r)dr, \quad (13a)$$

$$U_z(z;\xi,s) = \int_0^\infty rL\{u_z(r,z,t)\}J_0(\xi r)dr, \quad (13b)$$

$$P(z;\xi,s) = \int_0^\infty rL\{p(r,z,t)\}J_0(\xi r)dr, \quad (13c)$$

其中 $J_n(x)$ 表 n 階之第一種類型的 Bessel 函數；符號 $L\{u_r(r,z,t)\}$ 、 $L\{u_z(r,z,t)\}$ 、 $L\{p(r,z,t)\}$ 分別定義為：

$$L\{u_r(r,z,t)\} = \int_0^\infty u_r(r,z,t)\exp(-st)dt, \quad (14a)$$

$$L\{u_z(r, z, t)\} = \int_0^{\infty} u_z(r, z, t) \exp(-st) dt, \quad (14b)$$

$$L\{p(r, z, t)\} = \int_0^{\infty} p(r, z, t) \exp(-st) dt. \quad (14c)$$

式(13a)-(13c)之 Hankel 反轉換則定義為：

$$L\{u_r(r, z, t)\} = \int_0^{\infty} \xi U_r(z; \xi, s) J_1(\xi r) d\xi, \quad (15a)$$

$$L\{u_z(r, z, t)\} = \int_0^{\infty} \xi U_z(z; \xi, s) J_0(\xi r) d\xi, \quad (15b)$$

$$L\{p(r, z, t)\} = \int_0^{\infty} \xi P(z; \xi, s) J_0(\xi r) d\xi, \quad (15c)$$

而式(14a)-(14c)之 Laplace 反轉換則定義為：

$$u_r(r, z, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} L\{u_r(r, z, t)\} \exp(st) ds, \quad (16a)$$

$$u_z(r, z, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} L\{u_z(r, z, t)\} \exp(st) ds, \quad (16b)$$

$$p(r, z, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} L\{p(r, z, t)\} \exp(st) ds. \quad (16c)$$

同理，引用式(1)與式(2a)-(2d)，並作適當之積分運算，則 $z=0$ 之地表邊界條件式(9)與 $z \rightarrow \infty$ 之無限深遠處邊界條件式(10)的 Laplace 與 Hankel 積分轉換可表為：

$$\frac{dU_r(0; \xi, s)}{dz} - \xi U_z(0; \xi, s) = 0 \quad (17a)$$

$$(\eta - 1)\xi U_r(0; \xi, s) + \eta \frac{dU_z(0; \xi, s)}{dz} = 0, \quad (17b)$$

$$\frac{dP(0; \xi, s)}{dz} = 0, \quad (17c)$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} U_r(z; \xi, s) \rightarrow 0, \quad (18a)$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} U_z(z; \xi, s) \rightarrow 0, \quad (18b)$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} P(z; \xi, s) \rightarrow 0. \quad (18c)$$

式(12a)-(12c)係聯立之非齊性常微分方程式 (Non-homogeneous Ordinary Differential Equation)，可利用解這類微分方程式的標準方法推求其通解 (General Solution)。通解係由齊性解 (Homogeneous Solution) 與非齊性解 (Non-homogeneous Solution) 所組成，經解析後，式(12a)-(12c)之通解如以下所示：

$$U_r(z; \xi, s) = (A_1 + A_2 z) e^{\xi z} + (A_3 + A_4 z) e^{-\xi z} + A_5 e^{\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}} z} + A_6 e^{-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}} z} \\ + \frac{Q\gamma_w}{8\pi\eta Gk} \frac{1}{s} \left(-\frac{c}{s} e^{-\xi|z-h|} + \frac{c}{s} \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}} e^{-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}|z-h|} \right), \quad (19a)$$

$$U_z(z; \xi, s) = \left(-A_1 + \frac{2\eta+1}{2\eta-1} \frac{1}{\xi} A_2 \right) e^{\xi z} - A_2 z e^{\xi z} + \left(A_3 + \frac{2\eta+1}{2\eta-1} \frac{1}{\xi} A_4 \right) e^{-\xi z} + A_4 z e^{-\xi z} \\ - \frac{1}{\xi} \sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}} A_5 e^{\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}} z} + \frac{1}{\xi} \sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}} A_6 e^{-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}} z} \\ \mp \frac{Q\gamma_w}{8\pi\eta Gk} \frac{1}{s} \left(\frac{c}{s} e^{-\xi|z-h|} - \frac{c}{s} e^{-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}|z-h|} \right), \quad (19b)$$

$$P(z; \xi, s) = \frac{2\eta G s}{\xi c} A_5 e^{\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}} z} + \frac{2\eta G s}{\xi c} A_6 e^{-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}} z} + \frac{Q\gamma_w}{4\pi k} \frac{1}{s} \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}} e^{-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}|z-h|}, \quad (19c)$$

其中符號 $c = k/n\beta\gamma_w$; $U_z(z; \xi, s)$ 中加減符號之上標表 $z-h \geq 0$, 下標表 $z-h < 0$ 。

將式(19a)-(19c)代入積分轉換後之地表暨無限深遠處的邊界條件方程式(17a)-(17c)與(18a)-(18c) , 即可求出式(19a)-(19c)中之係數 $A_i (i=1, \dots, 6)$ 。抽水引致的壓密沉陷問題中最有興趣的是地表面之水平位移暨垂直位移 , 已知地表面之座標位置為 $z=0$, 因此積分轉換域 (ξ, s) 之地表水平位移 $U_r(0; \xi, s)$ 暨垂直位移 $U_z(0; \xi, s)$ 可表為 :

$$U_r(0; \xi, s) = \frac{Q\gamma_w}{2\pi(2\eta-1)Gk} \frac{c}{s^2} \left(\frac{1}{2\xi} \sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}} e^{-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}} h} + \frac{\xi}{2\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}} e^{-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}} h} - e^{-\xi h} \right), \quad (20a)$$

$$U_z(0; \xi, s) = \frac{Q\gamma_w}{2\pi(2\eta-1)Gk} \frac{c}{s^2} \left(-\eta \frac{1}{\xi} \sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}} e^{-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}} h} + (\eta-1) \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}}} e^{-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c}} h} + e^{-\xi h} \right). \quad (20b)$$

最後再引用式(15a)-(15c) 、式(16a)-(16c)及數學使用手冊 (Abramowitz 與 Stegun , 1970) , 作 Hankel 反轉換及 Laplace 反轉換 , 即可推導出地表模擬為不透水情況下 , 飽和地層受單點抽水作用 , 所引致之地表水平位移 $u_r(r, 0, t)$ 暨垂直位移 $u_z(r, 0, t)$ 的暫態閉合解 , 如下所示 :

$$u_r(r, 0, t) = \frac{Q\gamma_w}{2(2\eta-1)\pi Gk} \left\{ -\frac{ctr}{(r^2 + h^2)^{3/2}} \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \int_0^{ct} (ct - \tau) \left(-\frac{1}{4\tau^2} + \frac{h^2}{8\tau^3} \right) \exp\left(-\frac{r^2 + 2h^2}{8\tau}\right) I_{\frac{1}{2}}\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) d\tau \\
& + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{(r^2 + h^2)^{3/2}} - \frac{r}{2\sqrt{r^2 + h^2}} \right) \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{r^2 + h^2}{4ct}}\right) + \frac{r\sqrt{ct}}{\sqrt{\pi}(r^2 + h^2)} \exp\left(-\frac{r^2 + h^2}{4ct}\right) \right] \Bigg\}, \quad (21a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_z(r, 0, t) &= \frac{Q\gamma_w}{2(2\eta - 1)\pi Gk} \left\{ \frac{cth}{(r^2 + h^2)^{3/2}} \right. \\
& - \eta \int_0^{ct} (ct - \tau) \left(-\frac{1}{4\tau^2} + \frac{h^2}{8\tau^3} \right) \exp\left(-\frac{r^2 + 2h^2}{8\tau}\right) I_0\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) d\tau \\
& \left. + (\eta - 1) \int_0^{ct} (ct - \tau) \left[-\frac{1}{4\tau^2} I_0\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) + \frac{r^2}{16\tau^3} \left(I_1\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) - I_0\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) \right) \right] \exp\left(-\frac{r^2 + 2h^2}{8\tau}\right) d\tau \right\}. \quad (21b)
\end{aligned}$$

式(21a)與式(21b)為問題之地表水平位移暨垂直位移的暫態閉合解，其中地表面係模擬為不透水情況，地層是模擬為半無限域，以單點抽水模擬單井抽水的現象，且考慮地層為飽和之多孔介質。為完整起見，本文作者曾另外考慮 $t \rightarrow \infty$ 之長期壓密沉陷的情況下。基於此，所推導出之問題的穩態閉合解如以下所示：

$$u_r(r, 0) = -\frac{Q\gamma_w}{4\pi(2\eta - 1)Gk} \frac{rh}{\sqrt{r^2 + h^2} (\sqrt{r^2 + h^2} + h)}, \quad (22a)$$

$$u_z(r, 0) = \frac{Q\gamma_w}{4\pi(2\eta - 1)Gk} \left[\frac{h}{\sqrt{r^2 + h^2}} + 4\eta(2\eta - 1) \sinh^{-1} \frac{h}{r} \right]. \quad (22b)$$

引用式(21a)與式(21b)或式(22a)與式(22b)，即可計算出單點抽水所引致之地表水平位移暨垂直壓密沉陷量等。

四、結語

本文研究成果說明如下：

1. 本文係以積分轉換方法解析半無限域地層之點抽水問題的數學模式，所研討出之解為可以簡單函數表達之暫態閉合解。應用此閉合解，可進行後續之地表壓密沉陷行為變化等之探討，許多數值分析結果之驗證與校正，均有賴於以此閉合解為基礎。
2. 本文係考慮單位時間內有 Q 體積之地下水自地層中被抽出時，因抽水所引致之地表水平位移 u_r 和地層垂直位移 u_z 等，其暫態解如式(21a)與式(21b)所示，而其穩態解則如式(22a)與式(22b)所示。

五、誌謝

本文係在國科會計畫 NSC-94-2625-Z-216-001 補助下所完成，特此申謝。

參考文獻

- Abramowitz, M., and Stegun, I.A., Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, Dover Publications, Inc., New York, 1970.
- Bear, J., and Corapcioglu, M.Y., "Mathematical Model for Regional Land Subsidence Due to Pumping, 2, Integrated Aquifer Subsidence Equations for Vertical and Horizontal Displacements," *Water Resource Research*, Vol. 17, pp. 947-958, 1981.
- Biot, M.A., "General Theory of Three-Dimensional Consolidation," *Journal of Applied Physics*, Vol. 12, No. 2, pp. 155-164, 1941.
- Biot, M.A., "Theory of Elasticity and Consolidation for a Porous Anisotropic Solid," *Journal of Applied Physics*, Vol. 26, No. 2, pp. 182-185, 1955.
- Booker, J.R., and Carter, J.P., "Analysis of a Point Sink Embedded in a Porous Elastic Half Space," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 10, No. 2, pp. 137-150, 1986.
- Booker, J.R., and Carter, J.P., "Long Term Subsidence Due to Fluid Extraction from a Saturated, Anisotropic, Elastic Soil Mass," *Q. J. Mech. Appl. Math.*, Vol. 39, Pt. 1, pp. 85-97, 1986.
- Corapcioglu, M.Y., and Bear, J., "A Mathematical Model for Regional Land Subsidence Due to Pumping, 3, Integrated Equations for a Phreatic Aquifer," *Water Resources Research*, Vol. 19, pp. 895-908, 1983.
- Lewis, R.W., and Schrefler, B.A., "A Fully Coupled Consolidation Model of the Subsidence of Venice," *Water Resources Research*, Vol. 14, No. 2, pp. 223-230, 1978*a*.
- Lewis, R.W., and Schrefler, B.A., "A Finite Element Analysis of Surface Subsidence," in S.K. Saxena(ed.), Evaluation and Prediction of Subsidence, ASCE, New York, pp. 400-416, 1978*b*.
- Safai, N.M., and Pinder, G.F., "Vertical and Horizontal Land Deformation in a Desaturating Porous Medium," *Advan. Water Resour.*, Vol. 2, No. 1, pp. 19-25, 1979.
- Safai, N.M., and Pinder, G.F., "Vertical and Horizontal Land Deformation Due to Fluid Withdrawal," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 4, pp. 131-142, 1980.
- Tarn, J.Q., and Lu, C.C., "Analysis of Subsidence Due to a Point Sink in an Anisotropic Porous Elastic Half Space," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 15, No. 8, pp. 573-592, 1991.
- Terzaghi, K., Theoretical Soil Mechanics, John Wiley & Sons, New York, pp. 256-296, 1943.

Yeh, H.-D., Lu, R.-H., and Yeh, G.-T., "Finite Element Modelling for Land Displacements Due to Pumping," Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech., Vol. 20, pp. 79-99, 1996.

呂志宗，「多孔介質彈性力學之基本解與壓密沉陷沉陷解析」，國立成功大學土木工程學系研究所博士論文，共 182 頁，1991。

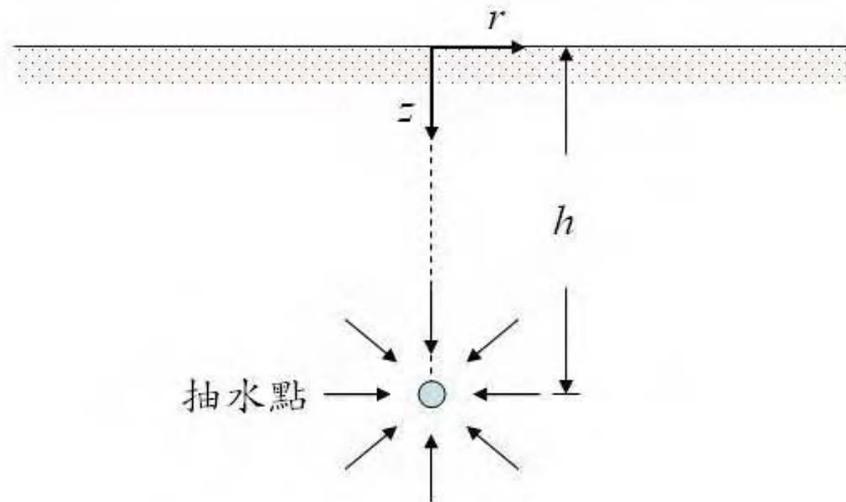


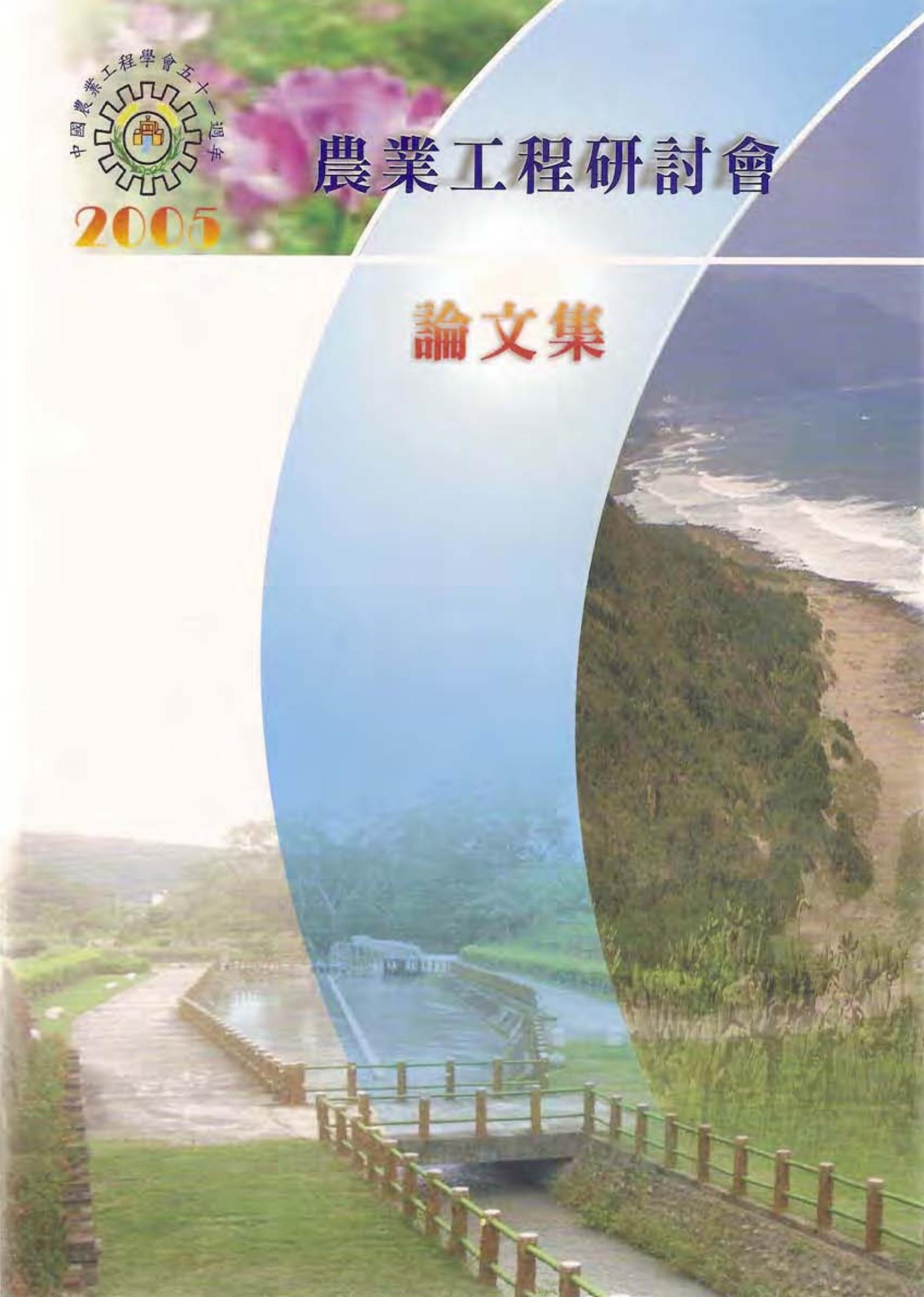
圖 1 半無限域點狀抽水問題示意圖



2005

農業工程研討會

論文集



溫泉自岩層裂隙滲流所引致之地層行為變化 理論解析

Theoretical Analysis of the Changes of Stratum Behaviors Due to Hot Spring Seepage Through the Rock Flaw

中華大學土木與工程資訊學系

副教授

碩士班研究生

呂志宗

戴雪蘭

John C.-C. Lu

Hsueh-Lan Tai

摘 要

本文基於 Biot 所建立之多孔介質三維彈性力學理論,解析溫泉自岩層裂隙滲流產生有效應力改變時,所引致之岩層力學行為變化。本文係將岩層之力學、滲流與熱流等性質均模擬為等向性,且考慮自岩層內之線狀裂隙中有產生穩定之溫泉滲流,含豐富溫泉之岩層則模擬為完全飽和的多孔介質。本文係引用積分轉換方法,研討出問題之穩態閉合解,使有助於瞭解溫泉自岩層裂隙滲流對岩層力學行為變化的影響。

關鍵詞：溫泉，無限域，積分轉換，閉合解

Abstract

On the basis of Biot's three-dimensional elasticity of porous media, the mechanical behaviors of the stratum as affected by the changes in effective stresses due to hot spring seepage through the rock flaw are studied. In the formulation, the properties of mechanical responses, thermal behaviors and seepage of the saturated stratum are modeled as isotropic. Using the integral transform techniques, steady-state closed-form solutions of the stratum are obtained. Results can provide a better understanding of the influence of hot spring seepage through the rock flaw.

Keywords: Hot Spring, Infinite Space, Integral Transform, Closed-Form Solution

溫泉自岩層裂隙滲流所引致之 地層行為變化理論解析

Theoretical Analysis of the Changes of Stratum Behaviors Due to Hot Spring Seepage Through the Rock Flaw

中華大學土木與工程資訊學系

副教授

碩士班研究生

呂志宗

戴雪蘭

John C.-C. Lu

Hsueh-Lan Tai

摘要

本文基於 Biot 所建立之多孔介質三維彈性力學理論，解析溫泉自岩層裂隙滲流產生有效應力改變時，所引致之岩層力學行為變化。本文係將岩層之力學、滲流與熱流等性質均模擬為等向性，且考慮自岩層內之線狀裂隙中有產生穩定之溫泉滲流，含豐富溫泉之岩層則模擬為完全飽和的多孔介質。本文係引用積分轉換方法，研討出問題之穩態閉合解，使有助於瞭解溫泉自岩層裂隙滲流對岩層力學行為變化的影響。

關鍵詞：溫泉，無限域，積分轉換，閉合解

Abstract

On the basis of Biot's three-dimensional elasticity of porous media, the mechanical behaviors of the stratum as affected by the changes in effective stresses due to hot spring seepage through the rock flaw are studied. In the formulation, the properties of mechanical responses, thermal behaviors and seepage of the saturated stratum are modeled as isotropic. Using the integral transform techniques, steady-state closed-form solutions of the stratum are obtained. Results can provide a better understanding of the influence of hot spring seepage through the rock flaw.

Keywords: Hot Spring, Infinite Space, Integral Transform, Closed-Form Solution

一、前言

溫泉的開發，從早期的農漁業用途，演變至今已轉變成高度的商業化用途。目前溫泉的經營開發，其功能訴求主要是注重在能消除疲勞及擁有特殊的療效等。溫泉業的抬頭及溫泉的開發利用，雖然對於振興觀光事業及維護國民健康等均有重大的助益，但其所產生的地層力學行為變化、熱流暨滲流平衡破壞等等問題，則仍有待探討，此為本文

之研究重點。

溫泉觀光業是政府極力推廣的觀光產業之一，然而根據學者專家們的研究得知，台灣地區現有的溫泉開發實已逐漸達到飽和，許多業者皆反應無法取得足量的溫泉水源，而必需以非溫泉水源替代、過濾回收或採用化學製造等方式供應溫泉，亦即台灣地區的溫泉許多實際上均已呈超量開發。因此，台灣地區各地的溫泉現況，應有必要定期以科學化的調查方式，建立相關的資料庫，以供政府相關決策單位參考。溫泉也是地下水的一種，若是超量開發，一樣也是會有地質災害的危險，只因溫泉抽水區的地質條件較佳或因人煙稀少等因素，而較常被人們所忽略，但是亦應未雨綢繆，瞭解抽取溫泉所可能引致的地層力學行為變化等問題，以防範於未然。

本文擬以數理解析的方法，建立溫泉抽水所引致岩層裂隙滲流問題之數學模式，再引用積分轉換方法 (Integral Transform) 加以解析。數學模式中，係將岩層模擬為均質等向性 (Homogeneous Isotropic) 之多孔介質，因不考慮地表邊界的影響，故將岩層模擬為一無限域 (Infinite Space)，所研討出之解為穩態 (Steady-State) 情況下的閉合解 (Closed-Form Solution)。

二、文獻回顧

由文獻[1]之記載得知，溫泉一般是指由地下湧出的泉水且其溫度高於人體的體溫者。但是，另有一種解釋是說，只要泉水溫度高於當地平均溫度 5°C 以上者也可以稱為溫泉。實際上各國對溫泉的認定仍有差異，例如美國認定 21°C 以上之泉水即為溫泉，義大利等歐洲國家則認定 20°C 以上的泉水為溫泉，而日本、南非等國則將水溫高於 25°C 的泉水定義為溫泉。

2005 年 7 月 22 日經濟部水利署「經水字第 09404605610 號令」[2]所訂定溫泉標準第二條中說明，符合標準之溫水，係指溫泉露頭或溫泉孔口測得之泉溫為攝氏三十度以上且泉質符合下列各款之一者：

1. 溶解固體量：在五百 (mg/L) 以上。
2. 主要含量陰離子：碳酸氫根離子 HCO_3^- 二百五十 (mg/L) 以上、硫酸根離子 $\text{SO}_4^{=}$ 二百五十 (mg/L) 以上或氯離子 (含其他鹵族離子) Cl^- 二百五十 (mg/L) 以上。
3. 溫度未達攝氏三十度，但水質符合礦物質標準者，也可稱為溫泉。

由文獻[3]得知，溫泉主要是由降水、河水及湖泊水等地面水滲入地下，在深處加熱後，再循環上升至地面所形成。因此，必須在適當地質與地形條件下，始能促成地下水進入深循環而產生溫泉。

一般而言，形成溫泉的理想條件包括適宜的地質構造或岩層，如多孔隙高透水性或具破碎的岩層、深長裂隙或斷層帶，以提供水循環的通路；另外，須有充沛的降雨量與地下水源，以及較高的地溫梯度，作為溫泉水的熱源。亦即「熱源」、「通路」及「水源」為溫泉形成的三大要素[4]。

近年來，台灣地區之溫泉開發，已逐漸普及至住宅社區，且其社區溫泉擬鑽鑿深度常深達千餘公尺。實際上，各界對開鑿如此深的溫泉井尚無完全之把握，也就是說無法保證社區溫泉深井一定能夠永續開發與利用，其主要原因是多數溫泉開發地點之水文地質條件的不確定因素太多所致。這些人為開鑿的溫泉深井，其地表邊界的影響微小，故可將地層模擬為無限域情況。

作者[5、6]對溫泉抽水問題之探討，已有一定之基礎，本文擬進一步探究深層溫泉開發時，所引致的溫泉自岩層裂隙滲流對地層力學行為變化等的影響。溫泉抽水與一般常見的水井抽水類似，但考慮溫泉抽水問題時，還應該考慮熱流效應的影響。Terzaghi[7]首先引用有效應力觀念 (Effective Stress Concept)，說明地層受外力荷重時土壤的單向度沉陷行為，在 Terzaghi[7]的理論模式中，須先解析出平衡孔隙水壓力，然後再間接計算出地層的壓密沉陷量，故稱之為非耦合 (Uncoupled) 壓密模式。然而 Biot[8、9]所考慮之孔隙水壓的平衡過程係與固體土壤直接相關，所得出之結果亦被證實較為合理可靠，本文即引用 Biot 三維壓密模式建立問題之基本方程式。Biot[8、9]所建立之三維壓密理論，在學理上亦常被稱之為多孔介質彈性力學理論 (Poroelasticity)。

為考慮溫泉中之熱流效應的影響，必須在多孔介質彈性力學理論中再加入熱能流動所引致的耦合 (Coupled) 效應，以往這方面的研究亦有許多，說明如下。Schiffman[10]首先根據 Biot[8]壓密模式，再引用 Fourier 熱傳導定律與能量守恆定律，探討熱壓密問題；Booker 與 Savvidou[11-13]曾將熱流效應的影響加入 Biot[8]所建立之多孔介質壓密理論，推導出地層受點熱源、球體熱源以及異向性滲流情況下之多孔介質熱彈性力學問題的解析解 (Analytic Solution)；Amadei 等學者[14]曾探討橫向等向性岩層受應力作用時之閉合解；Aversa 和 Evangelista[15]則對 Neapolitan 地區的黃凝灰岩作過熱膨脹性質的探討；Al-Nimr 以及 Naji[16]曾說明沉積岩等具有橫向等向性之熱能傳輸現象；Lu 等人[17]則根據點熱源問題之基本解 (Fundamental Solution)，進一步推導出地層受線熱源作用之解。這些文獻之研究均有考慮熱能效應對地層力學行為變化的影響，可以這些相關研究成果為基礎，進一步探討溫泉自岩層裂隙滲流所引致的地層力學行為變化等問題。

因係考慮深層之溫泉滲流問題，故地表邊界的影響可以忽略。基於此，本文將地層模擬一無線域情況，而地層之力學性質、熱流性質與滲流性質等皆考慮為等向性。數學模式中，考慮溫泉地層飽和含溫泉水，且溫泉補注充分，使抽出的溫泉與補注的溫泉能保持平衡。本文係以積分轉換方法，先研討出點狀溫泉抽水滲流所引致的地層長期力學行為變化等之閉合解，再做適當之線積分，推導出溫泉自岩層裂隙滲流所引致的地層力學行為變化等之閉合解。

所得出之科學化研究成果，可供決策單位避免不合時宜的溫泉開發規劃。因本文所研討出之解為可用簡單函數表示的穩態閉合解，故也可供許多數值分析專家們在應用數值分析軟體做複雜的計算時，做數值結果的檢查及校正之用，故本文之研究成果應具有極高之研究與應用價值。

三、點狀溫泉滲流問題之數學模式與其閉合解

3.1 基本假設

本文所考慮之點狀溫泉抽水滲流問題的基本假設如下：

1. 考慮岩層為均質之線彈性多孔介質，再將岩層模擬為等向性情況。
2. 考慮穩態情況下，岩層之長期力學、滲流與熱流行為變化。本文不考慮岩層之暫態依時行為變化。
3. 孔隙水滲流符合Darcy定律。
4. 熱能之擴散傳輸僅考慮熱傳導現象，暫不考慮熱對流效應的影響。
5. 本文是考慮深層之溫泉抽水滲流，故模擬溫泉地層為一無限域，即不考慮地表邊界的影響。
6. 考慮溫泉抽水時，單位時間內所抽出之溫泉熱量與溫泉體積均保持定值。
7. 考慮在抽取溫泉時，岩層不受礦物質所引致化學變化的影響。
8. 考慮岩層中之溫泉含量豐富，且抽取溫泉並不會造成溫泉枯竭的現象。

3.2 介質位移、孔隙流體壓力與介質溫度變化量方程式

首先介紹點狀溫泉滲流問題之數學模式中的基本方程式。本單元是擬探討如圖 1 所示之無限域溫泉地層因抽水所引起的點狀溫泉滲流對地層力學行為變化等的影響。數學模式中係引用多孔介質熱彈性力學理論 (Thermo-poroelasticity) 建立基本方程式，茲以微小之代表性元素體 (Representative Elementary Volume) 的觀念分析多孔隙溫泉地層之力平衡、質量守恆與能量守恆等方程式，且考慮元素中之固體介質和孔隙流體具有相同的溫度。其主要研究對象為固體部分所組成的多孔介質、流經孔隙之流體以及熱量之擴散傳輸現象。多孔隙溫泉地層在受外力作用、流體流動或熱能流動之作用時，都會造成多孔隙溫泉地層之各項物理量產生變化，例如其體積、應力、溫度、超額孔隙水壓等均會產生變化。在點狀溫泉滲流作用情況下，若讓座標 z 軸通過溫泉滲流作用點，則問題可考慮為軸對稱。當多孔隙溫泉地層之應變量很微小時，多孔隙溫泉地層之應變 $\varepsilon_{ij}(i, j = r, \theta, z)$ 與位移 $u_i(i = r, \theta, z)$ 的線性關係式，可以軸對稱圓柱座標 (r, z) 表示為：

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r} \text{、} \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r} \text{、} \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} \text{、} 2\varepsilon_{rz} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \text{,} \quad (1)$$

因問題為軸對稱，故並不會產生環向地層位移 u_θ ，亦即 $u_\theta = 0$ 。令作用於溫泉地層之總應力 (Total Stress) 為 τ_{ij} 、作用於固體介質之有效應力 (Effective Stress) 為 σ'_{ij} 、超額孔隙水壓力為 p (壓力為正)、溫泉地層之溫度變化量為 ϑ ，再根據 Terzaghi[7] 的有效應力觀念 $\tau_{ij} = \sigma'_{ij} - p\delta_{ij}$ (δ_{ij} 為 Kronecker delta)，則：

$$\tau_{rr} = (\lambda + 2G)\varepsilon_{rr} + \lambda(\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) - (2G + 3\lambda)\alpha_s \vartheta - p, \quad (2a)$$

$$\tau_{\theta\theta} = \lambda\varepsilon_{rr} + (\lambda + 2G)\varepsilon_{\theta\theta} + \lambda\varepsilon_{zz} - (2G + 3\lambda)\alpha_s \vartheta - p, \quad (2b)$$

$$\tau_{zz} = \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) + (\lambda + 2G)\varepsilon_{zz} - (2G + 3\lambda)\alpha_s \vartheta - p, \quad (2c)$$

$$\tau_{rz} = 2G\varepsilon_{rz}, \quad (2d)$$

其中 $\lambda = 2G\nu/(1-2\nu)$ 是等向性溫泉地層的 Lamé 常數， ν 係等向性溫泉地層之柏松比 (Poisson's Ratio)； $G = E/2(1+\nu)$ 為等向性溫泉地層之剪力模數 (Shear Modulus)， E 是等向性溫泉地層之楊氏係數 (Young's Modulus)； α_s 則為等向性溫泉地層中之固體介質的線性熱膨脹係數 (Linear Thermal Expansion Coefficient)。

作用於溫泉地層之總應力需滿足力平衡方程式 $\tau_{ij,j} + f_i = 0$ ，在軸對稱情況下，力平衡方程式可表為：

$$\frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + f_r = 0, \quad (3a)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + f_z = 0. \quad (3b)$$

若不考慮微體力 (Body Force) $f_i (i=r, z)$ 的影響，先將式(1)代入式(2a)-(2d)，再將式(2a)-(2d)代入力平衡方程式(3a)-(3b)中，則軸對稱多孔介質熱彈性力學問題之基本方程式可以溫泉地層之位移量 $u_i (i=r, z)$ 、溫泉地層之溫度變化量 ϑ 和超額孔隙水壓 p 等表為：

$$G\nabla^2 u_r + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} - G \frac{u_r}{r^2} - \frac{2G(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} - \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (4a)$$

$$G\nabla^2 u_z + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - \frac{2G(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu} \frac{\partial \vartheta}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad (4b)$$

其中微分運算子 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ；溫泉地層之體積應變量 ε 可表為

$$\varepsilon = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}.$$

3.3 流量連續方程式和熱平衡方程式

本文是將均質之溫泉地層模擬為等向性的線彈性多孔介質，其中孔隙流體的流動和熱能之擴散傳輸等需分別符合質量守恆定律和能量守恆定律，如以下所示：

$$\nabla \cdot [n(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s)] + q_w^* = 0, \quad (5a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{h}_e + q_h^* = 0, \quad (5b)$$

其中 \mathbf{v}_w 與 \mathbf{v}_s 分別為流體與固體之位移速度； \mathbf{h}_e 係熱流率 (Heat Flux)； n 是多孔隙地層之孔隙率 (Porosity)； q_w^* 與 q_h^* 分別為單位時間內自單位岩體中進行溫泉抽水時的滲流水

之體積與所包含之熱能。因係考慮溫泉抽水所引致滲流問題，且泉水中會含有熱能，故需同時考慮 q_w^* 與 q_h^* 的影響。

溫泉地層中孔隙水的流動需滿足 Darcy 定律，溫泉地層中之熱傳導現象則需滿足 Fourier 熱傳導定律，亦即：

$$n(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) = -\frac{k}{\gamma_w} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{\partial p}{\partial z} \mathbf{i}_z \right), \quad (6a)$$

$$\mathbf{h}_e = -\lambda_t \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \mathbf{i}_z \right), \quad (6b)$$

式中 k 與 λ_t 分別為等向性溫泉地層之滲透係數 (Permeability) 與熱傳導係數 (Conductivity)； γ_w 是溫泉水之單位重 (Unit Weight)。

將方程式(6a)、(6b)分別代入式(5a)、(5b)，並考慮單位時間內有 Q_w 體積之溫泉水被抽出，且其中包含 Q_h 焦耳的熱能，則可推得另兩個基本控制方程式如下：

$$-\frac{k}{\gamma_w} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) + \frac{Q_w}{2\pi r} \delta(r) \delta(z) = 0, \quad (7a)$$

$$-\lambda_t \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} \right) + \frac{Q_h}{2\pi r} \delta(r) \delta(z) = 0, \quad (7b)$$

式中 $\delta(x)$ 是 Dirac delta 函數。式(4a)、(4b)、(7a)與(7b)組成問題之基本方程式，基本方程式亦可稱之為控制方程式。

3.4 初始條件與邊界條件

本文是考慮問題之各項初始條件均為零。因係探討深層溫泉抽水所引致滲流對地層力學行為變化等之影響，故可不考慮地表邊界的影響，所以可將溫泉地層模擬為一無限域多孔介質。本文旨在探討溫泉地層因溫泉抽水之滲流作用所引致的地層長期力學、滲流與熱流等行為之變化，所以數學模式中之時間變數 t 均已考慮為 $t \rightarrow \infty$ 。

在 $z \rightarrow \pm\infty$ 之無限遠邊界位置上，可考慮其地層位移變化量、超額孔隙水壓及地層溫度變化量等均不受溫泉抽水所引致滲流作用的影響。因此，在無限遠邊界上之地層邊界條件可表為：

$$\lim_{z \rightarrow \pm\infty} \{u_r(r, z), u_z(r, z), p(r, z), \vartheta(r, z)\} \rightarrow \{0, 0, 0, 0\}. \quad (8)$$

3.5 閉合解

本文係引用積分轉換方法，解析如圖 1 所示點狀溫泉抽水所引致滲流對地層力學行為變化等之影響的數學模式，所採用的解析方法為 Hankel 積分轉換方法，引用適當之數學工具書[18]，即可據以推導出問題之穩態閉合解，如以下所示：

$$u_r(r, z) = -\frac{(1-2\nu)\gamma_w Q_w}{16\pi(1-\nu)Gk} \frac{r}{R} - \frac{(1+\nu)\alpha_s Q_h}{8\pi(1-\nu)\lambda_t} \frac{r}{R}, \quad (9a)$$

$$u_z(r, z) = -\frac{(1-2\nu)\gamma_w Q_w}{16\pi(1-\nu)Gk} \frac{z}{R} - \frac{(1+\nu)\alpha_s Q_h}{8\pi(1-\nu)\lambda_t} \frac{z}{R}, \quad (9b)$$

$$p(r, z) = -\frac{\gamma_w Q_w}{4\pi k} \frac{1}{R}, \quad (9c)$$

$$g(r, z) = -\frac{Q_h}{4\pi\lambda_t} \frac{1}{R}, \quad (9d)$$

式中符號 $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ 。式(9a)與式(9b)係因深層單點溫泉抽水滲流所引致之地層水平位移與垂直位移變化等；式(9c)與式(9d)為問題所引起的岩層超額孔隙水壓與岩層溫度變化量。

四、溫泉自岩層裂隙滲流之問題的閉合解

自然界中之岩體常存有裂隙，溫泉抽水時，岩層裂隙即會產生溫泉滲流之現象。當溫泉自岩層裂隙發生滲流時，會引起孔隙水壓之變化，而孔隙水壓之變化會導致地層有效應力之改變，當地層有效應力產生變化時，地層即會出現壓密的行為。欲研究溫泉自岩層裂隙滲流所引致之地層力學行為變化，可以點狀溫泉滲流問題之閉合解為基礎，再做適當之線積分，即可研討出所欲研討的問題之解，說明如下。

根據已研討出之點狀溫泉抽水滲流所引致之地層力學行為變化之閉合解，擬進一步探討如圖 2 所示的溫泉自岩層裂隙滲流所引致之地層力學行為變化，其中岩盤裂隙之長度為 $2a$ ，而在單位時間內，每一單位岩盤裂隙長度所通過的溫泉滲流水之體積為 q_w ，其中包含 q_h 的熱量。

所探討之溫泉自岩層裂隙滲流的地層力學行為變化問題係三度空間之問題，為進行適當之線積分，首先須將點狀溫泉滲流影響下之閉合解進行座標轉換，即考慮將閉合解由圓柱座標系統 (r, θ, z) 轉換至卡氏座標系統 (x, y, z) ，其轉換過程應滿足以下之關係：

$$u_x(x, y, z) = u_r(r, z)\cos\theta - u_\theta(r, z)\sin\theta, \quad (10a)$$

$$u_y(x, y, z) = u_r(r, z)\sin\theta + u_\theta(r, z)\cos\theta, \quad (10b)$$

$$u_z(x, y, z) = u_z(r, z), \quad (10c)$$

$$p(x, y, z) = p(r, z), \quad (10d)$$

$$g(x, y, z) = g(r, z), \quad (10e)$$

其中等號右邊之各項閉合解即為圓柱座標系統下所推導出之解，因問題為軸對稱，故圓柱座標系統下各種物理變化量均與 θ 無關。點狀溫泉滲流問題係軸對稱問題，故環向位移 $u_\theta = 0$ ；此外，圓柱座標系統下之座標變數 r 滿足 $r^2 = x^2 + y^2$ 的關係。

如圖 2 所示，於線狀岩層裂隙上取長度為 ds 之一小段長度作分析，因單位時間內單位長度之岩層裂隙所產生之溫泉滲流體積為 q_w （立方公尺/公尺/秒），其中包含之熱能為 q_h （焦耳/公尺/秒），故 $q_h ds$ 與 $q_w ds$ 恰好對應於點狀溫泉滲流問題之熱源強度 Q_h （焦耳/秒）與滲流水體積 Q_w （立方公尺/秒）。此外，點狀溫泉滲流問題之閉合解中的變數 $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ ，係表示地層中之任意點至點狀溫泉滲流位置間之距離，因此線狀溫泉滲流問題中，地層內之任意點 (x, y, z) 至 ds 位置之距離 R 可表為 $R = \sqrt{x^2 + (y-s)^2 + z^2}$ 。最後再對變數 s 做岩層裂隙長度 $-a$ 至 a 的線積分，並應用能進行符號運算之數學套裝軟體 Mathematica 以及數學工具書[18]進行線積分之運算，即可研討出溫泉自長度為 $2a$ 之岩層裂隙滲流所引致之地層力學行為變化問題的閉合解。基於此，所研討出之地層位移、超額孔隙水壓力及地層溫度變化量等之閉合解如以下所示：

$$u_x = -\frac{(1+\nu)\alpha_s q_h}{8\pi(1-\nu)\lambda_t} x \ln \frac{\sqrt{x^2 + z^2 + (y+a)^2} + y+a}{\sqrt{x^2 + z^2 + (y-a)^2} + y-a} - \frac{(1-2\nu)\gamma_w q_w}{16\pi(1-\nu)Gk} x \ln \frac{\sqrt{x^2 + z^2 + (y+a)^2} + y+a}{\sqrt{x^2 + z^2 + (y-a)^2} + y-a}, \quad (11a)$$

$$u_y = -\frac{(1+\nu)\alpha_s q_h}{8\pi(1-\nu)\lambda_t} \left[\sqrt{x^2 + z^2 + (y+a)^2} - \sqrt{x^2 + z^2 + (y-a)^2} \right] - \frac{(1-2\nu)\gamma_w q_w}{16\pi(1-\nu)Gk} \left[\sqrt{x^2 + z^2 + (y+a)^2} - \sqrt{x^2 + z^2 + (y-a)^2} \right], \quad (11b)$$

$$u_z = -\frac{(1+\nu)\alpha_s q_h}{8\pi(1-\nu)\lambda_t} z \ln \frac{\sqrt{x^2 + z^2 + (y+a)^2} + y+a}{\sqrt{x^2 + z^2 + (y-a)^2} + y-a} - \frac{(1-2\nu)\gamma_w q_w}{16\pi(1-\nu)Gk} z \ln \frac{\sqrt{x^2 + z^2 + (y+a)^2} + y+a}{\sqrt{x^2 + z^2 + (y-a)^2} + y-a}, \quad (11c)$$

$$p = -\frac{q_w \gamma_w}{4\pi k} \ln \frac{\sqrt{x^2 + (y+a)^2 + z^2} + y+a}{\sqrt{x^2 + (y-a)^2 + z^2} + y-a}, \quad (11d)$$

$$g = -\frac{q_h}{4\pi\lambda_t} \ln \frac{\sqrt{x^2 + (y+a)^2 + z^2} + y+a}{\sqrt{x^2 + (y-a)^2 + z^2} + y-a}. \quad (11e)$$

式(11a)-(11e)即為本文所欲研討出之解，其中式(11a)-(11c)分別為溫泉自岩層裂隙滲流所引致之 x 、 y 、 z 方向的岩層位移，式(11d)與式(11e)則為溫泉自岩層裂隙滲流所引起的超額孔隙水壓與地層溫度變化量。應用所研討出之閉合解進行後續之相關研究，應有助於進一步瞭解溫泉抽水滲流所引致之岩層力學行為變化問題。

五、結語

本文研究成果說明如下：

1. 本文係以積分轉換方法解析無限域飽和溫泉地層因抽水所引致滲流問題的數學模式，所研討出之解為可以簡單函數表達之穩態閉合解。應用此閉合解，可據以進行後續之相關研究，許多數值分析結果之驗證與校正，均有賴於以此閉合解為基礎。
2. 在溫泉抽水所引致點狀溫泉滲流問題中，本文係考慮單位時間內有 Q_w 體積（其中包含 Q_h 之熱能）的溫泉自地層中被抽出時，因抽水所引致之地層水平位移 u_r 、地層垂直位移 u_z 、超額孔隙水壓 p 與地層溫度變化量 θ 等，如式(9a)-(9d)所示。
3. 根據點狀溫泉滲流所引致之地層力學行為變化問題之閉合解，本文亦進一步探討溫泉自岩層裂隙滲流所引起的岩層力學行為變化問題之解，所研討出之解亦為可以簡單函數表示之閉合解，如式(11a)-(11e)所示，分別代表溫泉自岩層裂隙滲流所引起的岩體在 (x, y, z) 座標系統中之位移 (u_x, u_y, u_z) 、超額孔隙水壓 p 與岩層溫度變化量 θ 等結果。

六、誌謝

本文係在國科會計畫 NSC-94-2625-Z-216-001 補助下所完成，特此申謝。

參考文獻

1. 陳昭旭、游政彥，「台灣溫泉資源之概述」，九十三年度農業工程研討會論文集，第 218-229 頁，2004。
2. 經濟部水利署，「溫泉標準」，中華民國 94 年 7 月 22 日經濟部經水字第 09404605610 號令，2005。
3. 吳詩晴、譚義績，「由線型構造推判大屯山溫泉區溫泉分佈及地下水補注概況」，九十三年度農業工程研討會論文集，第 192-203 頁，2004。
4. 陳肇夏，「台灣溫泉成因與地熱探勘之我見」，地質，第 1 卷，第 2 期，第 107-117 頁，1975。
5. 呂志宗，「溫泉抽水引致的橫向等向性地層沉陷之理論解析」，中華民國第二十八屆全國力學會議論文集，第 963-970 頁，2004。
6. 呂志宗，「溫泉抽水引致之地層下陷理論解析」，九十三年度農業工程研討會論文集，第 105-116 頁，2004。
7. Terzaghi, K., Theoretical Soil Mechanics, John Wiley & Sons, New York, pp. 256-296, 1943.

8. Biot, M.A., "General Theory of Three-Dimensional Consolidation," *J. Appl. Phys.*, Vol. 12, No. 2, pp. 155-164, 1941.
9. Biot, M.A., "Theory of Elasticity and Consolidation for a Porous Anisotropic Solid," *J. Appl. Phys.*, Vol. 26, No. 2, pp. 182-185, 1955.
10. Schiffman, R.L., "A Thermoelastic Theory of Consolidation," Environmental and Geophysical Heat Transfer, C.J. Cremers, *et al.*,(eds.), ASME, Vol.4, New York, pp.78-84, 1971.
11. Booker, J.R., and Savvidou, C., "Consolidation Around a Spherical Heat Source," *Int. J. Solids Structures*, Vol. 20, pp. 1079-1090, 1984.
12. Booker, J.R., and Savvidou, C., "Consolidation Around a Point Heat Source," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 9, pp. 173-184, 1985.
13. Savvidou, C., and Booker, J.R., "Consolidation Around a Heat Source Buried Deep in a Porous Thermoelastic Medium with Anisotropic Flow Properties," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 13, No. 1, pp. 75-90, 1989.
14. Amadei, B., Savage, W.Z., and Swolfs, H.S., "Gravitational Stresses in Anisotropic Rock Masses," *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech.*, Vol. 24, pp. 293-312, 1987.
15. Aversa, S., and Evangelista, A., "Thermal Expansion of Neapolitan Yellow Tuff," *Rock Mech. Rock Engng.*, Vol. 26, pp. 281-306, 1993.
16. Al-Nimr, M., and Naji, M., "The Hyperbolic Heat Conduction Equation in an Anisotropic Material," *Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 493-497, 1999.
17. Lu, J. C.-C., Chiu, W.-C., and Lin, F.-T., "Analysis of a Buried Deep Point/Line Heat Source in a Cross-Anisotropic Porous Elastic Medium," *Proceedings of the 8th Conference of Advanced Technology Council in Mathematics*, pp. 162-171, 2003.
18. Abramowitz, M., and Stegun, I.A., Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, Dover Publications, Inc., New York, 1046p, 1970.

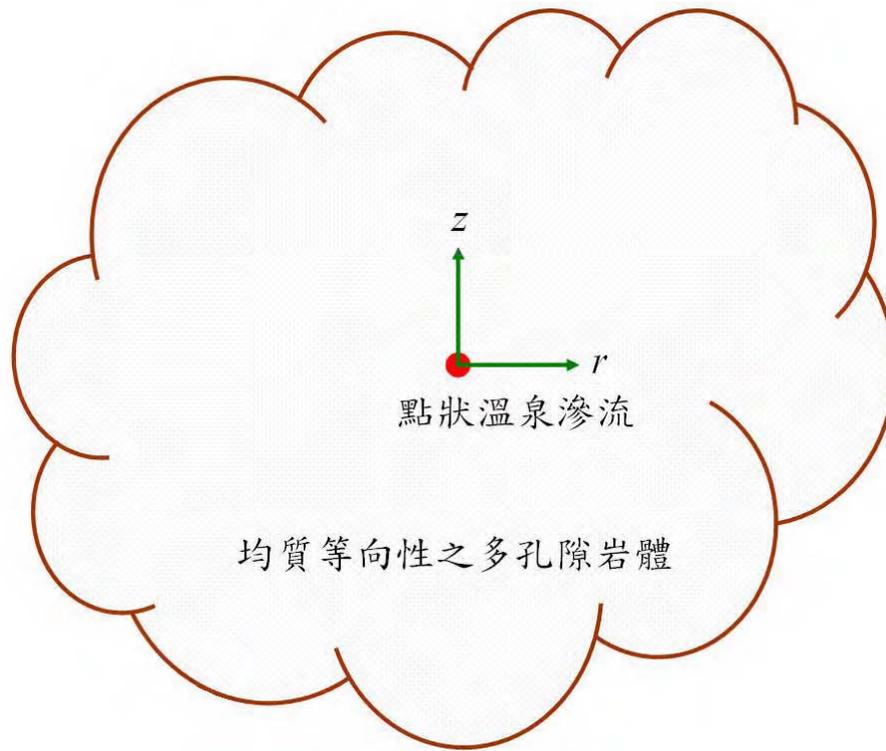


圖 1 點狀溫泉抽水滲流所引致岩層力學行為變化問題之示意圖

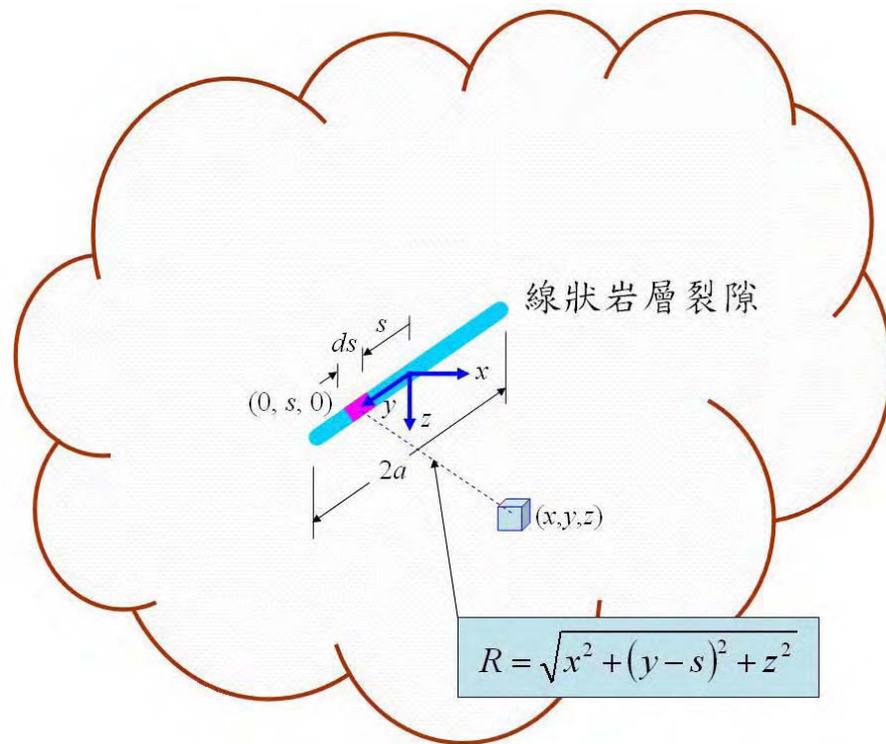


圖 2 溫泉自線狀岩層裂隙滲流所引致岩層力學行為變化問題之示意圖



2005 Cross-Strait University President Symposium & Conference on Science and Technology

2005 海峽兩岸大學校長會議暨科學技術研討會 論文集

指導單位：

教育部

行政院國家科學委員會

中華發展基金管理委員會

主辦單位：

國立雲林科技大學

國立臺北科技大學

國立中正大學

國立成功大學

國立嘉義大學

高苑科技大學

朝陽科技大學

協辦單位：

建國科技大學

中國石油大學(華東)

教育部區域產學中心-雲林科技大學

Benford 定律與河川流量關係之探討

呂志宗、任克泰、曾柏領
中華大學土木與工程資訊學系

摘要

Benford 定律常應用以檢驗數字之正確性，其在資料管理領域已有不少應用，可據以研判有問題之數字資訊。河川流量也是一種數字資訊，且此一數字資訊非常重要，因其與工業、農業及民生用水等有關。以往台灣河川流量之監測，已有一定之可信度與基礎，可據以研判其與 Benford 定律間之關係，再當作往後檢定相關河川流量資訊之參考，且亦能據以研判是否有氣候異常的徵兆等。基於此，本文以淡水河流域為研究對象，由該流域之測站三峽(2)的流量記錄之研討知，其河川流量確與 Benford 定律有關。

關鍵字：Benford 定律、淡水河流域、流量

1、前言

天文學家 Newcomb[1]於 1881 年首先發現所謂的「第一位數現象」，他發現圖書館所收藏的計算用對數表在一開始的幾頁最髒，而這幾頁的頁碼正是以 1 或 2 開始的數字，愈往後則愈乾淨。其他的書籍也有此類似的現象，這反映出以 1 或 2 開始的數字出現之機率較為頻繁。Newcomb 在觀察到這個現象之後，他採取了更進一步的研究，結果他找出了一個明確的公式，可用以計算出以某個數字開頭的數據出現之機率。可是 Newcomb 將研究成果發表後似乎並沒有引起別人的注意，直到又過了 57 年之後，物理學家 Benford[2]才再次發現這個定律，他應該是獨立發現該定律的。Benford 以超大範圍的數字來做測試，所有的數據都會出奇的與公式結果相符，因此這個現象就被稱為「Benford 定律」。Benford 定律在錯帳的調查上已有許多成功的應用[3、4]；由文獻[5]之研究發現，河川長度等數據亦符合 Benford 定律。

近年來，由於氣候異常等因素的影響，全球各地常有潦旱發生，對於河川流量等數據特性之瞭解，應有助於偵測出氣候異常之前兆，以做好水資源之貯蓄、規劃與營運等。若是能夠針對河川之各種水文數據加以分析，進而探討其與 Benford 定律的關係，則應有助於未來水資源之規劃與永續利用。本文係相關研究主題之初步探討，旨在分析淡水河流域之河川流量數據是否具有 Benford 定律所描述之特性，未來應能據以建立一套輔助分析模式，用以監測淡水河流域之河川流量變化，希能有助於水資源之永續開發與利用。

2、Benford 定律簡介

茲以符號 D 表示數字 1、2、3、...、9，則根據 Benford[2]的研究發現，在一堆自然形成的數

字中之第一位數為 D 的出現機率 P ，可由下述之計算公式得知：

$$P = \log_{10} \left(1 + \frac{1}{D} \right) \quad (1)$$

上式即為 Benford 定律所指稱之「第一位數現象」的機率計算公式。

由公式(1)可計算出在一堆自然形成的數字中，以 1 開頭的機率是 30.1%，以 2 開頭的機率是 17.6%，以 3 開頭的機率是 12.5%，以 4 開頭的機率是 9.7%，以 5 開頭的機率是 7.9%，以 6 開頭的機率是 6.7%，以 7 開頭的機率是 5.8%，以 8 開頭的機率是 5.1%，以 9 開頭的機率是 4.6%。其中以數字 1、2、3 開頭的機率約佔 60.2%。許多自然形成的數字均具有類似的數字屬性，本文擬以淡水河流域之流量為探討對象，以研究其與 Benford 定律間之關係。

3、淡水河流域之流量數據特性分析

由經濟部水利署[6]所建構之網站「水文水資源資料管理供應系統」，可以找到淡水河流域之歷年河川流量等水文資料，其中由測站「三峽(2)」所記錄之資料較為完整，故本文擬以該測站之流量資料進行相關之統計分析，並探討其與 Benford 定律間之相關性，本文之資料統計範圍係自 1979 年起至 2003 年止，共計 25 年的時間。該測站係位於台北縣三峽鎮三峽橋，其流量記錄資料最早可追溯至 1957 年，文獻[6]中 2004 年測站「三峽(2)」的流量資料因故有些短缺，故暫不考慮。

圖 1 與圖 2 是「三峽(2)」測站之位置示意圖，該測站係由第十河川局管轄。圖 1 中之綠色區域係代表與淡水河流域有關之區域，其中「三峽(2)」

測站約位於圖 1 正中央偏左之位置上；圖 2 則是「三峽(2)」測站再局部予以放大之位置圖。圖 3 是 2003 年「三峽(2)」測站之流量資料統計圖，表 1 則是 2003 年「三峽(2)」測站之流量資料統計表，各年度之流量資料均是與此方式加以記錄。



圖 1 三峽(2)測站位置示意圖[6]



圖 2 三峽(2)測站位置局部放大示意圖[6]

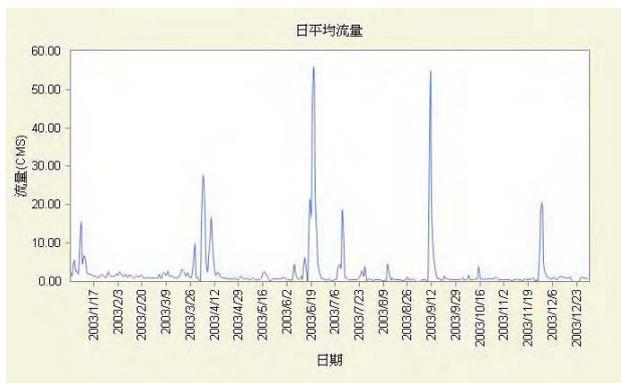


圖 3 三峽(2)測站 2003 年之流量統計圖[6]

表 1 三峽(2)測站 2003 年之流量統計表[6]

月日	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
1	2.11	1.63	0.83	0.91	1.39	0.83	0.49	0.40	0.02	0.40	0.40	2.35
2	1.63	2.11	0.83	0.74	0.91	0.57	0.74	0.32	0.02	0.40	0.40	1.15
3	5.63	1.63	0.83	13.90	0.66	0.57	0.32	0.40	0.02	0.66	0.40	1.15
4	2.83	2.59	1.87	27.60	0.66	0.49	0.32	0.49	0.04	0.83	0.57	0.83
5	2.83	2.11	0.91	18.00	0.83	0.49	0.57	0.40	0.49	0.57	0.49	0.74
6	2.35	1.63	0.91	6.79	0.66	0.74	0.49	0.40	0.40	0.57	0.40	0.74
7	7.71	1.39	2.35	2.59	0.57	4.47	0.91	0.57	0.40	0.74	0.32	1.15
8	15.30	1.87	1.87	6.02	0.91	2.83	3.31	0.32	0.40	1.63	0.32	0.74
9	4.86	1.39	1.63	12.50	0.83	0.83	4.47	0.32	0.40	0.57	0.40	0.57
10	6.79	1.15	2.83	16.60	0.66	0.74	4.47	0.40	18.00	0.49	0.49	0.91
11	5.25	1.63	1.63	7.18	0.57	0.66	18.70	0.32	54.90	0.57	0.74	1.15
12	2.59	1.63	1.39	2.59	0.49	1.39	8.78	4.47	20.20	0.40	0.49	1.39
13	2.11	1.39	1.39	1.63	0.57	0.66	1.63	2.35	7.71	0.74	0.49	1.15
14	1.87	0.83	1.15	2.35	0.66	5.63	0.83	0.57	5.25	0.83	0.40	1.15
15	1.87	1.15	0.91	2.35	1.15	5.63	0.66	0.83	1.87	4.08	0.32	0.91
16	1.63	1.39	0.91	1.39	2.11	1.63	0.57	0.49	0.66	0.91	0.40	0.91
17	1.39	1.39	0.83	1.15	2.59	0.91	0.57	0.40	0.91	0.66	0.66	0.91
18	1.39	1.15	1.39	0.91	2.11	21.00	0.49	0.40	0.57	0.66	0.57	0.91
19	1.15	1.63	1.87	0.83	1.39	18.00	0.57	0.40	0.49	0.66	0.49	1.15
20	0.91	1.63	3.07	0.74	0.91	46.30	0.49	0.49	0.57	0.57	0.74	*
21	1.39	0.83	2.83	0.83	0.32	54.90	0.49	0.40	1.39	0.83	0.40	*
22	1.63	0.91	2.11	0.66	0.57	24.30	0.57	0.32	0.74	0.66	0.91	*
23	1.87	0.91	1.39	0.66	0.74	11.50	1.15	0.23	0.74	0.66	0.91	*
24	1.39	1.15	2.35	0.74	0.66	5.25	2.11	0.57	0.66	0.74	0.32	*
25	1.15	0.91	1.39	0.66	0.74	2.35	2.83	0.49	0.57	0.74	0.40	*
26	1.15	0.83	1.15	0.83	0.74	0.91	1.39	1.15	0.57	0.74	0.57	0.91
27	2.59	0.91	1.15	0.66	0.74	0.66	4.08	0.49	0.49	1.15	8.78	1.15
28	1.87	0.83	4.47	0.57	0.66	0.66	0.49	0.57	0.40	0.66	18.70	0.83
29	1.39		9.85	0.57	0.66	0.57	0.40	0.74	0.40	0.57	19.30	0.83
30	1.39		1.63	0.91	1.15	0.57	0.74	0.49	0.40	0.57	5.63	0.74
31	1.39		1.15		0.91		0.57	0.40		0.57		0.83

註：1. 流量之單位為 m^3/sec 。
2. 符號*表示無該筆記錄。

由式(1)所示之 Benford 定律的討論原則則知，需計算出流量資料中之首位數分別為數字 1、2、3、...、9 的出現機率為何。基於此，本文擬以五個年度為一個討論單元，因此，擬分別研討 1979~1983 年、1984~1988 年、1989~1993 年、1994~1998 年、1999~2003 年等之流量資料的特徵，探討其特徵是否與 Benford 定律有關。

經由研討得知，在 1979~1983 年間，共有 1,826 筆流量資料，其中流量數據之首位數為 1 之出現次數為 463 次，其出現機率為 25.4%；首位數為 2 之出現次數為 326 次，其出現機率為 17.9%；首位數為 9 之出現次數為 68 次，其出現機率為 3.7%。詳細之統計資料結果如表 2 所示。

表 3 至表 6 分別為另四組三峽(2)測站流量數據之機率統計表，每一組之統計範圍均為連續之 5 個年度。表 3 為 1984~1988 年間，三峽(2)測站流量數據之首位數出現機率統計表；表 4 為 1989~1993 年間，三峽(2)測站流量數據之首位數出現機率統計表；表 5 為 1994~1998 年間，三峽(2)測站流量數據之首位數出現機率統計表；表 6 為 1999~2003 年間，三峽(2)測站流量數據之首位數出現機率統計表。

表 2 1979~1983 年間三峽(2)測站流量數據之首位數出現機率統計表

流量數據之首位數字	1	2	3	4	5	6	7	8	9
出現次數	463	326	264	231	152	144	90	88	68
出現機率 ×100%	25.4	17.9	14.5	12.7	8.3	7.9	4.9	4.8	3.7

註：共有 1,826 筆流量資料

表 3 1984~1988 年間三峽(2)測站流量數據之首位數出現機率統計表

流量數據之首位數字	1	2	3	4	5	6	7	8	9
出現次數	513	431	267	206	129	109	63	55	54
出現機率 ×100%	28.1	23.6	14.6	11.3	7.1	6.0	3.4	3.0	3.0

註：共有 1,827 筆流量資料

表 4 1989~1993 年間三峽(2)測站流量數據之首位數出現機率統計表

流量數據之首位數字	1	2	3	4	5	6	7	8	9
出現次數	492	445	291	164	136	128	62	64	44
出現機率 ×100%	26.9	24.4	15.9	9.0	7.4	7.0	3.4	3.5	2.4

註：共有 1,826 筆流量資料

表 5 1994~1998 年間三峽(2)測站流量數據之首位數出現機率統計表

流量數據之首位數字	1	2	3	4	5	6	7	8	9
出現次數	502	404	312	177	139	94	84	65	49
出現機率 ×100%	27.5	22.1	17.1	9.7	7.6	5.1	4.6	3.6	2.7

註：共有 1,826 筆流量資料

表 6 1999~2003 年間三峽(2)測站流量數據之首位數出現機率統計表

流量數據之首位數字	1	2	3	4	5	6	7	8	9
出現次數	646	375	191	183	111	93	85	56	80
出現機率 ×100%	35.5	20.6	10.5	10.1	6.1	5.1	4.7	3.1	4.4

註：共有 1,820 筆流量資料

圖 4 至圖 8 則分別圖示表 2 至表 6 之統計結果，圖 9 則是將所討論之結果匯集在同一張圖上。由圖 4 至圖 9 之討論得知，淡水河三峽(2)測站之流量數據與 Benford 定律確實有關。各項流量數據雖是以 m^3/s 為單位，但即使是採用其他單位記錄流量，所研討出之結論仍舊相同。

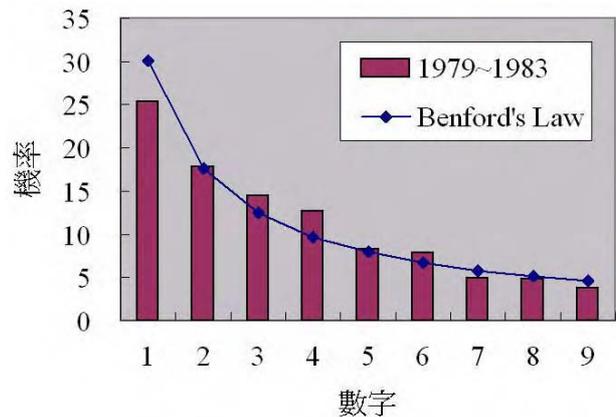


圖 4 1979~1983 年間三峽(2)測站流量數據之首位數出現機率統計表

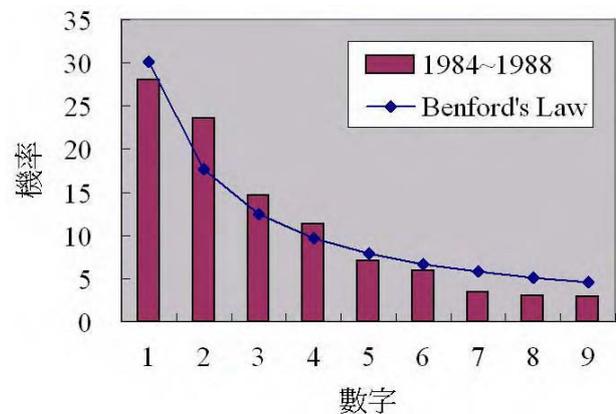


圖 5 1984~1988 年間三峽(2)測站流量數據之首位數出現機率統計表

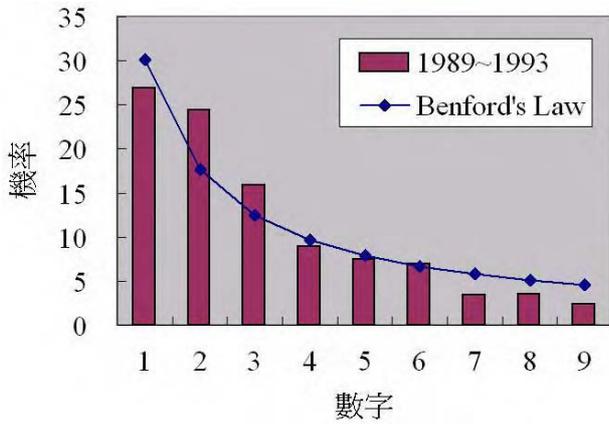


圖 6 1989~1993 年間三峽(2)測站流量數據之首位數出現機率統計表

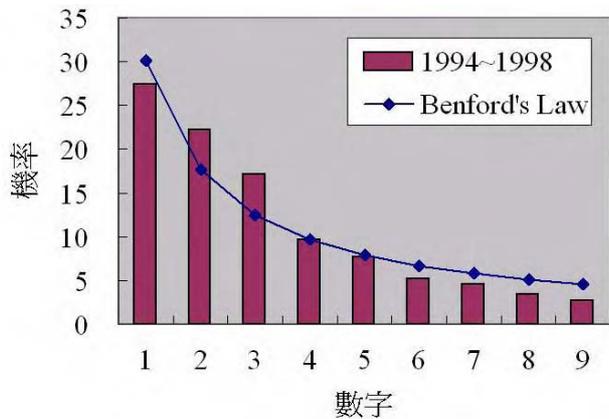


圖 7 1994~1998 年間三峽(2)測站流量數據之首位數出現機率統計表

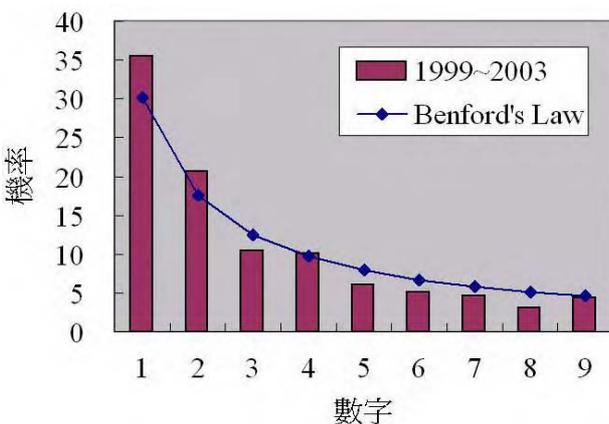


圖 8 1999~2003 年間三峽(2)測站流量數據之首位數出現機率統計表

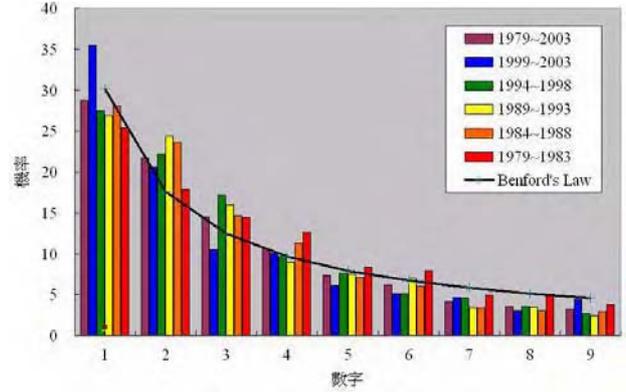


圖 9 1979~2003 年間三峽(2)測站流量數據之首位數出現機率統計表

4、結語

由以上研究，得知以下結論：

1. 自 1979 年起至 2003 年止，淡水河流域中之測站「三峽(2)」所測得之流量數據確實具有「第一位數現象」，亦即其與 Benford 定律有關。
2. 有時候連續五年為一期的短期內之流量統計資料，尚不足以顯示其與 Benford 定律具有完美之相關性；但其長期之流量統計資料，則確實具有「第一位數現象」之特徵。

淡水河流域尚有許多測站有流量觀測記錄，後續之研究應針對這些流量資料繼續加以分析。此外，雨量、氣溫、海潮等數據亦是研判氣候是否異常之重要參考資料。若是能夠針對各項影響因素仔細加以研究，應有助於淡水河流域水資源之永續開發利用與規劃。

5、誌謝

本文是在國科會計畫 NSC94-2625-Z-216-001 補助下所完成，特此申謝。

參考文獻

1. Newcomb, S., 1881, "Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers," *American Journal of Mathematics*, **4**, 39-40.
2. Benford, F., 1938, "The law of anomalous numbers," *Proceedings of the American Philosophical Society*, **78**, 551-572.
3. Cleary, R. and J.C. Thibodeau, 2005, "Applying digital analysis using Benford's Law to detect fraud: The dangers of type I errors," *Auditing: A Journal of Practice & Theory*, **24(1)**, 77-81.
4. Johnson, P., 2005, "Fraud detection with Benford's Law," *Accountancy Ireland*, **37(4)**, 16-17.
5. Drake, P.D. and M.J. Nigrini, 2000, "Computer assisted analytical procedures using Benford's Law," *Journal of Accounting Education*, **18**, pp. 127-146.
6. 經濟部水利署，2005，「水文水資源資料管理供應系統」，<http://gweb.wra.gov.tw/wrweb/>。

中國機械工程學會

第二十二屆全國學術研討會

Proceeding of the 22nd National Conference
on Mechanical Engineering

The Chinese Society of Mechanical Engineers



熱流與能源 A-III



主辦單位：中國機械工程學會、國立中央大學

承辦單位：國立中央大學機械工程學系

協辦單位：國科會工程科技推廣中心

中華民國九十四年十一月二十五～二十六日

橫向等向性/等向性地層因溫泉抽水所引致的壓密沉陷解析

呂志宗¹、林鳳彩²

¹ 中華大學土木與工程資訊學系副教授

² 國立高雄海洋科技大學造船工程系講師

國科會計畫編號：NSC-94-2625-Z-216-001

摘要

本文基於 Biot 所建立之三維壓密模式，考慮含豐富溫泉之半無限域地層為完全飽和的多孔介質，且溫泉補注充分。溫泉抽水時，由於滲流影響，形成負的超額孔隙水壓力，因而地層中作用於溫泉水之應力逐漸轉移至固體介質上，當溫泉水達到穩態滲流時，地層形成新的應力平衡狀態，作用於固體部分之有效應力增加，形成壓密沉陷。本文係將地層力學、滲流與熱流性質模擬為橫向等向性，再引用適當的積分轉換方法，研討出以穩定速率作點狀溫泉抽水所引起的壓密沉陷之穩態閉合解，使有助於了解溫泉抽水對地層下陷所造成的影響。

關鍵字：溫泉抽水、地層下陷、閉合解、橫向等向性地層

1. 前言

溫泉觀光業是政府極力推廣的觀光產業之一，然而根據學者專家的研究得知，台灣地區現有的溫泉開發實已逐漸達到飽和，已有許多業者反應無法取得足量的溫泉水源，而必須以非溫泉水源替代、過濾回收或化學製造等方式供應溫泉，亦即台灣地區的溫泉許多實際上均已呈超量開發。作者去年曾親自訪問屏東縣九重溪之溫泉業者，當地溫泉業者說現在當地所取得的溫泉濃度跟十年前相較濃度已較淡，這似乎是當地的溫泉已逐漸過量開發的一項訊息。因此，台灣各地區的溫泉現況，應有必要定期以科學化的調查方式，建立相關的資料庫，以供政府相關決策單位作參考。溫泉是地下水的一種，若是超量開發，一樣也是會有地層下陷的危險，只因溫泉抽水地區的地質條件較佳或因人煙稀少之故，而易被忽略，但是亦應未雨綢繆，瞭解抽取溫泉所可能引致的地層下陷問題，以防範於未然。

溫泉抽水與一般的地下水井抽水類似，但考慮溫泉抽水問題時，還應該考慮熱能效應的影響。當溫泉自溫泉脈中被抽出時，地層中作用於溫泉之壓應力會逐漸轉移至地層固體介質上，地層因而形成壓密現象，會導致地層下陷。Terzaghi[1]首先引用有效應力觀念 (Effective Stress Concept) 說明土壤的壓密過

程，在 Terzaghi[1]的理論模式中，須先解析出平衡孔隙水壓力，然後再間接計算出壓密沉陷量，故稱之為非耦合 (Uncoupled) 壓密模式。然而 Biot[2, 3]所考慮之孔隙水的平衡過程則與固體介質直接相關，所得出之結果亦被證實較為合理可靠，本文即引用 Biot 壓密模式建立基本方程式。Biot[2, 3]所建立之三維壓密理論，在學理上亦常被稱之為多孔介質彈性力學理論 (Poroelasticity)。基於 Biot[2]的三維壓密理論模式，Bear 與 Corapcioglu[4, 5]以地下水流動觀點，分別研討並解析出受限含水層 (Confined Aquifer) 與非受限含水層 (Unconfined Aquifer) 中因大區域抽水所引致之壓密沉陷問題；Safai 與 Pinder[6, 7]曾以有限元素法解析不飽和土層中之抽水所引致的壓密沉陷；Lewis 與 Schrefler[8, 9]則應用有限元素法作義大利威尼斯城的個案研究；Yeh 等人[10]亦曾以有限元素法研討地層下陷問題。Booker 與 Carter[11, 12]、Tarn 與 Lu[13]亦曾研討出汲水引致的地層壓密問題之閉合解 (Closed-Form Solution)，並探討地表邊界條件與地層異向性對地層壓密沉陷的影響。

以上之研究主要是考慮抽水時，水體積減少暨地層壓力變化對地層下陷的影響。若欲探討溫泉抽水引致的地層下陷問題，則還應考慮溫泉中之熱能流動效應對地層下陷的影響。雖然溫泉抽水地區之地質條件有可能是屬於土壤或岩層條件，但學理上之模擬，均可採用 Biot[2, 3]所建立之多孔介質彈性力學理論。為考慮溫泉中之熱能效應的影響，必須在多孔介質彈性力學理論中再加入熱能流動所引致的耦合效應，並探討熱能效應對地層力學行為變化的影響，以往這方面的研究亦有許多，說明如下。Schiffman[14]首先根據 Biot[2]壓密模式，並引用 Fourier 熱傳導定律與能量守恆定律，探討熱壓密 (Thermo-consolidation) 問題；Booker 與 Savvidou[15-17]曾將熱流效應的影響加入 Biot[2]所建立之多孔介質壓密理論，推導出地層受點熱源、球體熱源以及異向性滲流情況下之多孔介質熱彈性力學 (Thermo-poroelasticity) 問題；Amadei 等學者[18]曾探討橫向等向性 (Cross-Anisotropic) 岩層受應力作用時之閉合解；Aversa 和 Evangelista[19]則對 Neapolitan 地區的黃凝灰岩作過熱膨脹性質的探討；Al-Nimr 以及 Naji[20]曾說明沉積岩等具有橫向等向性之熱傳輸現象；Lu 等人[21]則根據點熱源問題之基本解 (Fundamental Solution)，進一步推導出地

層受線熱源作用之解。這些文獻之研究係單獨考慮熱能效應對地層力學行為變化的影響，可以這些相關研究成果為基礎，結合抽地下水所引致沉陷問題之相關研究，進一步探討溫泉抽水引起的地層下陷問題。

本文將地表面模擬一半無限域 (Half-Space)，而地層之力學性質、熱流性質與滲流性質等皆考慮為橫向等向性。數學模式中，地表邊界是模擬為完全透水暨恆溫情況，以在地表下深度 h 位置，有一點溫泉抽水水源模擬溫泉抽水的現象；考慮溫泉地層飽和含水，溫泉補注充分，使抽出的溫泉與補注的溫泉能保持平衡，研討出當溫泉抽水達穩態 (Steady-State) 平衡時所引致的地表長期壓密沉陷。所得出之結果可供作決策單位正確的科學參考數據，避免不合宜的溫泉開發規劃。因本文所研討出之解為可用簡單函數表示的穩態閉合解，故也可提供給許多數值分析師在應用數值套裝軟體作複雜的案例計算之前，作數值分析所需之驗證與校正之用，本文之研究成果應具有極高之研究與應用價值。

2. 數學模式

2.1 基本假設

本文所考慮之點狀溫泉抽水問題的基本假設如下：

1. 考慮地層為均質之線彈性多孔介質，並將地層模擬為橫向等向性或等向性介質情況。
2. 考慮穩態情況下，地層之長期力學、滲流與熱流行為變化。本文不考慮地層之暫態依時行為變化。
3. 孔隙水滲流符合 Darcy 定律。
4. 熱能之擴散傳輸僅考慮熱傳導現象，暫不考慮熱對流效應的影響。
5. 本文是考慮淺層溫泉抽水，故模擬溫泉地層為一半無限域，即有考慮地表邊界的影響。
6. 考慮溫泉抽水時，單位時間內所抽出之溫泉熱量與溫泉體積均保持定值。
7. 考慮在抽取溫泉時，地層不受礦物質所引致化學變化的影響。
8. 考慮地層中之溫泉含量豐富，抽取溫泉並不會造成溫泉枯竭情況。

2.2 介質位移、流體壓力與介質溫度變化量方程式

本文係擬探討如圖一所示之半無限域溫泉地層因點抽水所引起的沉陷問題，首先介紹問題之數學模式。本研究係引用多孔介質熱彈性力學理論建立基本方程式，茲以微小之代表性元素體 (Representative Elementary Volume) 分析多孔隙溫泉地層中之力平衡、質量守恆與能量守恆等方程式，且考慮元素中之固體介質和孔隙流體具有相同的溫度。其主要研究對象為固體部分所組成的多孔介質、流經孔隙之流體以及熱量之擴散傳輸現象等。多孔隙溫泉地層在受外力作用、流體流動或熱能流動時，都會造成多孔隙溫泉

地層中之各項物理量產生變化，例如其體積、應力、溫度、超額孔隙水壓等均會產生變化。在點狀溫泉抽水作用情況下，若讓座標 z 軸通過抽水點，則問題可考慮為軸對稱。當多孔隙溫泉地層之應變量很微小時，則多孔隙溫泉地層之應變 $\varepsilon_{ij}(i, j = r, \theta, z)$ 和位移 $u_i(i = r, \theta, z)$ 的線性關係式，可以軸對稱圓柱座標 (r, z) 表示為：

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z},$$

$$2\varepsilon_{rz} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}, \quad (1)$$

因問題為軸對稱，故並不會產生環向位移量 u_θ ，亦即 $u_\theta = 0$ 。令作用於溫泉地層之總應力 (Total Stress) 為 τ_{ij} (張力為正)、作用於固體介質之有效應力 (Effective Stress) 為 σ'_{ij} (張力為正)、超額孔隙水壓力為 p (壓力為正)、溫泉地層之溫度變化量為 θ ，再根據 Terzaghi[1] 的有效應力觀念 $\tau_{ij} = \sigma'_{ij} - p\delta_{ij}$ (δ_{ij} 為 Kronecker delta)，則：

$$\tau_{rr} = A\varepsilon_{rr} + (A - 2N)\varepsilon_{\theta\theta} + F\varepsilon_{zz} - \beta_r\theta - p, \quad (2a)$$

$$\tau_{\theta\theta} = (A - 2N)\varepsilon_{rr} + A\varepsilon_{\theta\theta} + F\varepsilon_{zz} - \beta_r\theta - p, \quad (2b)$$

$$\tau_{zz} = F\varepsilon_{rr} + F\varepsilon_{\theta\theta} + C\varepsilon_{zz} - \beta_z\theta - p, \quad (2c)$$

$$\tau_{rz} = 2L\varepsilon_{rz}, \quad (2d)$$

其中參數 A 、 C 、 F 、 L 、 N 、 β_r 、 β_z 與 E_r 、 E_z 、 G_{rz} 、 $\nu_{r\theta}$ 、 ν_{rz} 、 α_{sr} 、 α_{sz} 等參數之基本關係如下：

$$A = \frac{E_r(1 - \nu_{rz}\nu_{zr})}{(1 + \nu_{r\theta})(1 - \nu_{r\theta} - 2\nu_{rz}\nu_{zr})}, \quad (3a)$$

$$C = \frac{E_z(1 - \nu_{r\theta})}{1 - \nu_{r\theta} - 2\nu_{rz}\nu_{zr}}, \quad (3b)$$

$$F = \frac{E_z\nu_{rz}}{1 - \nu_{r\theta} - 2\nu_{rz}\nu_{zr}} = \frac{E_r\nu_{zr}}{1 - \nu_{r\theta} - 2\nu_{rz}\nu_{zr}}, \quad (3c)$$

$$L = G_{rz}, \quad (3d)$$

$$N = \frac{E_r}{2(1 + \nu_{r\theta})}, \quad (3e)$$

$$\beta_r = 2(A - N)\alpha_{sr} + F\alpha_{sz}, \quad (3f)$$

$$\beta_z = 2F\alpha_{sr} + C\alpha_{sz}, \quad (3g)$$

式中符號 E_r 、 E_z 分別為地層水平暨垂直方向上之楊氏係數 (Young's Modulus)； $\nu_{r\theta}$ 是地層水平面上測得

之波松比 (Poisson's Ratio); ν_{rz} 、 ν_{zr} 均為地層垂直面上測得之波松比, 而 $\nu_{rz}/E_r = \nu_{zr}/E_z$; G_{rz} 係地層垂直面上測得之剪力模數; α_{sr} 、 α_{sz} 分別為固體介質在水平方向暨垂直方向上之線性熱膨脹係數 (Linear Thermal Expansion Coefficient)。當地層各項性質皆考慮為等向性時, 則 $A=C=\lambda+2G$; $F=\lambda$; $L=N=G$; $\beta_r=\beta_z=(2G+3\lambda)\alpha_s$; 其中 $\lambda=2G\nu/(1-2\nu)$ 與 $G=E/2(1+\nu)$ 為等向性地層的 Lamé 常數與剪力模數; E 為等向性地層之楊氏係數; α_s 為固體介質之線性熱膨脹係數。

作用於地層之總應力需滿足力平衡方程式 $\tau_{ij,j} + f_i = 0$, 在軸對稱情況下, 力平衡方程式如以下所示:

$$\frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + f_r = 0, \quad (4a)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + f_z = 0, \quad (4b)$$

其中 f_i ($i=r, z$) 表微體力 (Body Force)。若先將式(1)代入式(2a)-(2d), 再將式(2a)-(2d)代入力平衡方程式(4a)-(4b)中, 且不考慮微體力的影響, 則軸對稱多孔介質熱彈性力學問題之基本方程式可以地層位移 u_i 、地層溫度改變量 ϑ 和超額孔隙水壓 p 等表為:

$$A \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \right) + L \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} + (F+L) \frac{\partial^2 u_z}{\partial r \partial z} - \beta_r \frac{\partial \vartheta}{\partial r} - \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (5a)$$

$$(F+L) \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) + L \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + C \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} - \beta_z \frac{\partial \vartheta}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad (5b)$$

其中微分運算子 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 。

2.3 流量連續方程式和熱平衡方程式

本文將均質地層模擬為橫向等向性之線彈性多孔介質, 其中孔隙流體的流動和熱能的擴散傳輸等現象需分別符合質量守恆定律和能量守恆定律, 如以下所示:

$$\nabla \cdot [n(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s)] + q_w = 0, \quad (6a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{h}_e + q_h = 0, \quad (6b)$$

其中 \mathbf{v}_w 與 \mathbf{v}_s 分別為孔隙水與固體之位移速度; \mathbf{h}_e 係

熱流率; n 是多孔介質之孔隙率 (Porosity); q_w 與 q_h 分別為自溫泉水層中抽水時的水體積與熱能的影響量。因係考慮溫泉水抽水, 泉水中會含有熱能, 故需同時考慮 q_w 與 q_h 的影響。

地層中孔隙水之流動需滿足 Darcy 定律, 地層中之熱傳導現象需滿足 Fourier 定律, 亦即:

$$n(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) = -\frac{k_r}{\gamma_w} \frac{\partial p}{\partial r} \mathbf{i}_r - \frac{k_z}{\gamma_w} \frac{\partial p}{\partial z} \mathbf{i}_z, \quad (7a)$$

$$\mathbf{h}_e = -\lambda_{tr} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \mathbf{i}_r - \lambda_{tz} \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \mathbf{i}_z, \quad (7b)$$

式中 k_r 與 k_z 分別為地層水平暨垂直方向上之滲透係數 (Permeability); γ_w 為孔隙水之單位重 (Unit Weight); λ_{tr} 及 λ_{tz} 分別為地層在水平方向和垂直方向之熱傳導係數 (Thermal Conductivity)。

將方程式(7a)、(7b)分別代入式(6a)、(6b), 並考慮單位時間內有 Q_w 體積之溫泉水被抽出, 其中包含 Q_h 焦耳的熱能。若抽水深度為 h , 並將抽水點之座標位置落在 $(0, h)$ 位置上, 則可推得另兩個基本控制方程式如下:

$$-\frac{k_r}{\gamma_w} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) - \frac{k_z}{\gamma_w} \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{Q_w}{2\pi r} \delta(r) \delta(z-h) = 0, \quad (8a)$$

$$-\lambda_{tr} \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right) - \lambda_{tz} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} + \frac{Q_h}{2\pi r} \delta(r) \delta(z-h) = 0, \quad (8b)$$

式中 $\delta(x)$ 是 Dirac delta 函數。式(5a)、(5b)、(8a)與(8b)組成問題之基本方程式, 亦可稱之為控制方程式。

2.4 初始條件與邊界條件

茲模擬溫泉水層為一半無限域多孔介質, 並考慮溫泉水層因抽水後之長期壓密沉陷變化, 所以數學模式中不會出現時間因素的影響。在 $z=0$ 之地表邊界位置上, 係考慮地表邊界無正向應力及剪應力變化、無孔隙水壓變化 (透水情況) 且無溫度變化 (恆溫狀態) 等, 因此在此邊界上之邊界條件可表為:

$$\sigma'_{rz}(r, 0) = 0, \quad \sigma'_{zz}(r, 0) = 0, \quad p(r, 0) = 0, \quad \vartheta(r, 0) = 0. \quad (9)$$

在 $z \rightarrow \infty$ 之無限深遠處, 其地層位移、超額孔隙水壓和地層溫度變化量等應不會受到點抽水的影響, 所以

無限深遠處之邊界條件可表為：

$$\begin{aligned} \lim_{z \rightarrow \infty} \{u_r(r, z)\} &\rightarrow 0, \quad \lim_{z \rightarrow \infty} \{u_z(r, z)\} \rightarrow 0, \\ \lim_{z \rightarrow \infty} \{p(r, z)\} &\rightarrow 0, \quad \lim_{z \rightarrow \infty} \{g(r, z)\} \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (10)$$

本文係考慮問題之各項初始條件均為零。因係考慮溫泉地層抽水後之長期地層壓密沉陷情況，故數學模式中各物理變化量均不會出現時間變數 t 。

3. 穩態閉合解

本文係引用積分轉換方法 (Integral Transform) 解析如圖一所示點溫泉抽水問題之數學模式，所採用的解析方法為 Hankel 積分轉換、Fourier 積分轉換與聯立微分方程式的標準解法，並引用數學使用手冊 [22]，推導出半無限域溫泉地層受點抽水作用所引致的地層壓密沉陷等之穩態閉合解，如以下所示：

$$\begin{aligned} u_r(r, z) = & \frac{Q_h}{4\pi\lambda_{tz}} \left(a_1^* \frac{r}{R_1^*} + a_2^* \frac{r}{R_2^*} + a_3^* \frac{r}{R_4^*} \right. \\ & + c_1 \frac{r}{R_1} + c_2 \frac{r}{R_2} + c_3 \frac{r}{R_3} + c_4 \frac{r}{R_4} \\ & + c_5 \frac{r}{R_5} + c_6 \frac{r}{R_6} + c_7 \frac{r}{R_7} \left. \right) \\ & + \frac{\gamma_w Q_w}{4\pi k_z} \left(\tilde{a}_1^* \frac{r}{R_1^*} + \tilde{a}_2^* \frac{r}{R_2^*} + \tilde{a}_3^* \frac{r}{R_3^*} \right. \\ & + \tilde{c}_1 \frac{r}{R_1} + \tilde{c}_2 \frac{r}{R_2} + \tilde{c}_3 \frac{r}{R_3} + \tilde{c}_4 \frac{r}{R_4} \\ & + \tilde{c}_5 \frac{r}{R_5} + \tilde{c}_6 \frac{r}{R_6} + \tilde{c}_7 \frac{r}{R_7} \left. \right), \quad (11a) \\ u_z(r, z) = & \frac{Q_h}{4\pi\lambda_{tz}} \left[b_1^* \sinh^{-1} \frac{\mu_1(z-h)}{r} \right. \\ & + b_2^* \sinh^{-1} \frac{\mu_2(z-h)}{r} + b_3^* \sinh^{-1} \frac{\mu_4(z-h)}{r} \\ & + S_1 c_1 \sinh^{-1} \frac{\mu_1(z+h)}{r} + S_1 c_2 \sinh^{-1} \frac{\mu_1 z + \mu_2 h}{r} \\ & + S_1 c_3 \sinh^{-1} \frac{\mu_1 z + \mu_4 h}{r} + S_2 c_4 \sinh^{-1} \frac{\mu_2 z + \mu_1 h}{r} \\ & + S_2 c_5 \sinh^{-1} \frac{\mu_2(z+h)}{r} + S_2 c_6 \sinh^{-1} \frac{\mu_2 z + \mu_4 h}{r} \\ & + S_3 c_7 \sinh^{-1} \frac{\mu_4(z+h)}{r} \left. \right] \\ & + \frac{\gamma_w Q_w}{4\pi k_z} \left[\tilde{b}_1^* \sinh^{-1} \frac{\mu_1(z-h)}{r} \right. \\ & + \tilde{b}_2^* \sinh^{-1} \frac{\mu_2(z-h)}{r} + \tilde{b}_3^* \sinh^{-1} \frac{\mu_4(z-h)}{r} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + S_1 \tilde{c}_1 \sinh^{-1} \frac{\mu_1(z+h)}{r} + S_1 \tilde{c}_2 \sinh^{-1} \frac{\mu_1 z + \mu_2 h}{r} \\ & + S_1 \tilde{c}_3 \sinh^{-1} \frac{\mu_1 z + \mu_4 h}{r} + S_2 \tilde{c}_4 \sinh^{-1} \frac{\mu_2 z + \mu_1 h}{r} \\ & + S_2 \tilde{c}_5 \sinh^{-1} \frac{\mu_2(z+h)}{r} + S_2 \tilde{c}_6 \sinh^{-1} \frac{\mu_2 z + \mu_4 h}{r} \\ & + S_3 \tilde{c}_7 \sinh^{-1} \frac{\mu_4(z+h)}{r} \left. \right], \quad (11b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p(r, z) = & \frac{\gamma_w Q_w}{4\pi\mu_3 k_z} \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + \mu_3^2(z+h)^2}} \right. \\ & \left. - \frac{1}{\sqrt{r^2 + \mu_3^2(z-h)^2}} \right], \quad (11c) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(r, z) = & \frac{Q_h}{4\pi\mu_4 \lambda_{tz}} \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + \mu_4^2(z+h)^2}} \right. \\ & \left. - \frac{1}{\sqrt{r^2 + \mu_4^2(z-h)^2}} \right], \quad (11d) \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} R_i^* &= \sqrt{r^2 + \mu_i^2(z-h)^2} + \mu_i |z-h|, \quad (i=1,2,3,4); \\ R_1 &= \sqrt{r^2 + \mu_1^2(z+h)^2} + \mu_1(z+h); \\ R_2 &= \sqrt{r^2 + (\mu_1 z + \mu_2 h)^2} + \mu_1 z + \mu_2 h; \\ R_3 &= \sqrt{r^2 + (\mu_1 z + \mu_4 h)^2} + \mu_1 z + \mu_4 h; \\ \tilde{R}_3 &= \sqrt{r^2 + (\mu_1 z + \mu_3 h)^2} + \mu_1 z + \mu_3 h; \\ R_4 &= \sqrt{r^2 + (\mu_2 z + \mu_1 h)^2} + \mu_2 z + \mu_1 h; \\ R_5 &= \sqrt{r^2 + \mu_2^2(z+h)^2} + \mu_2(z+h); \\ R_6 &= \sqrt{r^2 + (\mu_2 z + \mu_4 h)^2} + \mu_2 z + \mu_4 h; \\ \tilde{R}_6 &= \sqrt{r^2 + (\mu_2 z + \mu_3 h)^2} + \mu_2 z + \mu_3 h; \\ R_7 &= \sqrt{r^2 + \mu_4^2(z+h)^2} + \mu_4(z+h); \\ \tilde{R}_7 &= \sqrt{r^2 + \mu_3^2(z+h)^2} + \mu_3(z+h); \\ a_i &= \frac{1}{\mu_i} \{L\beta_r + [(F+L)\beta_z - C\beta_r]\mu_i^2\}, \quad (i=1,2,4); \\ a_1^* &= -\frac{[(F+L)\beta_z - C\beta_r]\mu_1^2 + L\beta_r}{CL\mu_1(\mu_1^2 - \mu_2^2)(\mu_1^2 - \mu_4^2)}; \\ a_2^* &= -\frac{[(F+L)\beta_z - C\beta_r]\mu_2^2 + L\beta_r}{CL\mu_2(\mu_2^2 - \mu_1^2)(\mu_2^2 - \mu_4^2)}; \\ a_3^* &= -\frac{[(F+L)\beta_z - C\beta_r]\mu_4^2 + L\beta_r}{CL\mu_4(\mu_4^2 - \mu_1^2)(\mu_4^2 - \mu_2^2)}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{a}_1^* &= -\frac{(F+L-C)\mu_1^2+L}{CL\mu_1(\mu_1^2-\mu_2^2)(\mu_1^2-\mu_3^2)} ; \\ \tilde{a}_2^* &= -\frac{(F+L-C)\mu_2^2+L}{CL\mu_2(\mu_2^2-\mu_1^2)(\mu_2^2-\mu_3^2)} ; \\ \tilde{a}_3^* &= -\frac{(F+L-C)\mu_3^2+L}{CL\mu_3(\mu_3^2-\mu_1^2)(\mu_3^2-\mu_2^2)} ; \\ b_i &= L\beta_z\mu_i^2+(F+L)\beta_r-AB\beta_z, (i=1,2,4) ; \\ b_1^* &= -\frac{L\beta_z\mu_1^2+(F+L)\beta_r-AB\beta_z}{CL(\mu_1^2-\mu_2^2)(\mu_1^2-\mu_4^2)} ; \\ b_2^* &= -\frac{L\beta_z\mu_2^2+(F+L)\beta_r-AB\beta_z}{CL(\mu_2^2-\mu_1^2)(\mu_2^2-\mu_4^2)} ; \\ b_3^* &= -\frac{L\beta_z\mu_4^2+(F+L)\beta_r-AB\beta_z}{CL(\mu_4^2-\mu_1^2)(\mu_4^2-\mu_2^2)} ; \\ \tilde{b}_1^* &= -\frac{L\mu_1^2+F+L-A}{CL(\mu_1^2-\mu_2^2)(\mu_1^2-\mu_3^2)} ; \\ \tilde{b}_2^* &= -\frac{L\mu_2^2+F+L-A}{CL(\mu_2^2-\mu_1^2)(\mu_2^2-\mu_3^2)} ; \\ \tilde{b}_3^* &= -\frac{L\mu_3^2+F+L-A}{CL(\mu_3^2-\mu_1^2)(\mu_3^2-\mu_2^2)} ; \\ c_1 &= -\frac{C\mu_1^2-L}{CL^2(C\mu_1^2+F)(\mu_2-\mu_1)} \\ &\quad \cdot \frac{\mu_2(Fa_1+C\mu_1b_1)-L(\mu_1a_1-b_1)}{(\mu_1^2-\mu_2^2)(\mu_1^2-\mu_4^2)} ; \\ c_2 &= -\frac{C\mu_1^2-L}{CL^2(C\mu_1^2+F)(\mu_2-\mu_1)} \\ &\quad \cdot \frac{\mu_2(Fa_2+C\mu_2b_2)-L(\mu_2a_2-b_2)}{(\mu_2^2-\mu_1^2)(\mu_2^2-\mu_4^2)} ; \\ c_3 &= -\frac{C\mu_1^2-L}{L(C\mu_1^2+F)(\mu_2-\mu_1)S_4} \\ &\quad \cdot \left[\frac{(C\mu_2\mu_4+L)b_4+La_3S_3}{\mu_4a_4}-2L+C\mu_2S_3 \right] ; \\ c_4 &= -\frac{C\mu_2^2-L}{CL^2(C\mu_2^2+F)(\mu_2-\mu_1)} \\ &\quad \cdot \frac{-\mu_1(Fa_1+C\mu_1b_1)+L(\mu_1a_1-b_1)}{(\mu_1^2-\mu_2^2)(\mu_1^2-\mu_4^2)} ; \\ c_5 &= -\frac{C\mu_2^2-L}{CL^2(C\mu_2^2+F)(\mu_2-\mu_1)} \\ &\quad \cdot \frac{-\mu_1(Fa_2+C\mu_2b_2)+L(\mu_2a_2-b_2)}{(\mu_2^2-\mu_1^2)(\mu_2^2-\mu_4^2)} ; \\ c_6 &= -\frac{C\mu_2^2-L}{L(C\mu_2^2+F)(\mu_2-\mu_1)S_4} \\ &\quad \cdot \left[\frac{-(C\mu_1\mu_4+L)b_4-La_4S_3}{\mu_4a_4}+2L-C\mu_1S_3 \right] ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_7 &= \frac{1}{\mu_4S_4} ; \\ \tilde{c}_1 &= \frac{\mu_2+\mu_1}{\mu_2-\mu_1} \frac{(F+L-C)\mu_1^2+L}{CL\mu_1(\mu_1^2-\mu_2^2)(\mu_1^2-\mu_3^2)} ; \\ \tilde{c}_2 &= \frac{2}{\mu_2-\mu_1} \frac{(F+L-C)\mu_2^2+L}{CL(\mu_2^2-\mu_1^2)(\mu_2^2-\mu_3^2)} \\ &\quad \cdot \frac{(C\mu_2^2+F)(C\mu_1^2-L)}{(C\mu_2^2-L)(C\mu_1^2+F)} ; \\ \tilde{c}_3 &= \frac{2}{\mu_2-\mu_1} \frac{1}{\tilde{S}_4} \left(1-\frac{\tilde{S}_3}{\mu_3} \right) \frac{C\mu_1^2-L}{C\mu_1^2+F} ; \\ \tilde{c}_4 &= -\frac{2}{\mu_2-\mu_1} \frac{(F+L-C)\mu_1^2+L}{CL(\mu_1^2-\mu_2^2)(\mu_1^2-\mu_3^2)} \\ &\quad \cdot \frac{(C\mu_2^2-L)(C\mu_1^2+F)}{(C\mu_2^2+F)(C\mu_1^2-L)} ; \\ \tilde{c}_5 &= -\frac{\mu_2+\mu_1}{\mu_2-\mu_1} \frac{(F+L-C)\mu_2^2+L}{CL\mu_2(\mu_2^2-\mu_1^2)(\mu_2^2-\mu_3^2)} ; \\ \tilde{c}_6 &= -\frac{2}{\mu_2-\mu_1} \frac{1}{\tilde{S}_4} \left(1-\frac{\tilde{S}_3}{\mu_3} \right) \frac{C\mu_2^2-L}{C\mu_2^2+F} ; \\ \tilde{c}_7 &= \frac{1}{\mu_3\tilde{S}_4} ; \\ S_i &= \frac{-A+\mu_i^2L}{\mu_i(F+L)}, (i=1,2) ; \\ S_3 &= \frac{\mu_4[L\beta_z\mu_4^2+(F+L)\beta_r-AB\beta_z]}{[(F+L)\beta_z-C\beta_r]\mu_4^2+L\beta_r} ; \\ \tilde{S}_3 &= \frac{L\mu_3^2+F+L-A}{(F+L-C)\mu_3^2+L} ; \\ S_4 &= \frac{CL\mu_4^4-[AC-F(F+2L)]\mu_4^2+AL}{[(F+L)\beta_z-C\beta_r]\mu_4^2+L\beta_r} ; \\ \tilde{S}_4 &= \frac{CL\mu_3^4-[AC-F(F+2L)]\mu_3^2+AL}{(F+L-C)\mu_3^2+L} . \end{aligned}$$

特徵根 μ_1 與 μ_2 需滿足如下所示之特徵方程式：

$$CL\mu^4-[AC-F(F+2L)]\mu^2+AL=0, \quad (12)$$

而 $\mu_3=\sqrt{k_r/k_z}$ 、 $\mu_4=\sqrt{\lambda_r/\lambda_z}$ 。

若考慮溫泉地層之力學性質、熱流性質與滲流性質等均為等向性，則式(11a)-(11d)可化簡為：

$$u_r(r,z)=\frac{(1-2\nu)\gamma_w Q_w}{16\pi(1-\nu)Gk} \left[-\frac{r}{R_{(1)}} + \frac{r}{R_{(2)}} \right]$$

$$-\left(3-4\nu\right)\frac{rh}{R_{(2)}R_{(2)}^*}+\frac{rz}{R_{(2)}R_{(2)}^*}+\frac{2hrz}{R_{(2)}^3}\left] +\frac{(1+\nu)\alpha_s Q_h}{8\pi(1-\nu)\lambda_t}\left[-\frac{r}{R_{(1)}}+\frac{r}{R_{(2)}^*}\right] -\left(3-4\nu\right)\frac{rh}{R_{(2)}R_{(2)}^*}+\frac{rz}{R_{(2)}R_{(2)}^*}+\frac{2hrz}{R_{(2)}^3}\right], \quad (13a)$$

$$u_z(r,z)=\frac{(1-2\nu)\gamma_w Q_w}{16\pi(1-\nu)Gk}\left[-\frac{z-h}{R_{(1)}} +\left(3-4\nu\right)\frac{h}{R_{(2)}}+\frac{z}{R_{(2)}}+\frac{2hz(z+h)}{R_{(2)}^3}\right] +\frac{(1+\nu)\alpha_s Q_h}{8\pi(1-\nu)\lambda_t}\left[-\frac{z-h}{R_{(1)}} +\left(3-4\nu\right)\frac{h}{R_{(2)}}+\frac{z}{R_{(2)}}+\frac{2hz(z+h)}{R_{(2)}^3}\right], \quad (13b)$$

$$p(r,z)=\frac{\gamma_w Q_w}{4\pi k}\left[\frac{1}{R_{(2)}}-\frac{1}{R_{(1)}}\right], \quad (13c)$$

$$g(r,z)=\frac{Q_h}{4\pi\lambda_t}\left[\frac{1}{R_{(2)}}-\frac{1}{R_{(1)}}\right]. \quad (13d)$$

其中 ν 、 G 、 k 、 λ_t 與 α_s 分別為等向性地層之波松比、剪力模數、滲透係數、熱傳導係數與線性熱膨脹係數等；符號 $R_{(1)}$ 、 $R_{(2)}$ 、 $R_{(2)}^*$ 分別定義為 $R_{(1)}=\sqrt{r^2+(z-h)^2}$ 、 $R_{(2)}=\sqrt{r^2+(z+h)^2}$ 、 $R_{(2)}^*=\sqrt{r^2+(z+h)^2}+z+h$ 。

若欲瞭解溫泉抽水所引致的地表面之水平位移量暨垂直位移量，則需先將代表地表面位置之座標變數值 $z=0$ 代入式(11a)-(11b)或式(13a)-(13b)，再將各項地層參數與溫泉抽水量 Q_w 暨其中之熱能含量 Q_h 等代入，即可得出長期溫泉抽水所引起的地表面水平暨垂直位移量。

4. 結語

本文旨在探討橫向等向性多孔隙飽和溫泉地層因單點抽水所引致的地層水平位移 u_r 、垂直位移 u_z 、超額孔隙水壓 p 與地層溫度變化量 g 等，如式(11a)-(11d)所示；若考慮溫泉地層之力學性質、熱流性質與滲流性質等均為等向性，則所研討出之解如式(13a)-(13d)所示。研討過程乃根據 Biot 的多孔介質壓密沉陷理論建立基本方程式，再以 Hankel 積分轉換與 Fourier 積分轉換方法等推求出問題之解，所研討出之解為穩態閉合解。

為驗證各項研究成果之正確性，作者曾將所推導出之結果，以數值方法繪製數值結果，依圖形變化趨

勢判斷其正確性，並將所研討出之閉合解，代回問題之組成律方程式、變位諧和條件、及力平衡方程式等基本方程式中，以確保所研討出之結果正確無誤。本文之研究成果，可據以計算出溫泉抽水所引起的地表沉陷量，亦可做為研討非點狀溫泉抽水等相關問題之基礎。

5. 誌謝

本文係在國科會計畫 NSC-94-2625-Z-216-001 補助下所完成，特此申謝。

參考文獻

1. Terzaghi, K., *Theoretical Soil Mechanics*, John Wiley & Sons, New York, pp. 256-296 (1943).
2. Biot, M.A., "General theory of three-dimensional consolidation," *J. Appl. Phys.*, Vol. 12, No. 2, pp. 155-164 (1941).
3. Biot, M.A., "Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid," *J. Appl. Phys.*, Vol. 26, No. 2, pp. 182-185 (1955).
4. Bear, J. and Corapcioglu, M.Y., "Mathematical model for regional land subsidence due to pumping, 2, Integrated aquifer subsidence equations for vertical and horizontal displacements," *Water Resources Res.*, Vol. 17, pp. 947-958 (1981).
5. Corapcioglu, M.Y. and Bear, J., "A mathematical model for regional land subsidence due to pumping, 3, Integrated equations for a phreatic aquifer," *Water Resources Res.*, Vol. 19, pp. 895-908 (1983).
6. Safai, N.M. and Pinder, G.F., "Vertical and horizontal land deformation in a desaturating porous medium," *Advanced Water Res.*, Vol. 2, No. 1, pp. 19-25 (1979).
7. Safai, N.M. and Pinder, G.F., "Vertical and horizontal land deformation due to fluid withdrawal," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 4, pp. 131-142 (1980).
8. Lewis, R.W. and Schrefler, B.A., "A fully coupled consolidation model of the subsidence of Venice," *Water Resources Res.*, Vol. 14, No. 2, pp. 223-230 (1978).
9. Lewis, R.W. and Schrefler, B.A., "A finite element analysis of surface subsidence," in S.K. Saxena(ed.), *Evaluation and Prediction of Subsidence*, ASCE, New York, pp. 400-416 (1978).
10. Yeh, H.-D., Lu, R.-H. and Yeh, G.-T., "Finite element modelling for land displacements due to pumping," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 20, pp. 79-99 (1996).
11. Booker, J.R. and Carter, J.P., "Long term subsidence due to fluid extraction from a saturated, anisotropic, elastic soil mass," *Q. J. Mech. Appl. Math.*, Vol. 39, Pt. 1, pp. 85-97 (1986).
12. Booker, J.R. and Carter, J.P., "Analysis of a point sink embedded in a porous elastic half space," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 10, No. 2, pp. 137-150 (1986).

13. Tarn, J.Q. and Lu, C.C., "Analysis of subsidence due to a point sink in an anisotropic porous elastic half space," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 15, No. 8, pp. 573-592 (1991).
14. Schiffman, R.L., "A thermoelastic theory of consolidation," *Environmental and Geophysical Heat Transfer*, C.J. Cremers, et al.,(eds.), ASME, Vol.4, New York, pp.78-84 (1971).
15. Booker, J.R. and Savvidou, C., "Consolidation around a spherical heat source," *Int. J. Solids Structures*, Vol. 20, pp. 1079-1090 (1984).
16. Booker, J.R. and Savvidou, C., "Consolidation around a point heat source," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 9, pp. 173-184 (1985).
17. Savvidou, C. and Booker, J.R., "Consolidation around a heat source buried deep in a porous thermoelastic medium with anisotropic flow properties," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 13, No. 1, pp. 75-90 (1989).
18. Amadei, B., Savage, W.Z. and Swolfs, H.S., "Gravitational stresses in anisotropic rock masses," *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech.*, Vol. 24, pp. 293-312 (1987).
19. Aversa, S. and Evangelista, A., "Thermal expansion of Neapolitan Yellow Tuff," *Rock Mech. Rock Engng.*, Vol. 26, pp. 281-306 (1993).
20. Al-Nimr, M. and Naji, M., "The hyperbolic heat conduction equation in an anisotropic material," *Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 493-497 (1999).
21. Lu, J. C.-C., Chiu, W.-C. and Lin, F.-T., "Analysis of a buried deep point/line heat source in a cross-anisotropic porous elastic medium," *Proceedings of the 8th Conference of Advanced Technology Council in Mathematics*, pp. 162-171 (2003).
22. Abramowitz, M. and Stegun, I.A., *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, Dover Publications, Inc., New York, (1970).

Analysis of the Land Subsidence of Cross-Anisotropic/Isotropic Stratum Due to Hot Spring Pumping

John C.-C. Lu¹ and Feng-Tsai Lin²

¹ Department of Civil Engineering and Engineering Informatics,
Chung-Hua University.

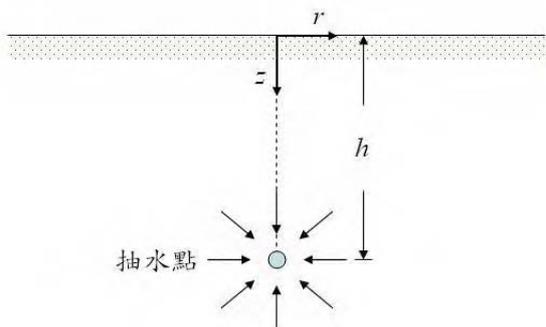
² Department of Naval Architecture,
National Kaohsiung Marine University.

NSC Project No.: NSC-94-2625-Z-216-001

Abstract

Based on Biot's three-dimensional consolidation theory of porous media, the long-term subsidence of a saturated elastic half-space due to hot spring withdrawal is studied. As pumping of hot spring from an aquifer takes place, the pore water pressure is reduced in the withdrawal region. This leads to an increase in the effective stress between the solid particles and subsidence of ground surface. The mechanical behaviors, seepage and thermal flow of the saturated porous stratum are modeled as cross-anisotropic to simulate the stratified earth medium. Steady state closed-form solutions of the consolidation deformations are obtained by using the appropriate integral transform techniques. Results can provide a better understanding of the influence of hot spring pumping on the subsidence.

Keywords: hot spring pumping, land subsidence, closed-form solution, cross-anisotropic stratum



圖一 半無限域點狀溫泉抽水問題示意圖

中國機械工程學會

第二十二屆全國學術研討會

Proceeding of the 22nd National Conference
on Mechanical Engineering

The Chinese Society of Mechanical Engineers



熱流與能源 A-III



主辦單位：中國機械工程學會、國立中央大學

承辦單位：國立中央大學機械工程學系

協辦單位：國科會工程科技推廣中心

中華民國九十四年十一月二十五～二十六日

深層溫泉開發所引致之地層力學行為變化的暫態閉合解

呂志宗¹、林鳳彩²

¹ 中華大學土木與工程資訊學系副教授

² 國立高雄海洋科技大學造船工程系講師

國科會計畫編號：NSC-94-2625-Z-216-001

摘要

本文引用 Biot 所建立之多孔介質彈力理論，並於理論模式中考慮熱量傳輸效應的影響，建立深層溫泉開發所引致地層力學行為變化之數學模式並加以解析。分析模式中，因不考慮地表邊界的影響，故將溫泉地層模擬無限域地層；有關地層之力學、滲流與熱流性質等均模擬為等向性情況，並引用牛頓第二運動定律、虎克定律、質量守恆定律、達西定律、能量守恆定律及熱傳導定律等自然律，建立問題之基本方程式，再以積分轉換方法加以解析，研討出單井溫泉開發所引致之地層力學行為變化的暫態閉合解。

關鍵字：溫泉，多孔介質，無限域，暫態閉合解

1. 前言

溫泉的開發，從早期的農漁業用途，演變至今已轉變成高度的商業化用途。台灣目前溫泉的經營開發，其功能訴求主要是著重在能消除疲勞及擁有特殊的療效等。溫泉業的抬頭及溫泉的開發利用，雖然對於振興觀光事業、維護國民健康等有重大的助益，但其對於地層所產生的力學行為變化與熱流暨滲流平衡破壞等之影響，則仍有待深入探討，此為本文之研究重點。

溫泉觀光業是政府極力推廣的觀光產業之一，然而根據學者專家們的研究得知，台灣地區現有的溫泉開發實已逐漸達到飽和，許多業者皆反應已無法取得足量的溫泉水源，而必須以非溫泉水源替代、過濾回收或化學製造等方式供應溫泉，亦即許多台灣地區的溫泉實際上均已呈超量開發。因此，台灣地區各地的溫泉現況，應有必要定期以科學化的調查方式，建立相關的資料庫，以供政府相關決策單位參考。溫泉也是地下水的一種，若是超量開發，一樣也是會有地質災害的危險，只因溫泉抽水區的地質條件較佳或因人煙稀少等因素，而較常被人們所忽略，但是亦應未雨綢繆，瞭解抽取溫泉所可能引致的地層力學行為變化等問題，以防範於未然。

本文擬以數理解析的方法，建立溫泉抽水問題之數學模式，再引用積分轉換方法加以解析。數學模式中，係將地層模擬為均質等向之多孔介質，所研討出之解為與時間有關之暫態 (Transient State) 情況下的閉合解 (Closed-Form Solution)。

2. 文獻回顧

由文獻[1]之記載得知，溫泉一般是指由地下湧出的泉水且其溫度高於人體的體溫者。但是，另有一種解釋是說，只要泉水溫度高於當地平均溫度 5°C 以上者亦可稱為溫泉。實際上各國對溫泉的認定仍有差異，例如美國認定 21°C 以上之泉水即為溫泉，義大利等歐洲國家則認定 20°C 以上的泉水才是溫泉，而日本、南非等國則將水溫高於 25°C 的泉水定義為溫泉。

2005 年 7 月 22 日經濟部水利署「經水字第 09404605610 號令」[2]所訂定溫泉標準第二條中有規定，符合標準之溫水，係指溫泉露頭或溫泉孔口測得之泉溫為攝氏三十度以上且泉質符合下列各款之一者：

1. 溶解固體量：在五百 (mg/L) 以上。
2. 主要含量陰離子：碳酸氫根離子 HCO_3^- 二百五十 (mg/L) 以上、硫酸根離子 SO_4^{2-} 二百五十 (mg/L) 以上或氯離子 (含其他鹵族離子) Cl^- 二百五十 (mg/L) 以上。
3. 溫度未達攝氏三十度，但水質符合礦物質標準者，也可稱為溫泉。

由文獻[3]得知，溫泉主要是由降水、河水及湖泊水等地面水滲入地下，在深處加熱後，再循環上昇至地面所形成。因此，必須在適當地質與地形條件下，始能促成地下水進入深循環而產生溫泉。

一般而言，形成溫泉的理想條件包括適宜的地質構造或岩層，如多孔隙具有高透水性或具破碎的岩層、深長裂隙或斷層帶，以提供水循環的通路；另外，須有充沛的降雨量與地下水源，以及較高的地溫梯度，作為溫泉水的熱源。亦即「熱源」、「通路」及「水源」為溫泉形成的三大要素[4]。

近年來，台灣地區之溫泉開發，已逐漸普及至住宅社區，且其社區溫泉擬鑽鑿深度常深達千餘公尺。實際上，各界對開鑿如此深的溫泉井均尚無法保證一定能夠永續經營利用，其主要原因是多數溫泉開發地點之水文地質條件的不確定因素太多所致。這些人為開鑿的溫泉深井，其地表邊界的影響微小，故可將地層模擬為無限域 (Infinite Space) 情況。

作者[5、6]對溫泉抽水問題之探討，已有一定之基礎，本文擬進一步探究深層溫泉開發所引致的地層力學行為變化等之依時 (Time Dependent) 暫態解。溫泉抽水與一般常見的水井抽水類似，但考慮溫泉抽

水問題時，還應該考慮熱流效應的影響。Terzaghi[7]首先引用有效應力觀念 (Effective Stress Concept)，說明地層受外力荷重時土壤的單向度壓密沉陷行為，在 Terzaghi[7]的理論模式中，須先解析出平衡孔隙水壓力，然後再間接計算出地層的壓密沉陷量，故稱之為非耦合 (Uncoupled) 壓密模式。然而 Biot[8、9]所考慮之孔隙水的平衡過程係與固體土壤直接相關，所得出之結果亦被證實較為合理可靠，本文即引用 Biot 三維壓密模式建立基本方程式。Biot[8、9]所建立之三維壓密理論，在學理上亦常被稱之為多孔介質彈性力學理論 (Poro-elasticity)。

為考慮溫泉中之熱流效應的影響，必須在多孔介質彈性力學理論中再加入熱能流動所引致的耦合效應，所建立之基本理論亦可稱之為多孔介質熱彈性力學理論 (Thermo-poroelasticity)。以往這方面的研究亦有許多，說明如下。Schiffman[10]首先根據 Biot[8]壓密模式，再引用 Fourier 熱傳導定律與能量守恆定律，探討熱壓密問題；Booker 與 Savvidou[11-13]曾將熱流效應的影響加入 Biot[8]所建立之多孔介質壓密理論中，推導出地層受點熱源、球體熱源以及異向性滲流情況下之多孔介質熱彈性力學問題的解析解 (Analytic Solution)；Amadei 等學者[14]曾探討橫向等向性岩層受應力作用時之閉合解；Aversa 和 Evangelista[15]則對 Neapolitan 地區的黃凝灰岩作過熱膨脹性質的探討；Al-Nimr 以及 Naji[16]曾說明沉積岩等具有橫向等向性之熱能傳輸現象；Lu、Chiu 與 Lin[17]則根據點熱源問題之基本解 (Fundamental Solution)，進一步推導出地層受線熱源作用之解。這些文獻之研究均有考慮熱能對地層力學行為變化的影響，可以這些相關研究成果為基礎，進一步探討溫泉抽水所引起的地層力學行為變化等問題。

因係考慮深層之溫泉抽水問題，故地表邊界的影響可以忽略。基於此，本文將地層模擬一無線域情況，而地層之力學性質、熱流性質與滲流性質等皆考慮為等向性。數學模式中，以單點溫泉抽水模擬溫泉抽水的現象；考慮溫泉地層飽和含溫泉水，且溫泉補注充分，使抽出的溫泉與補注的溫泉能保持平衡，以積分轉換方法 (Integral Transform) 研討出當溫泉抽水達穩態平衡時所引致的地層暫態力學行為等之變化。所得出之結果可供決策單位做為有依據的科學參考數據，避免不合時宜的溫泉開發規劃。因本文所研討出之解為可用簡單函數表示的暫態閉合解，故也可供數值分析結果的檢查及校正之用，本文之研究成果應具有極高的研究與應用價值。

3. 數學模式

3.1 基本假設

本文所考慮點狀溫泉抽水問題的基本假設如下：

1. 考慮地層為均質之線彈性飽和與多孔介質，並將地層模擬為等向性情況。
2. 考慮暫態情況下，與時間有關之地層力學、滲流與熱流行為變化等。
3. 孔隙水滲流符合 Darcy 定律。
4. 熱能之擴散傳輸僅考慮熱傳導現象，暫不考慮熱

對流效應的影響，且考慮地層中之微小代表性元素體 (Representative Elementary Volume) 內的固體介質和孔隙流體具有相同的溫度。

5. 本文是考慮深層溫泉抽水，故模擬溫泉地層為一無線域情況，即不考慮地表邊界的影響。
6. 考慮以穩定速率進行溫泉抽水，即單位時間內所抽出之溫泉熱量與溫泉體積均保持定值。
7. 考慮在抽取溫泉時，地層不受礦物質所引致化學變化的影響。
8. 考慮地層中之溫泉含量豐富，抽取溫泉並不會造成溫泉枯竭情況。

3.2 介質位移、流體壓力與介質溫度變化量方程式

首先介紹問題之數學模式中的基本方程式。本文係擬探討如圖一所示之無限域溫泉地層因點抽水所引起的地層力學行為變化等問題。數學模式中之基本方程式係引用多孔介質熱彈性力學理論，茲以微小之代表性元素體的觀念分析多孔隙溫泉地層之力平衡、質量守恆與能量守恆等方程式，且考慮元素中之固體介質和孔隙流體具有相同的溫度。其主要研究對象為固體部分所組成的多孔介質、流經孔隙之流體以及熱量之擴散傳輸現象。多孔隙溫泉地層在受外力作用、流體流動或熱能流動時，都會造成多孔隙溫泉地層之各項物理量產生變化，例如其體積、應力、溫度、超額孔隙水壓等均會產生變化。在點狀溫泉抽水作用情況下，若讓座標 z 軸通過抽水點，則問題可考慮為軸對稱。當多孔隙溫泉地層之應變量很微小時，多孔隙溫泉地層之應變 $\varepsilon_{ij}(i, j = r, \theta, z)$ 和位移 $u_i(i = r, \theta, z)$ 的線性關係式，可以軸對稱圓柱座標 (r, z) 表示為：

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z},$$

$$2\varepsilon_{rz} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}, \quad (1)$$

因問題為軸對稱，故並不會產生環向位移量 u_θ ，亦即 $u_\theta = 0$ 。令作用於溫泉地層之總應力 (Total Stress) 為 τ_{ij} 、作用於固體介質之有效應力 (Effective Stress) 為 σ'_{ij} 、超額孔隙水壓力為 p (壓力為正)、溫泉地層之溫度變化量為 θ ，再根據 Terzaghi[7]的有效應力觀念 $\tau_{ij} = \sigma'_{ij} - p\delta_{ij}$ (δ_{ij} 為 Kronecker delta)，則：

$$\tau_{rr} = (\lambda + 2G)\varepsilon_{rr} + \lambda(\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}) - (2G + 3\lambda)\alpha_s\theta - p, \quad (2a)$$

$$\tau_{\theta\theta} = \lambda\varepsilon_{rr} + (\lambda + 2G)\varepsilon_{\theta\theta} + \lambda\varepsilon_{zz} - (2G + 3\lambda)\alpha_s\theta - p, \quad (2b)$$

$$\tau_{zz} = \lambda(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) + (\lambda + 2G)\varepsilon_{zz} - (2G + 3\lambda)\alpha_s\theta - p, \quad (2c)$$

$$\tau_{rz} = 2G\varepsilon_{rz}, \quad (2d)$$

其中 $\lambda = 2G\nu/(1-2\nu)$ 是等向性溫泉地層的 Lamé 常

數， ν 係等向性溫泉地層之柏松比 (Poisson's Ratio)； $G = E/2(1+\nu)$ 為等向性溫泉地層之剪力模數 (Shear Modulus)； E 是等向性溫泉地層之楊氏係數 (Young's Modulus)； α_s 則為等向性溫泉地層中之固體介質的線性熱膨脹係數 (Linear Thermal Expansion Coefficient)。

作用於溫泉地層之總應力需滿足力平衡方程式 $\tau_{ij,j} + f_i = 0$ ，在軸對稱情況下，力平衡方程式可表為：

$$\frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + f_r = 0, \quad (4a)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + f_z = 0. \quad (4b)$$

若不考慮微體力 (Body Force) f_i 的影響，先將式(1)代入式(2a)-(2d)，再將式(2a)-(2d)代入力平衡方程式(3a)與(3b)中，則軸對稱多孔介質熱彈性力學問題之基本方程式可以溫泉地層之位移量 $u_i (i=r, z)$ 、溫泉地層之溫度變化量 ϑ 和超額孔隙水壓 p 等表為：

$$G\nabla^2 u_r + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} - G \frac{u_r}{r^2} - \frac{2G(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} - \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (4a)$$

$$G\nabla^2 u_z + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - \frac{2G(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu} \frac{\partial \vartheta}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad (4b)$$

其中微分運算子 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ；溫泉地層之體積應變量 ε 可表為 $\varepsilon = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$ 。

3.3 流量連續方程式和熱平衡方程式

本文是將均質之溫泉地層模擬為等向性的線彈性多孔介質，其中孔隙流體的流動和熱能之擴散傳輸等需分別符合質量守恆和能量守恆定律，如下所示：

$$\nabla \cdot [n(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s)] + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - 3\alpha_u \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + q_w = 0, \quad (5a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{h}_e + m \frac{\partial \vartheta}{\partial t} - 3\alpha_u T_0 \frac{\partial p}{\partial t} + (2G + 3\lambda)\alpha_s T_0 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + q_h = 0, \quad (5b)$$

其中 \mathbf{v}_w 與 \mathbf{v}_s 分別為流體與固體之位移速度； $m = (1-n)\rho_s c_s + n\rho_w c_w$ ， ρ_s 與 ρ_w 分別為固體介質與孔隙水之密度， c_s 與 c_w 分別為固體介質與孔隙水之比熱； \mathbf{h}_e 係熱流率 (Heat Flux)； n 是多孔介質之孔隙率 (Porosity)； $\alpha_u = (1-n)\alpha_s + n\alpha_w$ ， α_w 為孔隙水

的線性熱膨脹係數； T_0 是溫泉地層之初始溫度； q_w 、 q_h 分別為單位時間單位體積內自溫泉地層中抽水時所抽取的水體積與熱能。因係考慮溫泉抽水，且泉水中會含有熱能，故需同時考慮 q_w 與 q_h 的影響。

溫泉地層中孔隙水的流動需滿足 Darcy 定律，溫泉地層中之熱傳導現象需滿足 Fourier 定律，亦即：

$$n(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) = -\frac{k}{\gamma_w} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{\partial p}{\partial z} \mathbf{i}_z \right), \quad (6a)$$

$$\mathbf{h}_e = -\lambda_t \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \mathbf{i}_z \right), \quad (6b)$$

式中 k 與 λ_t 分別為等向性溫泉地層之滲透係數 (Permeability) 與熱傳導係數 (Conductivity)； γ_w 是溫泉水之單位重 (Unit Weight)。

將方程式(6a)、(6b)分別代入式(5a)、(5b)，並考慮單位時間內有 Q_w 體積之溫泉水被抽出，且其中包含 Q_h 焦耳的熱能，則可推得另兩個基本控制方程式如下：

$$-\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 p + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - 3\alpha_u \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \frac{Q_w}{2\pi r} \delta(r)\delta(z)u(t) = 0, \quad (7a)$$

$$-\lambda_t \nabla^2 \vartheta + m \frac{\partial \vartheta}{\partial t} - 3\alpha_u T_0 \frac{\partial p}{\partial t} + (2G + 3\lambda)\alpha_s T_0 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{Q_h}{2\pi r} \delta(r)\delta(z)u(t) = 0, \quad (7b)$$

式中 $\delta(x)$ 是 Dirac delta 函數； $u(t)$ 為單位階梯函數 (Heaviside Step Function)。式(4a)、(4b)、(7a)與(7b)組成問題之基本方程式，或稱之為控制方程式。

3.4 初始條件與邊界條件

本文是考慮問題之各項初始條件均為零。因係探討深層之溫泉抽水，故可不考慮地表邊界的影響，所以將溫泉地層模擬為一無限域多孔介質。本文旨在探討溫泉地層因溫泉抽水作用所引致之地層暫態力學、滲流與熱流等行為的變化，所以數學模式中之時間變數 t 需考慮為 $t \geq 0$ 。

在 $z \rightarrow \pm\infty$ 之無限遠邊界位置上，可考慮其地層位移變化量、超額孔隙水壓及地層溫度變化量等均不受溫泉抽水的影響。因此，在無限深遠邊界上之邊界條件可表為：

$$\lim_{z \rightarrow \pm\infty} \begin{Bmatrix} u_r(r, z, t) \\ u_z(r, z, t) \\ p(r, z, t) \\ \vartheta(r, z, t) \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (8)$$

4. 積分轉換解析

本文係引用積分轉換方法解析如圖一所示深層

單點溫泉抽水問題之數學模式，所採用的解析方法為 Laplace 與 Hankel 積分轉換方法等，推導出無限域溫泉地層受單點溫泉抽水作用所引致的地層力學行為變化等之暫態閉合解。首先對控制方程式(4a)、(4b)、(7a)、(7b)中之變數 t 作 Laplace 積分轉換，再對其中之變數 r 分別作一階、零階、零階與零階之 Hankel 積分轉換，可得：

$$-2\eta\xi^2 U_r + \frac{d^2 U_r}{dz^2} - (2\eta - 1)\xi \frac{dU_z}{dz} + 2(3\eta - 2)\alpha_s \xi \Theta + \frac{1}{G} \xi P = 0, \quad (9a)$$

$$(2\eta - 1)\xi \frac{dU_r}{dz} - \xi^2 U_z + 2\eta \frac{d^2 U_z}{dz^2} - 2(3\eta - 2)\alpha_s \frac{d\Theta}{dz} - \frac{1}{G} \frac{dP}{dz} = 0, \quad (9b)$$

$$-\frac{k}{\gamma_w} \left(-\xi^2 + \frac{d^2}{dz^2} \right) P + s \left(\frac{dU_z}{dz} + \xi U_r \right) - 3\alpha_u s \Theta + \frac{Q_w}{2\pi s} \delta(z) = 0, \quad (9c)$$

$$-\lambda_l \left(-\xi^2 + \frac{d^2}{dz^2} \right) \Theta + ms\Theta - 3\alpha_u T_0 s P + (2G + 3\lambda)\alpha_s T_0 s \left(\frac{dU_z}{dz} + \xi U_r \right) + \frac{Q_h}{2\pi s} \delta(z) = 0, \quad (9d)$$

式中參數 $\eta = (1-\nu)/(1-2\nu)$ ；函數 U_r 、 U_z 、 P 、 Θ 分別定義為：

$$\begin{cases} U_r(z; \xi, s) \\ U_z(z; \xi, s) \\ P(z; \xi, s) \\ \Theta(z; \xi, s) \end{cases} = \int_0^\infty r \begin{cases} L[u_r(r, z, t)] J_1(\xi r) \\ L[u_z(r, z, t)] J_0(\xi r) \\ L[p(r, z, t)] J_0(\xi r) \\ L[\vartheta(r, z, t)] J_0(\xi r) \end{cases} dr, \quad (10)$$

其中

$$\begin{cases} L[u_r(r, z, t)] \\ L[u_z(r, z, t)] \\ L[p(r, z, t)] \\ L[\vartheta(r, z, t)] \end{cases} = \int_0^\infty \begin{cases} u_r(r, z, t) \\ u_z(r, z, t) \\ p(r, z, t) \\ \vartheta(r, z, t) \end{cases} e^{-st} dt, \quad (11)$$

式(11)之 Laplace 積分反轉換是定義為：

$$\begin{cases} u_r(r, z, t) \\ u_z(r, z, t) \\ p(r, z, t) \\ \vartheta(r, z, t) \end{cases} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \begin{cases} \tilde{u}_r(r, z, s) \\ \tilde{u}_z(r, z, s) \\ \tilde{p}(r, z, s) \\ \tilde{\vartheta}(r, z, s) \end{cases} e^{st} ds. \quad (12)$$

式(10)之 Hankel 積分反轉換則定義為：

$$\begin{cases} L[u_r(r, z, t)] \\ L[u_z(r, z, t)] \\ L[p(r, z, t)] \\ L[\vartheta(r, z, t)] \end{cases} = \int_0^\infty \xi \begin{cases} U_r(z; \xi, s) J_1(\xi r) \\ U_z(z; \xi, s) J_0(\xi r) \\ P(z; \xi, s) J_0(\xi r) \\ \Theta(z; \xi, s) J_0(\xi r) \end{cases} d\xi. \quad (13)$$

同理，式(8)所示之邊界條件亦需進行 Laplace 積分轉換與 Hankel 積分轉換，其結果為：

$$\lim_{z \rightarrow \pm\infty} \begin{cases} U_r(z; \xi, s) \\ U_z(z; \xi, s) \\ P(z; \xi, s) \\ \Theta(z; \xi, s) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}. \quad (14)$$

式(9a)-(9d)係聯立之非齊性常微分方程式（或稱之為非齊次常微分方程式；Non-homogeneous Ordinary Differential Equation），可利用解這類微分方程式的標準方法推求其通解（General Solution）。再引用式(12)、式(13)所示之 Laplace 積分反轉換與 Hankel 積分反轉換[18]，即可推導出問題之解。經反轉換解析後，即可推導出溫泉地層受點狀溫泉抽水作用所引致之溫泉地層的水平位移 u_r 、垂直位移 u_z 、超額孔隙水壓 p 及地層溫度變化量 ϑ 等之暫態閉合解，如以下所示：

$$u_r(r, z, t) = \frac{\gamma_w Q_w}{4\pi\eta Gk} \{m_1 h_1 + m_2 h_2 + m_3 h_3\} + \frac{Q_h}{4\pi\eta G\lambda_l} \{m_4 h_1 + m_5 h_2 + m_6 h_3\}, \quad (15a)$$

$$u_z(r, z, t) = \frac{\gamma_w Q_w}{4\pi\eta Gk} \{m_1 h_4 + m_2 h_5 + m_3 h_6\} + \frac{Q_h}{4\pi\eta G\lambda_l} \{m_4 h_4 + m_5 h_5 + m_6 h_6\}, \quad (15b)$$

$$p(r, z, t) = \frac{\gamma_w Q_w}{2\pi k} \left\{ \frac{a_1}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_1 t}} \right) + \frac{a_2}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_2 t}} \right) \right\} + \frac{Q_h}{2\pi\lambda_l} \left\{ \frac{a_3}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_1 t}} \right) + \frac{a_4}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_2 t}} \right) \right\}, \quad (15c)$$

$$\vartheta(r, z, t) = \frac{\gamma_w Q_w}{2\pi k} \left\{ \frac{a_5}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_1 t}} \right) + \frac{a_6}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_2 t}} \right) \right\} + \frac{Q_h}{2\pi\lambda_l} \left\{ \frac{a_7}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_1 t}} \right) + \frac{a_8}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_2 t}} \right) \right\}, \quad (15d)$$

其中

$$R = \sqrt{r^2 + z^2};$$

$$m_1 = -\frac{c_1 c_2}{2\lambda_t} \left[m + \frac{(2G+3\lambda)^2 \alpha_s^2 T_0}{2\eta G} \right] + \frac{(2G+3\lambda)\alpha_s T_0 c_1 c_2}{2\lambda_t} \left[\frac{(2G+3\lambda)\alpha_s}{2\eta G} - 3\alpha_u \right];$$

$$m_2 = -a_1 - (2G+3\lambda)\alpha_s a_5;$$

$$m_3 = -a_2 - (2G+3\lambda)\alpha_s a_6;$$

$$m_4 = \frac{\gamma_w c_1 c_2}{2k} \left[\frac{(2G+3\lambda)\alpha_s}{2\eta G} - 3\alpha_u \right] - \frac{(2G+3\lambda)\alpha_s \gamma_w c_1 c_2}{4\eta G k};$$

$$m_5 = -a_3 - (2G+3\lambda)\alpha_s a_7;$$

$$m_6 = -a_4 - (2G+3\lambda)\alpha_s a_8;$$

$$a_1 = \frac{1}{2\left(-\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)} \left\{ \frac{1}{c_1} - \frac{1}{\lambda_t} \left[m + \frac{(2G+3\lambda)^2 \alpha_s^2 T_0}{2\eta G} \right] \right\};$$

$$a_2 = \frac{1}{2\left(-\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)} \left\{ \frac{1}{c_2} - \frac{1}{\lambda_t} \left[m + \frac{(2G+3\lambda)^2 \alpha_s^2 T_0}{2\eta G} \right] \right\};$$

$$a_3 = \frac{\gamma_w}{2k\left(-\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)} \left\{ \frac{(2G+3\lambda)\alpha_s}{2\eta G} - 3\alpha_u \right\};$$

$$a_4 = \frac{\gamma_w}{2k\left(-\frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_1}\right)} \left\{ \frac{(2G+3\lambda)\alpha_s}{2\eta G} - 3\alpha_u \right\};$$

$$a_5 = \frac{T_0}{2\lambda_t\left(-\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)} \left\{ \frac{(2G+3\lambda)\alpha_s}{2\eta G} - 3\alpha_u \right\};$$

$$a_6 = \frac{T_0}{2\lambda_t\left(-\frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_1}\right)} \left\{ \frac{(2G+3\lambda)\alpha_s}{2\eta G} - 3\alpha_u \right\};$$

$$a_7 = \frac{1}{2\left(-\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)} \left\{ \frac{1}{c_1} - \frac{\gamma_w}{2\eta G k} \right\};$$

$$a_8 = \frac{1}{2\left(-\frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_1}\right)} \left\{ \frac{1}{c_2} - \frac{\gamma_w}{2\eta G k} \right\};$$

$$h_1 = \frac{tr}{R^3};$$

$$h_2 = \left(\frac{c_1 t}{R^2} - \frac{1}{2} \right) \frac{r}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_1 t}} \right) + \frac{\sqrt{c_1 t}}{\sqrt{\pi}} \frac{r}{R^2} \exp \left(-\frac{R^2}{4c_1 t} \right);$$

$$h_3 = \left(\frac{c_2 t}{R^2} - \frac{1}{2} \right) \frac{r}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_2 t}} \right) + \frac{\sqrt{c_2 t}}{\sqrt{\pi}} \frac{r}{R^2} \exp \left(-\frac{R^2}{4c_2 t} \right);$$

$$h_4 = \frac{tz}{R^3};$$

$$h_5 = \left(\frac{c_1 t}{R^2} - \frac{1}{2} \right) \frac{z}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_1 t}} \right) + \frac{\sqrt{c_1 t}}{\sqrt{\pi}} \frac{z}{R^2} \exp \left(-\frac{R^2}{4c_1 t} \right);$$

$$h_6 = \left(\frac{c_2 t}{R^2} - \frac{1}{2} \right) \frac{z}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_2 t}} \right) + \frac{\sqrt{c_2 t}}{\sqrt{\pi}} \frac{z}{R^2} \exp \left(-\frac{R^2}{4c_2 t} \right);$$

$$\frac{1}{c_1} = \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_w}{2\eta G k} + \frac{\tilde{c}_2}{\lambda_t} \right];$$

$$+ \sqrt{\left(\frac{\gamma_w}{2\eta G k} + \frac{\tilde{c}_2}{\lambda_t} \right)^2 - \frac{2\tilde{c}_2 \gamma_w}{\eta G k \lambda_t} + \frac{4\tilde{c}_1^2 T_0 \gamma_w}{k \lambda_t}};$$

$$\frac{1}{c_2} = \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_w}{2\eta G k} + \frac{\tilde{c}_2}{\lambda_t} \right];$$

$$- \sqrt{\left(\frac{\gamma_w}{2\eta G k} + \frac{\tilde{c}_2}{\lambda_t} \right)^2 - \frac{2\tilde{c}_2 \gamma_w}{\eta G k \lambda_t} + \frac{4\tilde{c}_1^2 T_0 \gamma_w}{k \lambda_t}};$$

$$\tilde{c}_1 = \frac{(2G+3\lambda)\alpha_s}{2\eta G} - 3\alpha_u;$$

$$\tilde{c}_2 = m + \frac{(2G+3\lambda)^2 \alpha_s^2 T_0}{2\eta G}.$$

當時間變數 $t \rightarrow \infty$ 時，問題之穩態閉合解為：

$$u_r(r, z) = -\frac{(1-2\nu)\gamma_w Q_w}{16\pi(1-\nu)Gk} \frac{r}{R} - \frac{(1+\nu)\alpha_s Q_h}{8\pi(1-\nu)\lambda_t} \frac{r}{R}, \quad (16a)$$

$$u_z(r, z) = -\frac{(1-2\nu)\gamma_w Q_w}{16\pi(1-\nu)Gk} \frac{z}{R} - \frac{(1+\nu)\alpha_s Q_h}{8\pi(1-\nu)\lambda_t} \frac{z}{R}, \quad (16b)$$

$$p(r, z) = -\frac{\gamma_w Q_w}{4\pi k} \frac{1}{R}, \quad (16c)$$

$$g(r, z) = -\frac{Q_h}{4\pi \lambda_t} \frac{1}{R}. \quad (16d)$$

式(15a)-(15b)、式(16a)-(16b)係分別為因深層單點溫泉抽水所引致之地層水平位移與垂直位移變化等之暫態解及穩態解；式(15c)與式(16c)分別為單點溫泉抽水所引起之地層超額孔隙水壓的暫態解及穩態解；式(15d)與式(16d)則分別為問題所引起之地層溫度變化量之暫態解及穩態解。

5. 結語

本文研究成果說明如下：

1. 本文係以積分轉換方法解析深層單點溫泉抽水問題之數學模式，所研討出之解為可以簡單函數表達之暫態閉合解。應用此閉合解，可進行後續之地層力學行為變化等之探討，許多數值分析結果之驗證與校正，均有賴於以此閉合解為基礎。

2. 本文係考慮單位時間(秒)內有 Q_w 體積(m^3)伴隨 Q_r 熱量(焦耳)之溫泉自深層地層中被抽出時,因溫泉抽水所引致之地層水平位移 u_r 、地層垂直位移 u_z 、超額孔隙水壓 p 和地層溫度變化量 θ 等,其暫態解如式(15a)-(15d)所示,而其穩態解則如式(16a)-(16d)所示。

6. 誌謝

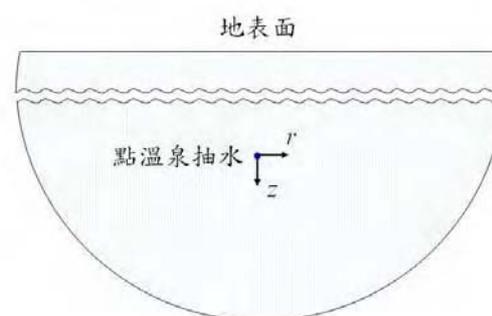
本文係在國科會計畫 NSC-94-2625-Z-216-001 補助下所完成,特此申謝。

參考文獻

1. 陳昭旭、游政彥,「台灣溫泉資源之概述」,九十三年度農業工程研討會論文集,第 218-229 頁(2004)。
2. 經濟部水利署,「溫泉標準」,中華民國 94 年 7 月 22 日經濟部經水字第 09404605610 號令(2005)。
3. 吳詩晴、譚義績,「由線型構造推判大屯山溫泉區溫泉分佈及地下水補注概況」,九十三年度農業工程研討會論文集,第 192-203 頁(2004)。
4. 陳肇夏,「台灣溫泉成因與地熱探勘之我見」,地質,第 1 卷,第 2 期,第 107-117 頁(1975)。
5. 呂志宗,「溫泉抽水引致的橫向等向性地層沉陷之理論解析」,中華民國第二十八屆全國力學會議論文集,第 963-970 頁(2004)。
6. 呂志宗,「溫泉抽水引致之地層下陷理論解析」,九十三年度農業工程研討會論文集,第 105-116 頁(2004)。
7. Terzaghi, K., *Theoretical Soil Mechanics*, John Wiley & Sons, New York, pp. 256-296 (1943).
8. Biot, M.A., "General theory of three-dimensional consolidation," *J. Appl. Phys.*, Vol. 12, No. 2, pp. 155-164 (1941).
9. Biot, M.A., "Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid," *J. Appl. Phys.*, Vol. 26, No. 2, pp. 182-185 (1955).
10. Schiffman, R.L., "A thermoelastic theory of consolidation," *Environmental and Geophysical Heat Transfer*, C.J. Cremers, et al.,(eds.), ASME, Vol.4, New York, pp.78-84 (1971).
11. Booker, J.R. and Savvidou, C., "Consolidation around a spherical heat source," *Int. J. Solids Structures*, Vol. 20, pp. 1079-1090 (1984).
12. Booker, J.R. and Savvidou, C., "Consolidation around a point heat source," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 9, pp. 173-184 (1985).
13. Savvidou, C. and Booker, J.R., "Consolidation around a heat source buried deep in a porous thermoelastic medium with anisotropic flow properties," *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 13, No. 1, pp. 75-90 (1989).
14. Amadei, B., Savage, W.Z., and Swolfs, H.S., "Gravitational stresses in anisotropic rock masses,"

Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech., Vol. 24, pp. 293-312 (1987).

15. Aversa, S., and Evangelista, A., "Thermal expansion of Neapolitan yellow tuff," *Rock Mech. Rock Engng.*, Vol. 26, pp. 281-306 (1993).
16. Al-Nimr, M., and Naji, M., "The hyperbolic heat conduction equation in an anisotropic material," *Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 493-497 (1999).
17. Lu, J. C.-C., Chiu, W.-C., and Lin, F.-T., "Analysis of a buried deep point/line heat source in a cross-anisotropic porous elastic medium," *Proceedings of the 8th Conference of Advanced Technology Council in Mathematics*, pp. 162-171 (2003).
18. Abramowitz, M., and Stegun, I.A., *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*, Dover Publications, Inc., New York, 1046p (1970).



圖一 深層點溫泉抽水問題示意圖

Transient Closed-Form Solutions of the Mechanical Behaviors of the Stratum Due to Deep Hot Spring Exploitation

John C.-C. Lu¹ and Feng-Tsai Lin²

¹ Department of Civil Engineering and Engineering Informatics, Chung-Hua University.

² Department of Naval Architecture, National Kaohsiung Marine University.

NSC Project No.: NSC-94-2625-Z-216-001

Abstract

Based on Biot developed elasticity theory of poro-mechanics, the thermal effect is added to the theory to study the mechanical behaviors of the stratum due to deep hot spring exploitation. The stratum is treated as an infinite space for the influence of the half-space boundary can be neglected. The properties of mechanics, seepage and thermal flow of the stratum are considered as isotropic. The basic governing equations are constructed on the basis of Newton's second law, Hooke's law, mass balance, Darcy's law, energy conservation and heat conduction law, *etc.* Transient closed-form solutions are derived for the mechanical behaviors of the stratum due to a hot spring point sink by using the integral transform techniques.

Keywords: hot spring, porous medium, infinite space, transient closed-form solution



中華民國力學學會 第二十九屆全國力學會議 論文集(二)

(C)土壤與岩石力學 (D)結構力學
(E)固體力學 (F)實驗力學



主辦單位：中華民國力學學會、國立清華大學

承辦單位：國立清華大學動力機械工程學系

協辦單位：行政院國家科學委員會工程技術發展處工程科技推展中心、財團法人國家實驗研究院高速網路與計算中心、財團法人工業技術研究院、財團法人工業技術研究院能源與資源研究所、上銀科技(股)公司、中興大學機械系、台灣大學機械系、光陽工業(股)公司、均豪精密工業、虎尾科技大學、長榮航太(股)公司、美商麥格尼軒公司、高僑自動化公司、龍華科技大學

中華民國九十四年十二月十六、十七日

FLAC 3D 之輔助分析軟體的研發與應用

呂志宗 周宜興

中華大學土木與工程資訊學系

摘要

本文係以有限差分法軟體 FLAC 3D 為架構，輔以有限元素法軟體 ANSYS 及 Visual Basic 軟體，撰寫一應用於邊坡穩定之輔助分析程式，係將 FLAC 3D 基本指令加以視窗化，並建立轉換程序，用以簡化邊坡穩定數值分析之前處理步驟，使有助於 FLAC 3D 軟體之使用。研究中係利用專業繪圖軟體 Surfer 進行地形資料之建構，並透過假設案例之研究，驗證輔助分析程式以及分析流程的可信度，可透過輔助分析程式及建議流程，進行邊坡穩定方面之相關研究。

關鍵詞：FLAC 3D、ANSYS、Visual Basic、Surfer

1. 前言

台灣地區地形陡峭、地勢高聳之山地佔全島面積逾半，加上地質構造複雜且降雨集中，因此，邊坡穩定問題顯得格外重要。FLAC 3D(Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3-Dimension)軟體係大地工程常用的分析軟體之一，以往各界除在隧道工程等之開挖問題上有引用該軟體外，在邊坡穩定分析問題上，該軟體亦為重要分析工具之一。

本研究擬以有限差分法軟體 FLAC 3D 為主要之分析工具，輔以有限元素法軟體 ANSYS 進行數值分析，研究中亦利用專業繪圖軟體 Surfer 進行地形資料之建構，並引用 Visual Basic 軟體將 FLAC 3D 之基本指令加以視窗化，撰寫出 FLAC 3D 軟體之輔助分析程式；並利用所建立

之轉換程序，整合 FLAC 3D 之計算部分與 ANSYS 之數值分析的前處理部分，以充分發揮兩套數值分析軟體的優點。

本文亦透過假設案例，驗證輔助分析程式以及所建立之分析流程的可信度。此外，亦可透過輔助分析程式及建議流程，進行邊坡穩定分析方面之相關研究。

2. 文獻回顧

大多數的數值分析方法，離散化處理為最基本之過程，其係將問題之定義域加以分割成許多的小單元，且每一個分析單元之節點的應力、應變等均需與鄰近單元所對應之節點的應力、應變等具有連續性；若有考慮流體或熱量等之流動，則其流體或熱量在單元中之流動還應遵守質量守恆定律或能量守恆定律等。基本上，分析過程中問題之定義域多是被視為連續體情況。有限差分法與有限元素法即是常見之兩種基於連續體觀念所建立之數值分析方法，以下說明這兩種數值分析方法之相關應用。

2.1 有限差分法

有限差分法為大地工程界最常使用的數值分析方法之一，但是對於邊界形狀較為複雜的大地工程問題而言，此一分析方法之使用仍有其限制。因為在處理問題之不規則幾何邊界時，其節點不一定可以落在邊界上，其解決方法為藉由特殊的差分公式加以修正。

近年來，各界已開發出許多以有限差分法為基礎的分析程式，如 FLAC 軟體等即是。陳志昌[1]曾利用剪力強度折減的觀

念，使用 FLAC 軟體進行土壤邊坡穩定分析，其係利用時階與控制點之位移關係圖判斷其安全係數值。

Cala[2]等人之研究指出，對於簡單邊坡而言，剪力強度折減法與極限平衡法所獲得的安全因子通常是一樣的，但是對於複雜邊坡而言，仍以修正之剪力強度折減法為佳。剪力強度折減概念是定義安全係數為土壤之實際剪力強度與折減至破壞發生時之剪力強度的比值。文獻[3-4]即是引用剪力強度折減觀念，分析邊坡穩定問題。

2.2 有限元素法

有限元素法[5-6]在大地工程界之一般性設計分析中雖較為少用，但已有一些針對大地工程的有限元素分析軟體已開發完成。其實，只要分析人員能夠完全掌握其所使用之分析軟體的特性及適用條件，許多其他領域常用之分析軟體亦可應用於大地工程界之力學、滲流或邊坡穩定等問題的分析上。有限元素法之基本分析步驟說明如下：

1. 離散化

離散化係根據實際狀況，將整個連續性系統分割成許多較小的分析元素。平面的分析一般是採用四邊形元素或三角形元素的分割方式，分析元素之數目可依分析精度決定，每個元素各有其對應的物理或組成特性。

2. 選擇形狀函數

係將各元素的位移和幾何形狀使用形狀函數矩陣 $[N]$ 加以模擬，例如：

$$\{u\} = [N]\{q\}, \quad (1a)$$

$$\{x\} = [N]\{X\}, \quad (1b)$$

其中 $\{u\}$ 與 $\{x\}$ 分別為元素中各質點的位移及座標位置； $\{q\}$ 與 $\{X\}$ 則分別為元素節點之位移和座標值。

3. 推導元素方程式

即定義元素在局部(local)座標上的平衡方程式，其推導方法有許多，主要的有基於最小虛功原理的變分法(variational)及殘餘法(residual method)。

2.3 物件導向語言技術

物件導向語言技術是一種新的程式撰寫概念，在物件導向的程式設計領域中，常用到的名稱主要有五項，分別為：

1. 屬性(property)：指物件裏的資料變數。
2. 方法(method)：指物件裏的功能函數。
3. 成員(member)：指類別中所定義的變數或函式。
4. 物件(object)：指類別的實例，而類別為使用者所定義的資料型態。
5. 類別(class)：相同物件的集合稱為類別。

物件導向語言技術是一種以資料為導向之語言設計技術，其係以分析所需資料為主軸，配合系統之物件進行設計，因此由 Visual Basic 軟體所建構之物件導向程式語言具有下列兩項特性：

1. 資料具有隱密性

物件導向顧名思義主要是以物件的角度來描述問題之各種情況，然後針對物件間之類似特性加以歸納。而經過類別的宣告後，每一個被宣告的物件會具有獨立的方法與屬性。物件導向之資料具有隱密性的原因，是希望只有物件本身才可以更改經封裝後之物件屬性及方法，其優點是可提高程式之穩定性。

2. 物件之間的聯繫係以訊息作為傳遞

物件導向技術中之物件，其相互作用是依賴物件間之訊息傳遞，此一功能優於程序導向程式設計之功能，而有助於發展人性化之介面。

劉泰維[7]在研究中指出，運用物件導向技術的思維模式發展人性化介面，具有易維護、易擴充、程式碼可重複使用等優點。林子軒[8]曾以 Visual Basic 程式語言進行系統工具之發展，並將結構補強相關知識數位化後，建立於系統中。

3. 相關之數值分析程式簡介

3.1 有限差分法分析軟體 FLAC 3D

FLAC 3D 軟體[9]係由美國 Itasca

Consulting Group 所研發出之有限差分應用軟體。FLAC 3D 軟體可用以模擬岩體、土壤或是其他結構物之三維力學行為，在邊坡穩定之評估、開挖填築之力學分析、拱壩穩定分析、隧道工程分析、礦山工程分析等多個領域都有應用。

使用 FLAC 3D 軟體時，首先需把所研究區域劃分為若干個元素單元，並將元素節點看作流體質點，然後利用拉格朗日法(Lagrangian)推估格網節點狀態，可計算出每個流體質點在不同時刻的運動軌跡、速度及壓力等。它的格網單元可以隨著材料的變形而改變，準確地模擬材料的屈服、塑性流動、軟化、及有限的大變形發生等情況，在材料的彈塑性分析、大變形分析以及模擬施工過程等領域有其獨到的優點。

FLAC 3D 軟體係基於連體力學，以時階型態求解節點的運動方程式，所以可以了解系統隨時階而動作的行為。其係由邊界之外力、變位等組成問題之初始狀態，並以時間差分法求解，每個時階的運算程序為：

1. 利用系統初始之不平衡狀態決定節點之不平衡力，而後求解運動方程式來決定節點之速度量。
2. 速度決定後，可經由積分求得位移，並由速度微分得到新的應變速率。
3. 將新的應變速率與應變代入組合律方程式求得應力增量，再將應力增量加上原來之應力狀態，成為新的應力狀態，據以解析下一階段之不平衡力，再進行下一時階之運算，當不平衡力逐漸變小時，即表示系統逐漸達到平衡狀態。

FLAC 3D 2.1 版中共有十一種模型，有一種稱為內建之空(null)模型，有彈性均向性 (isotropic)、彈性異向性 (anisotropic)、和彈性且橫向等向性 (cross-anisotropic, transversely isotropic) 等三種模型，還有七種非線性的 Drucker-Prager、Mohr-Coulomb、應變硬化及應變軟化 (strain-hardening/softening Mohr-Coulomb plasticity)、遍在節理化

(ubiquitous-joint plasticity)、雙線性應變硬化 / 軟化 遍在節理化 (bilinear strain-hardening/softening ubiquitous-joint plasticity)、雙屈服 (double-yield plasticity)、修正的 Cam-clay 模型等。計算時需針對不同的材料採用合適之基本模型。此外，它可用以模擬力-熱-液等的耦合交互作用、地震時的動力回應、岩土體的行為、多種支護結構與岩體的交互作用等，已成為工程技術人員理想的三維分析工具。

3.2 有限元素法分析軟體 ANSYS[10]

ANSYS 軟體主要功能包括三個部分：前處理模組、分析計算模組和後處理模組。前處理模組提供一個強大的實體建模及格網劃分工具，使用者可據以方便地建立有限元素分析模型。分析計算模組可進行線性分析、非線性分析、熱傳分析、流體動力學分析、電磁場分析、聲場分析、壓電分析以及多物理場的耦合分析等，可類比多種物理介質的相互作用，具有靈敏度分析及快速分析的能力。後處理模組可將計算結果以彩色的等值曲線顯示，亦可採用梯度顯示、向量顯示、立體切片顯示、透明及半透明顯示等圖形方式加以顯示，也可將計算結果以圖表、曲線形式顯示或輸出。ANSYS 提供了 100 種以上的元素種類，可用以模擬工程中之各種構件和材料。

3.3 輔助分析軟體 Visual Basic [11]

自 1964 年 John Kemeny 及 Thomas 在 Dartmouth 學院設計出 Basic 語言以來，因其語法較接近人們所使用之自然語言及數學表示式，所以在極短時間內普遍為程式設計師所接受，早期的 Basic 語言為了方便在個人電腦上執行，因此較不注重結構化與模組化之設計。1988 年微軟公司推出了 4.5 版 Quick Basic 英文版，並於 1991 年推出中文版 Quick Basic，此一版本之 Quick Basic 除了擁有一般高階語言的優點外，程式亦具結構化、模組化的優點，更提供中文操作說明。而隨著電腦

介面逐漸人性化。1991年微軟公司所推出簡稱VB的Visual Basic語言，其已演進至近年的Visual Basic.NET版本。

Visual的意思是視覺化，BASIC是基礎、基本的意思，顧名思義Visual Basic程式語言是一個以視覺化為主的基礎程式語言。在程式設計的過程中，其設計步驟可以說是由外向內逐步完成，包括一開始的介面設計、物件建立與宣告、表單配置到內部撰寫驅動程式驅動物件、外部連結等等。Visual Basic本身常常會利用到物件來處理事物；而在程式語言撰寫方面，Visual Basic繼承了Basic語法的簡單性，因此程式撰寫的過程已簡化很多，具有容易學習的優點，建構過程不需要做嚴謹的宣告及建立程式撰寫程序，因此在程式的撰寫過程中困難度較低。

4. 輔助分析程式建構與分析流程

本研究利用FLAC 3D之內建語言FISH嘗試撰寫軟體間之轉換程序，建議由專業繪圖軟體Surfer繪出之圖形經由撰寫之程序，轉換至ANSYS軟體做前處理，再經由轉換程序匯入FLAC 3D軟體進行計算，最後藉由假設案例驗證輔助分析程式及轉換程序之可靠度。

相較於其它數值分析軟體，主要分析軟體FLAC 3D之前處理部分的處理能力較為不足，故本研究利用Visual Basic軟體將FLAC 3D軟體之基本指令加以視窗化。於所撰寫之輔助程式中，擬加入轉換程序，用以整合FLAC 3D之計算部分與ANSYS之前處理的優點。

4.1 分析流程

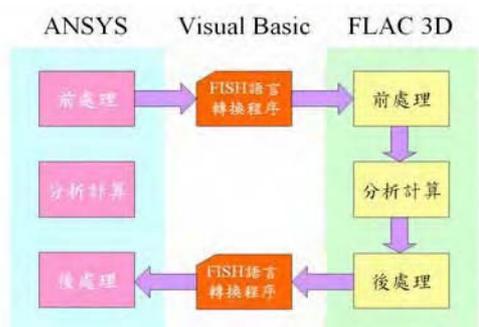


圖1 數值分析建議流程圖

由於主要分析軟體FLAC 3D在前處理中，是使用鍵入式命令，相當麻煩且易出錯，故使用ANSYS程式代替FLAC 3D之前處理部分，而處理流程建議如圖1所示。

4.2 輔助分析程式設計與撰寫

輔助分析程式研發過程中，所使用之軟體工具為Microsoft公司所開發出之Visual Basic 6.0軟體。利用FISH語言，可將FLAC 3D之前處理、求解、後處理指令加以有系統規劃並視窗化，以增加操作FLAC 3D之便利性，並可利用所撰寫之轉換程序，整合FLAC 3D軟體與ANSYS軟體之優點。輔助分析程式之主視窗如圖2所示：

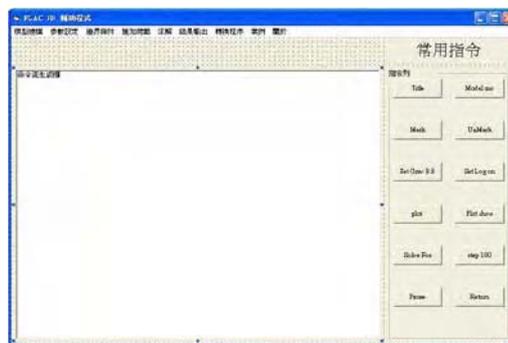


圖2 輔助分析程式之主視窗

所設計之輔助分析程式的主要視窗包括：模型建構、參數設定、邊界條件、施加荷載、求解、結果輸出、轉換程序、案例等。其基本功能簡介如下：

1. 模型建構：一般常用之基本模型設定，如圖3所示。
2. 參數設定：設定分析之地層參數，如圖4所示。
3. 邊界條件：設定問題之相關邊界條件，如圖5所示。
4. 結果輸出與增加荷重：可依問題之實際情況，增加荷重，如圖6所示。
5. 求解：根據所設定之參數進行求解。
6. 結果輸出：設定擬繪出之相關數值圖形，如圖6所示。
7. 轉換程序：三種轉換程序係利用FLAC

3D 之內建語言 FISH 撰寫而成，關於各轉換程序之使用方法，在輔助程式中之說明選項內有詳細的介紹。如圖 7 所示之資料轉換程序包括三種：

- a. 自 Surfer 轉換至 FLAC 3D
- b. 自 ANSYS 轉換至 FLAC 3D
- c. 自 Surfer 轉換至 ANSYS

8. 案例：包含建議流程所探討的驗證案例以及真實案例之解說與命令流等，如圖 8 所示。



圖 6 結果輸出與增加荷重視窗

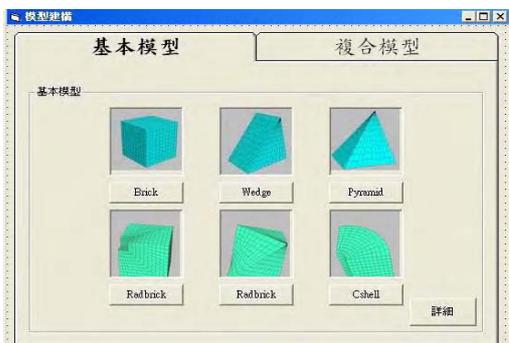


圖 3 模型建構視窗



圖 7 轉換程序視窗



圖 4 參數設定視窗



圖 8 案例視窗



圖 5 邊界條件視窗

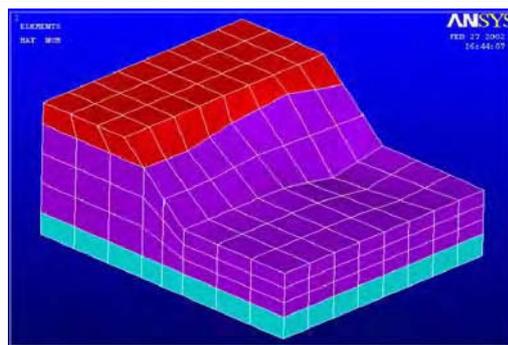
4.3 ANSYS 建模步驟

本文是利用專業繪圖軟體 Surfer 進行地形資料之建構，再匯至 ANSYS 軟體設定材料參數，然後經由轉換程序匯至 FLAC 3D 軟體進行分析。以下列為數值分析之處理步驟。

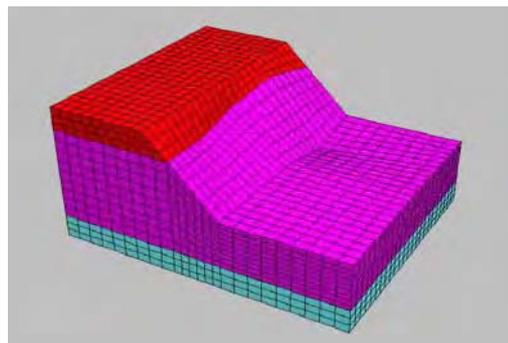
1. 引用繪圖軟體 Surfer 對於真實地形之座標進行資料之建構。
2. 將資料自 Surfer 匯入 ANSYS。
3. 於 ANSYS 中，決定分析問題之種類。
4. 於 ANSYS 中，設定問題的材料參數。
5. 建構實體分析模型。
6. 格網劃分：格網愈小分析之結果愈接近正確解。

7. 邊界條件之設定。
8. 經轉換程序，將建構之模型匯入 FLAC 3D 軟體。
9. 於 FLAC 3D 軟體中進行計算分析。

資料由 ANSYS 轉換至 FLAC 3D 之轉換程序，主要是使用 Solid 45 元素，再配合 FLAC 3D 特有的元素，即可撰寫出轉換程序。圖 9 為 Solid 45 元素，圖 10 是 ANSYS 與 FLAC 3D 對應之結構元素。圖 11 是數值地形資料分別在 ANSYS 與 FLAC 軟體中之顯示模式。



(a) ANSYS 模型



(b) FLAC 3D 模型

圖 11 地形資料轉換後之數值模型：
 (a)ANSYS (b)FLAC 3D

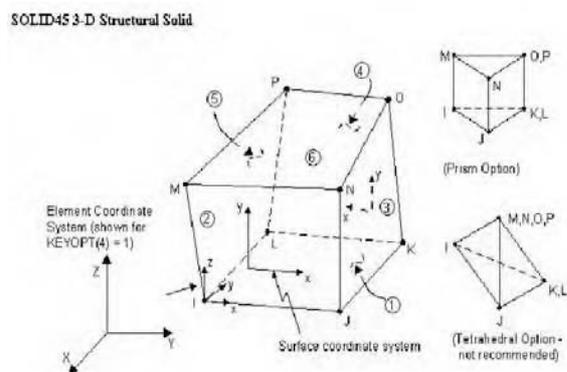


圖 9 ANSYS Solid 45 元素

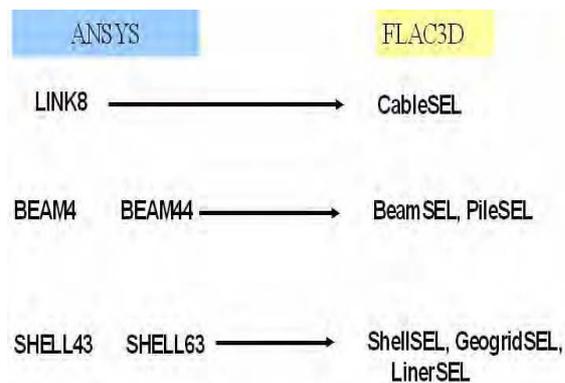


圖 10 ANSYS 與 FLAC 3D 對應之結構元素

4.4 邊坡穩定假設案例

茲利用輔助程式來進行假設案例之模擬。假設案例係考慮一高度為 9m 之邊坡，坡角約 45 度。其地層基本參數為：體積模數(bulk modulus)200MPa、剪力模數(shear modulus)100MPa、摩擦角(friction angle)45 度、凝聚力(cohesion)100kPa、張力極限(tension limit)100kPa。以下為輔助分析程式之應用過程。

1. 建構模型：輸入案例所需模型之地形資料。
2. 參數設定：輸入地層材料參數。
3. 邊界條件：給予地層適當的束制及初始條件等。
4. 求解：可直接由 FLAC 3D 進行分析計算，並設定所需求解之時間等。
5. 結果輸出：可設定所需繪出之圖形，並匯出 txt 格式之檔案，如圖 12 所示。

```

:建構部份
gen zone radcyl &
p0 0 0 25 p1 add 80 0 0 p2 add 0 0 -25 p3 add 0 80 0 &
dim 24.5 24.5 12 12 ratio 1 1 1 1.1
gen zone radcyl &
p0 0 0 0 p1 add 80 0 0 p2 add 0 0 -15 p3 add 0 80 0 &
dim 12 12 12 12 ratio 1 1 1 1.1 fill size 5 7 10 10
gen zone brick &
p0 0 -40 -15 p1 add 12 0 0 p2 add 0 40 0 p3 add 0 0 15 &
size 5 12 7
gen zone brick &
p0 12 -40 -15 p1 add 68 0 0 p2 add 0 40 0 p3 add 0 0 15 &
size 10 12 7 ratio 1.1 1 1
gen zone brick &
p0 12 -40 0 p1 add 68 0 0 p2 add 0 40 0 p3 add 12.5 0 25 &
p4 add 68 40 0 p5 add 12.5 40 25 p6 add 68 0 25 p7 add 68 40 25 &
size 10 12 10 rat 1.1 1 1

:材料參數
mod mo
pro bulk 2e8 she 1e8 fric 45 coh 1e6 ten 1e6

:邊界條件
fix x range x -.1 .1
fix x range x 79.9 80.1
fix y range y -40.1 -39.9
fix y range y 79.9 80.1
fix x range z -15.1 -14.9
fix y range z -15.1 -14.9
fix z range z -15.1 -14.9
set g 0 0 -10

:求解
step 4000
solve
save sl_eq.sav
    
```

圖 12 命令輸出檔案

數值分析之後處理結果說明如下。圖 13 係假設案例之格網模型，圖 14 為所計算出之邊坡位移圖(視點 20,0,50)，圖 15 是邊坡之超額孔隙水壓圖(視點 0,0,0)，圖 16-18 分別為邊坡在 x、y、z 方向之速度(視點 20,0,50)。

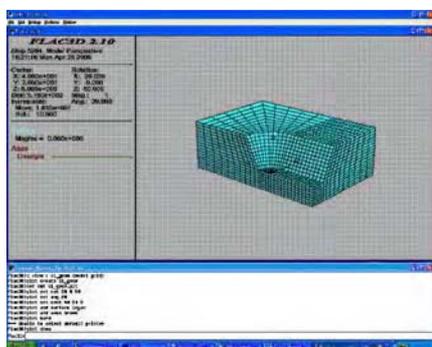


圖 13 假設邊坡之基本格網模型

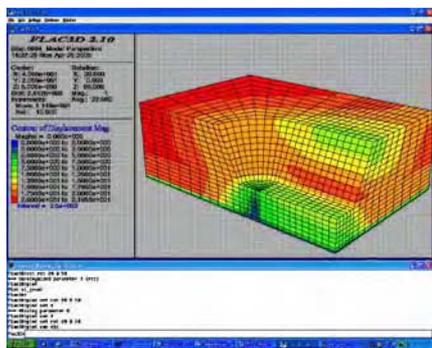


圖 14 假設邊坡之位移圖(視點 20,0,50)

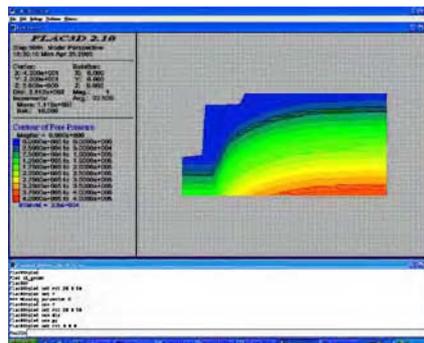


圖 15 假設邊坡之孔隙水壓圖
(視點 0,0,0)

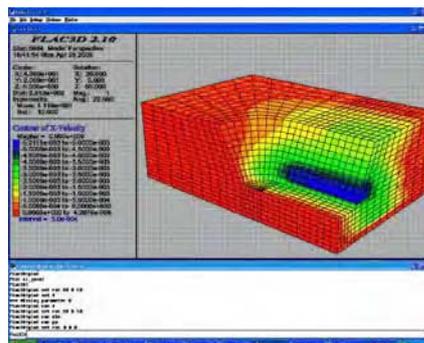


圖 16 假設邊坡之 x 方向速度
(視點 20,0,50)

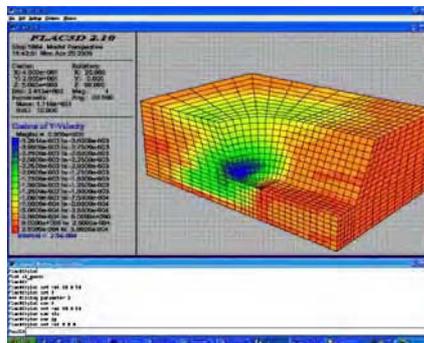


圖 17 假設邊坡之 y 方向速度
(視點 20,0,50)

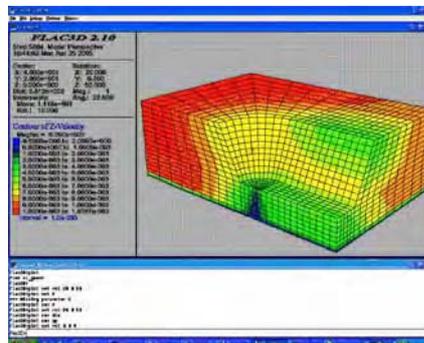


圖 18 假設邊坡之 z 方向速度
(視點 20,0,50)

5. 結論與建議

由於 FLAC 3D 之前處理相較於其他分析軟體而言較不易操作，故本文利用 Visual Basic 軟體開發一簡易之輔助分析程式，將 FLAC 3D 之基本命令利用 Visual Basic 程式加以視窗化。經由假設案例驗證操作之過程，證實所開發出之輔助視窗程式操作良好。

初步完成之輔助分析程式可以協助使用者有系統的建立簡單模型，再使用 FLAC 3D 程式進行分析計算，但尚有更高階功能的指令尚未建構完善，後續研究可針對這點進行程式架構之改進。

誌謝

本文係在國科會計畫「坡地災害潛勢、觀測與預警技術之研究(二)－子計畫：多孔介質彈性力學與生態工法在邊坡穩定上之應用研究(2/3)NSC-94-2625-Z-216-001，計畫主持人：呂志宗，起迄年月：2005/8/1~2006/7/31」補助下所完成，特此申謝。

參考文獻

1. 陳志昌，「FLAC 程式應用於土壤邊坡穩定分析」，碩士論文，國立中央大學土木工程研究所 (2001)。
2. Cala, M. and Flisiak, J., "Complex Geology Slope Stability Analysis by Shear Strength Reduction", *FLAC and Numerical Modeling in Geomechanics*, Brummer *et al.*(eds.), pp. 99-102 (2003).
3. Dawson, E.M., Roth, W.H. and Drescher, A., "Slope Stability Analysis by Strength Reduction," *Geotechnique*, Vol. 49, No. 6, pp. 835-840 (1999).
4. Cala, M. and Flisiak, J., "Slope Stability Analysis with FLAC and Limit Equilibrium Methods," *FLAC and Numerical Modeling in Geomechanics-2001*, pp. 111-114 (2001).
5. 黃添坤，「有限元素法於邊坡穩定分析之應用」，中國土木水利工程學刊，第12卷，第4期，第695-702頁 (2000)。
6. Duncan, J.M., "Limit Equilibrium and

Finite-Element Analysis of Slopes," *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 122, No. 7, pp. 577-596 (1995).

7. 劉泰維，「物件導向技術運用於空間結構分析之研究」，碩士論文，中華大學土木工程研究所 (1999)。
8. 林子軒，「土木結構修復補強知識管理與資源決策輔助資訊系統之研究」，碩士論文，國立交通大學土木工程研究所 (2003)。
9. Itasca Consulting Group, Inc., "Fast Lagrangian Analysis of Continua in Dimensions," *User's Manual*, Version 2.0, Minneapolis, Minnesota, U.S.A. (2003).
10. 陳精一，蔡國忠，「電腦輔助工程分析 ANSYS 使用指南」，全華科技圖書股份有限公司，台灣台北 (2001)。
11. 溫宗正，林瑞森，齊敬仁，「Microsoft Visual Basic 6.0 程式設計開發指南」，華彩軟體股份有限公司，台灣台北 (2001)。

The Development and Application of Auxiliary Software of FLAC 3D

John C.-C. Lu and Yi-hsing Chou
*Department of Civil Engineering and
Engineering Informatics
Chung-Hua University
Hsinchu 30012, Taiwan, R.O.C.*

Abstract

Based on the finite difference software FLAC 3D, this windows interface auxiliary software is developed by using ANSYS and Visual Basic to analyze the slope stability problems. The software is used to simplify analysis procedures of the preprocessor of FLAC 3D. Besides, Surfer is the implemental software to deal with the digital data construction of topography. An example is presented to examine this software. The results are helpful for slope stability related studies.

Keywords: FLAC 3D、ANSYS、Visual Basic、Surfer



中華民國力學學會 第二十九屆全國力學會議 論文集(二)

(C)土壤與岩石力學 (D)結構力學
(E)固體力學 (F)實驗力學



主辦單位：中華民國力學學會、國立清華大學

承辦單位：國立清華大學動力機械工程學系

協辦單位：行政院國家科學委員會工程技術發展處工程科技推展中心、財團法人國家實驗研究院高速網路與計算中心、財團法人工業技術研究院、財團法人工業技術研究院能源與資源研究所、上銀科技(股)公司、中興大學機械系、台灣大學機械系、光陽工業(股)公司、均豪精密工業、虎尾科技大學、長榮航太(股)公司、美商麥格尼軒公司、高僑自動化公司、龍華科技大學

中華民國九十四年十二月十六、十七日

公路邊坡生態工法之互動式電腦輔助教學軟體的設計

呂志宗 張君平

中華大學土木與工程資訊學系

摘要

本文是以公路邊坡生態工法為案例探討對象，自行開發設計出網路化互動式多媒體教學系統。本教學系統係結合文字、圖片、動畫及音訊等，配合其他輔助設計軟體，製作出活潑、有趣的互動式學習環境，使教學內容呈現多媒體化。本教學系統共介紹台灣中北部 14 個相關之工程案例，最後亦設置網路問卷以及網上測驗題，可讓學習者進行自我評量，瞭解自我學習成效，亦可作為改進本教學系統之依據。本教學系統有助於公路邊坡生態工法之應用推廣，並有助於數位學習概念之實現。

關鍵詞：多媒體教學、公路邊坡、生態工法

1. 前言

早期電腦科技資訊尚未發達時，教學方式是以老師口述、利用黑板與粉筆等傳統教學方式為主。因此，學生們必須去學校教室盯著黑板，聆聽老師的課程傳授，才能獲得專業知識。然而因為某些因素致無法到校上課的學生，可能會因沒有去聽課，課業就因此趕不上進度；某些情況是有些性質比較艱深或枯燥乏味的科目，若是採用傳統的教學方式，較無法引起學生的學習興趣，因而影響了學習成效。

隨著電腦網路科技的進步，網路多媒體教學已可改善上述這些問題。經由規劃設計之網路課程，已可將教材設計得活潑有趣，以提升學生的學習成效。此外，將課程教材放置於網路上，還可以讓學生隨

時隨地進行線上學習，不管何時何地，只要有電腦及網路，即可進行學習。

近年來由於生態與環境保育意識的抬頭，土木工程之規劃、設計與營造，已需導入生態保育的概念，所營造的結構物除了應考量其安全性以外，更需有生態保育的觀念，因而有了『生態工法』之需求。

生態工法是無法予以完全標準化的，工程人員必須因地制宜，就地取材，因此案例學習是非常重要的學習方法之一。本文是擬以公路邊坡生態工法為研究主題，因此選擇台灣中、北部地區九條公路及一條一般道路上之十五處邊坡，作為案例介紹對象，使學習者獲得案例學習的益處。本研究係以 Flash MX 2004 軟體、Dreamweaver MX 2004 軟體及其他輔助之設計軟體，建構出邊坡生態工法之網路化互動式多媒體教學系統。

2. 多媒體教學與生態工法

2.1 多媒體教學

多媒體(Multimedia)是指文字、圖形、影像以及聲音等多種資訊媒體的表現和傳播方式，多媒體技術是以電腦技術為核心，將多種資訊進行統合處理的一種技術。多媒體技術與其他媒體相較，多媒體技術具有交互性強、傳輸訊息量大、速度快、使用便利和多重感官刺激等的優勢。將多媒體技術應用於教學，可使教學更具有直觀、交互、集成、可控制、及可編輯性等特點。

高品質的教學媒體一定得經過審慎的設計，且常需引用多種媒體於所設計之

教學教材中。根據文獻[1]的研究發現，只要是經過審慎設計的高品質教學媒體，定能引致以下所示之良好的教學與學習成效，包括：1. 教學內容的選擇與組織更精緻。2. 教學更標準化。3. 教學更有趣。4. 使學習具有互動性。5. 能在較短的學習時間內獲致學習成效。6. 提昇學習品質。7. 教學可依需要隨時進行。8. 可加強個人對於學習內涵與過程的正面態度。9. 提昇教師角色的重要性。由此可知，教學內容與教學媒體等之改進，是教育領域之重要課題。

根據文獻[2]的記載，鄉下學校為彌補教師和設備之不足，反而較願意嘗試遠距教學的方式。由文獻[3]知，1934年美國愛荷華州立大學率先使用電視製作教學課程；1960至1980年代，美國伊利諾大學曾首次利用電腦播放教學畫面，開啟了電腦輔助教學之發展時期；同時期，源於美國國防部的網路建設，也擴展成無遠弗屆的全球資訊網。1990年代電腦的普及與網際網路的蓬勃發展，將傳播與遠距教學推向網際網路與多媒體結合的新紀元。這種非面對面的遠距教學方式，正方興未艾中。

利用電腦網路與遠距教育所形成的教學環境，具有如下所述之特性[4]：1. 學習途徑開放化。2. 學習方式多樣化。3. 資訊流通全球化。4. 學習進度個別化。5. 教學對象普遍化。6. 學習空間分散化。7. 學習時間即時化。國內自1994年成立國家資訊通信基礎建設推動專案小組以來，即積極規劃高速網路、應用實驗平台及三套遠距教學實驗系統。1997年起曾實施為期四年的「遠距教學中程發展計劃」。1999年則進一步開放大專院校辦理「非同步網路遠距教學」，並承認其學分。根據教育部電算中心的統計，90學年度計已開設一百多門同步教學與非同步教學課程，選修人數超過數千人。由此可知，網路教學已逐漸成為各校的重點發展項目。

2.2 生態工法

生態工法之廣義內涵為：「對於環境

中各種自然生態與生物棲地的尊重，所作的環境保存、維護、永續利用、復舊及改良工程，包含以生物與非生物材料之最適當應用，以達到環境之和諧性。」[5]

生態工法之狹義內涵則是：「採用天然資材為主要材料，以融合周邊地形自然景觀，減少生態環境的衝擊為設計理念，構築可供動植物棲息、營造生物多樣性的生存空間，創造兼具防災及生態復育功能之工法。」[5]

行政院公共工程委員會生態工法諮詢小組曾於2002年8月研擬生態工法定義，其定義為：「基於對生態系統之深切認知與落實生物多樣性保育及永續發展，而採取以生態為基礎、安全為導向的工程方法，以減輕對自然環境所造成的傷害。」

以下是行政院公共工程委員會所提出之道路邊坡處理原則：1. 最少的開挖及回填量。2. 避開不穩定地質區域。3. 避免以高填土路堤邊坡方式興建道路。4. 避免破壞邊坡生態系統的連貫性及整體性。5. 地區環境整體考量，避免在別處造成二次環境傷害。6. 最少的混凝土，盡量採就地取材原則。7. 將生態及景觀納入坡面及坡趾擋土設施考量。8. 妥適處理邊坡排水問題，以強化邊坡，減少坡面整治。

生態工法起源於歐洲，且在歐美及日本，已有數十年的發展與推行經驗。然而生態工法在台灣推動不過僅僅數年而已，僅在起步階段，有許多迷思必須尚待破除：

1. 生態工法並非是絕對安全的

世界上沒有一種構造物或是工法是絕對安全、不會損壞的。再多麼完美的設計與施工，最後還是可能經不起大自然的考驗。因此，工程師務必要改變「工程萬能、人定勝天」的觀念。應該要順應自然避開潛在高風險災害地區，才是上策。

2. 生態工法不是完全否定混凝土

混凝土並不是完全否定的，而是減少

使用的。其實它是增強結構物強度的最佳材料，適時的利用它可以達到安全與生態的目標。

3. 生態工法不是萬靈丹

生態工法絕非萬能的，在台灣也有許多失敗的案例。應該利用「因地制宜、就地取材」的概念，視當地地質條件決定運用何種設計工法以達到安全的目標。

生態工法在台灣僅推行數年，仍然有很大的進步空間，吸取他國長處，但不能照單全收。最重要的是必須要破除前面所述的三大迷思。如此一來，生態工法應用於道路工程時，才能兼顧安全、生態、景觀這三大重要原則。

3. 網路化互動式多媒體教學系統

3.1 本教材適用對象與學習案例

本教材適用對象可包括對邊坡工程有初步概念或認知之非土木相關科系的大學生與研究生。本研究是以公路邊坡生態工法為主題，共選擇台灣中、北部地區九條公路及一條一般道路上共 14 處邊坡生態工法案例加以介紹，案例地點如表 1 所示。希望能藉此數位化教材之建構，讓學習者了解邊坡生態工法之概念、基本精神、及生態工法之設計原則等等。

3.2 教材編輯流程與教學系統環境導覽

網路化互動式多媒體教學教材的建構，包括資料分析、腳本撰寫、場景編輯、動畫製作、組織架構設定、效果與指令設定、影片測試、內容勘誤、網路問卷、網頁製作、測驗題設置、與測驗結果分析等步驟。如網路問卷結果不佳，影片測試與內容有誤，則需回到場景編輯階段繼續做修改，直到滿意為止，如圖 1 所示。

表 1 十四處公路邊坡案例說明表

案例名稱	公路位置	所在縣市	施工方法
北安路501巷雞南山邊坡整治工程	一般道路	台北市中山區	疊塊式模鑄面板擋土牆
台 110 縣道 32K+700段納莉颱風崩坍地修復工程	台 110 縣道 32K+700	台北縣三峽鎮	加勁擋土牆
省台三線80.2K附近打樁編柵邊坡修復工程	台 3 線省道 80.2K附近	新竹縣北埔鄉	打樁編柵
木柵路五段西側擋土牆植栽工程	台 106 縣道 37K附近	台北市文山區	格框客土袋植生
茄苳景觀大道 3K附近景觀式重力擋土牆	尚無公路編號	新竹市香山區	景觀式重力擋土牆
茄苳景觀大道 4K處格框客土袋植生	尚無公路編號	新竹市香山區	格框客土袋植生
茄苳交流道附近公路邊坡	國道3號茄苳交流道	新竹市香山區	鋪設植生稻草蓆
苗 61 線打樁編柵工法	苗 61 鄉道	苗栗縣泰安鄉	打樁編柵
苗 58 線石籠護坡	苗 58 鄉道	苗栗縣泰安鄉	石籠擋土牆
台 149 縣道 18K附近掛網噴植法邊坡整治	台 149 縣道 18K附近	南投縣竹山鎮	掛網噴植法
台 149 乙線 6K+250~500打樁編柵植生工程	台 149 乙縣道 6K+250~500之間	雲林縣古坑鄉	打樁編柵與砌石牆
台 149 甲線 36.1K附近石籠護坡	台 149 甲縣道 36.1K附近	雲林縣古坑鄉	石籠擋土牆
台 149 甲線 44.5K附近石籠護坡	台 149 甲縣道 44.5K附近	雲林縣古坑鄉	石籠擋土牆
嘉義梅山149甲縣道54.5K附近砌石擋土牆	台 149 甲縣道 54.5K附近	嘉義縣梅山鄉	砌石擋土牆

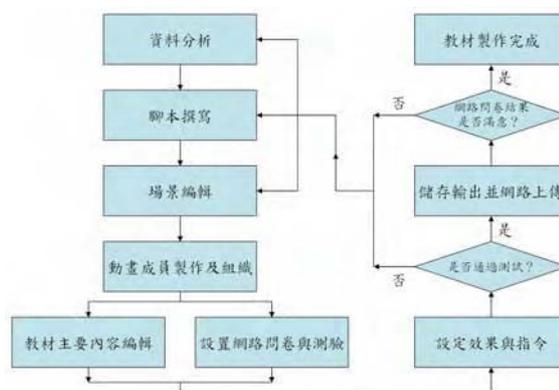


圖 1 教材製作流程圖

啟動 IE 瀏覽器，輸入網址 <http://www.cc.chu.edu.tw/~m9204030/> 後，即可進入本教學系統的首頁，如圖 2 所示。在主頁框部分是標題小動畫與照片瀏覽器。本照片瀏覽器是以 Flash 製作，並採用百葉窗的方式串場，其第一張圖片內容是說明生態工程的範疇，而第二張圖片之內容為生態工法與環境破壞之關聯性說明，之後的第 3 張到第 16 張照片是所選擇之十四處邊坡案例的現地照片，照片瀏覽器下方為背景音樂撥放器。



圖 2 公路邊坡生態工法教學網站首頁

在首頁的課程清單部分共列出九大項目，內容分別為：生態工法概論、生態工法介紹、加勁擋土牆設計分析簡介、工程斷面圖、生態工法案例介紹、邊坡植生植物介紹、影音視訊、網路問卷與試題測驗、以及參考文獻等。

在課程內容方面，本教學系統的課程分為主要課程教學、課外補充教學及課後成果驗收等三大部分。在主要課程教學內容部分，包含生態工法概論、生態工法介紹、加勁擋土牆設計分析簡介、工程斷面圖、生態工法案例介紹等；而課外補充內容部分則包括邊坡植生植物介紹、影音視訊等。

3.3 課程內容說明

3.3.1 課程編號 A

本課程包含何謂生態工法、生態工法

發展歷程、道路邊坡生態工法的內涵與原則、及生態工法成功要件與檢討等四項主題，如圖 3 所示。



圖 3 生態工法概論主選單畫面

動畫開始時是有個老師在黑板寫出此四項主題，再以選按瓢蟲按鈕方式進入此四項主題的個別詳細內容。其中在生態工法發展歷程方面，擊點此項按鈕後就會在黑板前出現鴨子工讀生將電視拉出，並顯示該項目的詳細內容。點選電視的「上一幕」或「下一幕」按鈕就會顯示所安排之畫面內容。

3.3.2 課程編號 B

此部分是介紹一般公路邊坡治理常用的工程方法，吾人將之歸納為擋土工程工法與植生工程工法兩部分作說明。

擋土工程工法內容介紹包括：1. 加勁擋土牆；2. 砌石擋土牆；3. 石籠擋土牆；4. 格框擋土牆。各項擋土牆的介紹包含：示意圖、施工原則、優劣點、適用範圍、生態配合度與現場案例照片等。圖 4 為加勁擋土牆示意圖，其中包括施工原則與優缺點比較。

植生工程工法內容介紹包括：1. 格框客土袋植生；2. 挖穴鋪網植生；3. 鋪設植生草袋植生；4. 植生鋼網框格；5. 掛網噴植法；6. 蜂巢式格框植生；7. 打樁編柵工法。在各項擋土牆的介紹項目包含有：示意圖、施工原則、施工步驟、優劣

點、適用範圍與現場案例照片等項目等。



圖 4 加勁擋土牆施工原則與優缺點比較

3.3.2 課程編號 C

此部分內容包含加勁擋土牆的簡介、設計分析所用到的各項參數解說、分析步驟與習題講解等部分。編輯背景描述部分是先進入一小段文字動畫，之後出現一本印有「加勁擋土牆—設計分析手冊」字樣的書，如圖 5 所示，並可以滑鼠翻頁閱讀。



圖 5 加勁擋土牆—設計分析手冊畫面

3.3.4 課程編號 D

此部分內容是根據台北三峽 110 縣道 32K+700 段納莉颱風災害崩坍地修復工程，以及台 3 線省道 80.2K 附近納莉颱風災害崩坍地打樁編柵修復工程所繪製之工程斷面圖。

前者的工程設計圖內容包含擋土牆的標準斷面圖、施工步驟示意圖、格網轉角及末端回包示意圖、圓型與扁型速排籠基本施工法、複合式加勁植生格網毯標準

圖、複合式加勁植生格網剖面圖、複合式加勁植生格網毯施工圖等，如圖 6 所示。



圖 6 台 110 縣道 32.7K 附近加勁擋土牆工程設計圖彙整表

後者台 3 線省道 80.2K 附近包含工址示意圖、掛網噴植草種及打樁編柵標準展開圖、崩塌面編柵植生工法示意圖、坡頂蝕溝施工斷面示意圖、陡溝平面圖及其斷面圖、乾式噴植草種示意圖、鋪網平面圖、及打樁編柵工法示意圖等。若以台 3 線省道 80.2K 附近納莉颱風災害崩坍地打樁編柵修復工程案例之陡溝平面圖選項為例，點選灰色松鼠後就會顯示所欲瀏覽之畫面。藉由本項課程之設計安排，可讓學習者獲得前人之工程設計經驗。

3.3.5 課程編號 E

本單元介紹台灣中北部地區九條公路及一條一般道路上共十四處邊坡之案例資料，道路之詳細資料如表 1 所示。教材呈現盡量予以標準化，其內容包含工址位置及所屬公路等級、治理緣起、施工概述、目前現況、及案例照片等。

開始時會先進入文字動畫，並出現一張台灣地圖，選擇地區包括台灣中部與北部地區，點選以後就會出現該地區各個案例位置的地圖，圖 7 圖示台灣北部地區之案例位置圖，只要點選就可以呈現該案例的資料。茲以台北三峽案例為例加以說明，點選進入之後就會出現該案例所在的

能夠使您印象更加深刻。

表 2 問卷調查內容

問題	非常同意	同意	尚可	不同意	非常不同意
1. 您對本網站之生態工法相關課程內容的高意程度為何?	<input type="radio"/>				
2. 您對本網站之生態工法介紹課程內容的高意程度為何?	<input type="radio"/>				
3. 您對本網站上編設計分析課程內容的高意程度為何?	<input type="radio"/>				
4. 您對本網站之案例介紹課程內容的高意程度為何?	<input type="radio"/>				
5. 您對於遠端購物內容的高意程度為何?	<input type="radio"/>				
6. 您對於遠端購物內容的高意程度為何?	<input type="radio"/>				
7. 您對本網站之教材內容呈現順序是否學習容易之高意程度為何?	<input type="radio"/>				
8. 您對本網站之內容與課程內容之高意程度為何?	<input type="radio"/>				
9. 您對本網站之內容來源, 能聯繫學習的興趣與注意高意程度為何?	<input type="radio"/>				
10. 本網站除了動畫、文字、音訊、影像等媒體, 對於學習效果之提升高意程度為何?	<input type="radio"/>				
11. 您對本網站之圖畫、後置、向上、輸出、向上等單字等之細細高意程度為何?	<input type="radio"/>				
12. 您對本網站之圖片或影片高意程度為何?	<input type="radio"/>				
13. 您對本網站之動畫製作之文字字體大小、動畫畫面之清晰度之高意程度為何?	<input type="radio"/>				
14. 您對本網站之網頁製作編輯(含圖片、音樂、文字)之高意程度為何?	<input type="radio"/>				
15. 您對本網站教材編輯整體的創造性高意程度為何?	<input type="radio"/>				
16. 您對本網站教材的整體高意程度為何?	<input type="radio"/>				
17. 請將您在問卷的第一部分所得成績填入以下表格(僅供答題確認用): 正確!					

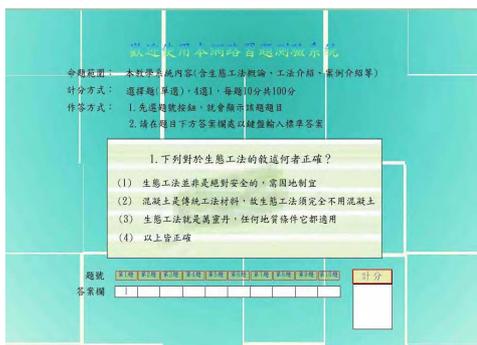


圖 9 網路試題測驗第一題畫面

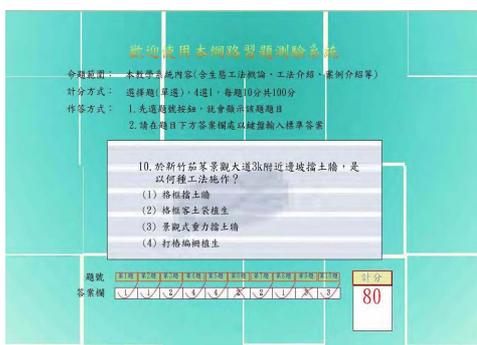


圖 10 點選計分欄即可顯現成績

5. 網路問卷

本研究亦對自行開發設計之網路化互動式多媒體教學系統進行網路問卷調查，此問卷調查共分為 17 個調查項目，等級由「非常同意」至「非常不同意」，共分為 5 個等級。本網路問卷編擬方式是以採用字簡單、定義清楚為原則，且涵蓋調查數位學習及對生態工法認知有關的所有範圍，詳見表 2 之說明。

為提升問卷的有效性與正確性，網路問卷的驗證是相當重要的。使用者在填寫問卷時，難免會有漏答或跳題的現象，致影響問卷的準確性及有效性，故以 Dreamweaver 軟體編輯網路問卷時，下載一套名叫 checkform.mxp 的程式，此程式為 Dreamweaver 的擴充程式，檔案大小僅 19KB，係免費下載使用的軟體，其主要的功能是作表單驗證的工作。使用此程式時，使用者在答題過程中如有發生漏答的情形，按下送出鈕以後，系統就會告知何題尚未作答，如此可改善題目漏答的情形，進而增加問卷的準確性。

答題的題號：
說明：
1. 本問卷為非正式問卷，測驗所得成績僅供學習研究參考用，不對外發布，絕對不影響您的學業成績或考績。希望您能將測驗結果如實地填入下面表格，以讓教材設計者檢討的依據，感謝您的合作！
2. 請將答題的題號填入下列表格(如您答錯了第一、第四及第七題，即填入 1、4、7，於此題號)；如十題全數答對，即填入“滿分”一詞。

根據 51 位學習者問卷回傳結果可知，整體而言，對於上網學習本教學教材時，其體認與觀感都給予相當高的評價。對於各項調查項目正面的評價方面(非常滿意~滿意)普遍佔總問卷人數百分比約為 80%以上，其中在非常滿意的部分約佔總問卷人數百分比 40%~60% 之間。而在評價為尚可的部分約佔 25%以下。惟在第十一項調查項目中，正面評價只有 67%，而評價為尚可者約佔 31%，可見本教學系統在這項調查項目方面表現平平，為應需要加強的地方。而在負面的評價(不滿意~非常不滿意)部分約佔 2%，本系統已經針對此部分的缺失作改善。

6. 結論

經由以上之研究，獲致以下結論：

1. 所研發之生態工法網路輔助教學教材，係花費近兩年的時間蒐集相關之案例與文獻，選定台灣中、北部地區共十四處公路邊坡所使用生態工法的相關案例資料，以增進研究成果之實用價值。
2. 在教材製作理念方面，是以寓教於樂為原則，故在每個教學單元之前，均

安排一個簡短的動畫，以吸引學習者的目光。另外，本教學系統改變了傳統 PowerPoint 投影片簡報方式，係以滑鼠翻頁方式呈現教材內容為主軸，讓學習者感受到在電腦螢幕前也能有書香氣息，不再是上一張、下一張的傳統投影片之教材呈現方式。

3. 根據 51 位學習者回傳統計結果知，51 位學習者測驗成績為 80.2 分。換句話說，10 題測驗題中平均答對了 8 題，故成績評等為 B 級，可見學習成效良好。

誌謝

本文係在國科會計畫「坡地災害潛勢、觀測與預警技術之研究(二)-子計畫：多孔介質彈性力學與生態工法在邊坡穩定上之應用研究(2/3) NSC-94-2625-Z-216-001，計畫主持人：呂志宗，起迄年月：2005/8/1~2006/7/31」補助下所完成，特此申謝。

參考文獻

1. Kemp, J.E. and Smellie, D.C. *Planning, Producing, and Using Instructional M.E.D.I.A.*, 6th ed., Harper & Row. Publishers, Inc., (1989).
2. Heinich, R., Molenda, M., Russell, J.D., and Smaldino, S.E., *Instructional Media and Technologies for Learning*, 7th ed., Pearson Education, Inc., (2002).
3. 施大偉，張淑滿，馬成珉，「學校導入網路教學環境之實作策略分析—以私立大學為例」，遠距教育國際學術研討會論文集，臺北：空中大學、臺灣大學，第 147-160 頁 (2003)。
4. 鄭建良，「電腦網路在中小學遠距教育之應用探討」，資訊與教育雜誌特刊，第 111-118 頁 (1997)。
5. 吳輝龍，「台灣治山防災推動與展望」，台日治山防災與環境生態研討會論文集，台中，第 8 頁 (2004)。

The Design of the Internet-Based Interactive Multimedia Instruction on Road Slope Ecological Engineering Method

John C.-C. Lu and Jun-Ping Zhang
Department of Civil Engineering and
Engineering Informatics
Chung-Hua University
Hsinchu 30012, Taiwan, R.O.C.

Abstract

The teaching materials on road slope ecological engineering methods are completed with the help of internet-based interactive multimedia techniques. This software helps to popularize the concept of the ecological environment protection, and it demonstrates the advantages of road slope ecological engineering methods. The presented multimedia teaching material integrates text, video, animation, graphic, image and 3D effect, etc., to introduce the road slope ecological engineering method. The organized web designed to introduce the basic concepts and principles of road slope ecological engineering methods. There are 14 application cases of road slope ecological engineering methods around the middle and northern Taiwan are demonstrated. The users can get the fundamental concepts of road slope ecological engineering methods following step-by-step self-learning processes. Questionnaires are completed by students to have an improvement of the presented teaching material. Students may understand the results of self-learning by the self-testing system on the internet. This software helps to popularize the concept of road slope ecological engineering methods and can enhance the contents of E-learning.

Keywords: Multimedia Teaching、Road Slope、Ecological Engineering Method



中華民國力學學會 第二十九屆全國力學會議 論文集(二)

(C)土壤與岩石力學 (D)結構力學
(E)固體力學 (F)實驗力學



主辦單位：中華民國力學學會、國立清華大學

承辦單位：國立清華大學動力機械工程學系

協辦單位：行政院國家科學委員會工程技術發展處工程科技推展中心、財團法人國家實驗研究院高速網路與計算中心、財團法人工業技術研究院、財團法人工業技術研究院能源與資源研究所、上銀科技(股)公司、中興大學機械系、台灣大學機械系、光陽工業(股)公司、均豪精密工業、虎尾科技大學、長榮航太(股)公司、美商麥格尼軒公司、高僑自動化公司、龍華科技大學

中華民國九十四年十二月十六、十七日

深層溫泉開發所引致之地層力學行為的暫態閉合解 — 考慮孔隙水與固體介質為可壓縮

呂志宗¹ 林鳳彩²

¹ 中華大學土木與工程資訊學系

² 國立高雄海洋科技大學造船工程系

摘要

本文引用孔隙水與固體介質可壓縮之 Biot 多孔介質彈力理論，並於理論模式中考慮熱量傳輸效應的影響，建立深層溫泉開發所引致地層力學行為變化之數學模式並加以解析。分析模式中，因不考慮地表邊界的影響，故將溫泉地層模擬無限域地層；有關地層之力學、滲流與熱流性質等均模擬為等向性情況，並引用牛頓第二運動定律、虎克定律、質量守恆定律、達西定律、能量守恆定律及熱傳導定律等自然律，建立問題之基本方程式，再以積分轉換方法加以解析，研討出單井溫泉開發所引致之地層力學行為變化的暫態閉合解。

關鍵詞：溫泉、多孔介質、無限域、暫態閉合解

1. 前言

溫泉的開發，從早期的農漁業用途，演變至今已轉變成高度的商業化用途。台灣目前溫泉的經營開發，其功能訴求主要是著重在能消除疲勞及擁有特殊的療效等。溫泉業的抬頭及溫泉的開發利用，雖然對於振興觀光事業、維護國民健康等有重大的助益，但其對於地層所產生的力學行為變化與熱流暨滲流平衡破壞等之影響，則仍有待深入探討，此為本文之研究重點。

溫泉觀光業是政府極力推廣的觀光

產業之一，然而根據學者專家們的研究得知，台灣地區現有的溫泉開發實已逐漸達到飽和，許多業者皆反應已無法取得足量的溫泉水源，而必須以非溫泉水源替代、過濾回收或化學製造等方式供應溫泉，亦即許多台灣地區的溫泉實際上均已呈超量開發。因此，台灣地區各地的溫泉現況，應有必要定期以科學化的調查方式，建立相關的資料庫，以供政府相關決策單位參考。溫泉也是地下水的一種，若是超量開發，一樣也是會有地質災害的危險，只因溫泉抽水區的地質條件較佳或因人煙稀少等因素，而較常被人們所忽略，但是亦應未雨綢繆，瞭解抽取溫泉所可能引致的地層力學行為變化等問題，以防範於未然。

本文擬以數理解析的方法，建立溫泉抽水問題之數學模式，再引用積分轉換方法加以解析。數學模式中，係將地層模擬為均質等向之多孔介質，所研討出之解為與時間有關之暫態 (Transient State) 情況下的閉合解 (Closed-Form Solution)。

2. 文獻回顧

由文獻[1]之記載得知，溫泉一般是指由地下湧出的泉水且其溫度高於人體的體溫者。但是，另有一種解釋是說，只要泉水溫度高於當地平均溫度 5°C 以上者亦可稱為溫泉。實際上各國對溫泉的認定仍有差異，例如美國認定 21°C 以上之泉水即為溫泉，義大利等歐洲國家則認定 20°C

以上的泉水才是溫泉，而日本、南非等國則將水溫高於 25°C 的泉水定義為溫泉。

2005 年 7 月 22 日經濟部水利署「經水字第 09404605610 號令」[2]所訂定溫泉標準第二條中有規定，符合標準之溫水，係指溫泉露頭或溫泉孔口測得之泉溫為攝氏三十度以上且泉質符合下列各款之一者：

1. 溶解固體量：在五百 (mg/L) 以上。
2. 主要含量陰離子：碳酸氫根離子 HCO_3^- 二百五十 (mg/L) 以上、硫酸根離子 SO_4^{2-} 二百五十 (mg/L) 以上或氯離子 (含其他鹵族離子) Cl^- 二百五十 (mg/L) 以上。
3. 溫度未達攝氏三十度，但水質符合礦物質標準者，也可稱為溫泉。

由文獻[3]得知，溫泉主要是由降水、河水及湖泊水等地面水滲入地下，在深處加熱後，再循環上昇至地面所形成。因此，必須在適當地質與地形條件下，始能促成地下水進入深循環而產生溫泉。

一般而言，形成溫泉的理想條件包括適宜的地質構造或岩層，如多孔隙具高透水性或具破碎的岩層、深長裂隙或斷層帶，以提供水循環的通路；另外，須有充沛的降雨量與地下水源，以及較高的地溫梯度，作為溫泉水的熱源。亦即「熱源」、「通路」及「水源」為溫泉形成的三大要素[4]。

近年來，台灣地區之溫泉開發，已逐漸普及至住宅社區，且其社區溫泉擬鑽鑿深度常深達千餘公尺。實際上，各界對開鑿如此深的溫泉井均尚無法保證一定能夠永續經營利用，其主要原因是多數溫泉開發地點之水文地質條件的不確定因素太多所致。這些人為開鑿的溫泉深井，其地表邊界的影響微小，故可將地層模擬為無限域 (Infinite Space) 情況。

作者[5、6]對溫泉抽水問題之探討，已有一定之基礎，本文擬進一步探究深層溫泉開發所引致的地層力學行為變化等之依時 (Time Dependent) 暫態解。溫泉抽水與一般常見的水井抽水類似，但考慮溫泉抽水問題時，還應該考慮熱流效應的

影響。Terzaghi[7]首先引用有效應力觀念 (Effective Stress Concept)，說明地層受外力荷重時土壤的單向度沉陷行為，在 Terzaghi[7]的理論模式中，須先解析出平衡孔隙水壓力，然後再間接計算出地層的壓密沉陷量，故稱之為非耦合 (Uncoupled) 壓密模式。然而 Biot[8、9]所考慮之孔隙水的平衡過程係與固體土壤直接相關，所得出之結果亦被證實較為合理可靠，本文即引用 Biot 三維壓密模式建立基本方程式。Biot[8、9]所建立之三維壓密理論，在學理上亦常被稱之為多孔介質彈性力學理論 (Poro-elasticity)。

為考慮溫泉中之熱流效應的影響，必須在多孔介質彈性力學理論中再加入熱能流動所引致的耦合效應，所建立之基本理論亦可稱為多孔介質熱彈性力學理論 (Thermo-poroelasticity)。以往這方面的研究亦有許多，說明如下。Schiffman[10]首先根據 Biot[8]壓密模式，再引用 Fourier 熱傳導定律與能量守恆定律，探討熱壓密問題；Booker 與 Savvidou[11-13]曾將熱流效應的影響加入 Biot[8]所建立之多孔介質壓密理論中，推導出地層受點熱源、球體熱源以及異向性滲流情況下之多孔介質熱彈性力學問題的解析解 (Analytic Solution)；Amadei 等學者[14]曾探討橫向等向性岩層受應力作用時之閉合解；Aversa 和 Evangelista[15]則對 Neapolitan 地區的黃凝灰岩作過熱膨脹性質的探討；Al-Nimr 以及 Naji[16]曾說明沉積岩等具有橫向等向性之熱能傳輸現象；Lu、Chiu 與 Lin[17]則根據點熱源問題之基本解 (Fundamental Solution)，進一步推導出地層受線熱源作用之解。這些文獻之研究均有考慮熱能效應對地層力學行為變化的影響，可以這些相關研究成果為基礎，進一步探討溫泉抽水所引起的地層力學行為變化等問題。

因係考慮深層之溫泉抽水問題，故地表邊界的影響可以忽略。基於此，本文將地層模擬一無線域情況，而地層之力學性質、熱流性質與滲流性質等皆考慮為等向性 (Isotropy)。數學模式中，以點溫泉抽

水源模擬溫泉抽水的現象；考慮溫泉地層飽和含溫泉水，且溫泉補注充分，使抽出的溫泉與補注的溫泉能保持平衡，以積分轉換方法 (Integral Transform) 研討出當溫泉抽水達穩態平衡時所引致的地層暫態力學行為等之變化。所得出之結果可供作決策單位有依據的科學參考數據，避免不合時宜的溫泉開發規劃。因本文所研討出之解為可用簡單函數表示的暫態閉合解，故也可供數值分析結果的檢查及校正之用，本文之研究成果應具有極高的研究與應用價值。

3. 數學模式

3.1 基本假設

本文所考慮點狀溫泉抽水問題的基本假設如下：

1. 考慮地層為均質之線彈性多孔介質，並將地層模擬為等向性情況。
2. 考慮暫態情況下，與時間有關之地層力學、滲流與熱流行為變化等。
3. 孔隙水滲流符合 Darcy 定律。
4. 熱能之擴散傳輸僅考慮熱傳導現象，暫不考慮熱對流效應的影響，且考慮地層中之微小代表性元素體內的固體介質和孔隙流體具有相同的溫度。
5. 本文是考慮深層溫泉抽水，故模擬溫泉地層為一無限域情況，即不考慮地表邊界的影響。
6. 考慮以穩定速率進行溫泉抽水，即單位時間內所抽出之溫泉熱量與溫泉體積均保持定值。
7. 考慮在抽取溫泉時，地層不受礦物質所引致化學變化的影響。
8. 考慮地層中之溫泉含量豐富，抽取溫泉並不會造成溫泉枯竭情況。

3.2 介質位移、流體壓力與介質溫度變化量方程式

首先介紹問題之數學模式中的基本方程式。本文係擬探討如圖 1 所示之無限域溫泉地層因點抽水所引起的地層力學行為變化等問題。數學模式中之基本方程

式係引用多孔介質熱彈性力學理論，茲以微小之代表性元素體的觀念分析孔隙溫泉地層之力平衡、質量守恆與能量守恆等方程式，且考慮元素中之固體介質和孔隙流體具有相同的溫度。其主要研究對象為固體部分所組成的多孔介質、流經孔隙之流體以及熱量之擴散傳輸現象。孔隙溫泉地層在受外力作用、流體流動或熱能流動時，都會造成孔隙溫泉地層之各項物理量產生變化，例如其體積、應力、溫度、超額孔隙水壓等均會產生變化。在點狀溫泉抽水作用情況下，若讓座標 z 軸通過抽水點，則問題可考慮為軸對稱。當孔隙溫泉地層之應變量很微小時，則孔隙溫泉地層之應變 $\varepsilon_{ij}(i, j = r, \theta, z)$ 和位移 $u_i(i = r, \theta, z)$ 的線性關係式，可以軸對稱圓柱座標 (r, z) 表示為：

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z},$$

$$2\varepsilon_{rz} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}. \quad (1)$$

因問題為軸對稱，故並不會產生環向位移量 u_θ ，亦即 $u_\theta = 0$ 。令作用於溫泉地層之總應力 (Total Stress) 為 τ_{ij} 、作用於固體介質之有效應力 (Effective Stress) 為 σ'_{ij} 、超額孔隙水壓力為 p (壓力為正)、溫泉地層之溫度變化量為 ϑ ，再根據 Terzaghi[7] 的有效應力觀念 $\tau_{ij} = \sigma'_{ij} - p\delta_{ij}$ (δ_{ij} 為 Kronecker delta)，則：

$$\tau_{rr} = 2G\varepsilon_{rr} + \lambda\varepsilon - (2G + 3\lambda)\alpha_s\vartheta - \frac{3(v_u - \nu)}{B(1-2\nu)(1+v_u)}p, \quad (2a)$$

$$\tau_{\theta\theta} = 2G\varepsilon_{\theta\theta} + \lambda\varepsilon - (2G + 3\lambda)\alpha_s\vartheta - \frac{3(v_u - \nu)}{B(1-2\nu)(1+v_u)}p, \quad (2b)$$

$$\tau_{zz} = 2G\varepsilon_{zz} + \lambda\varepsilon - (2G + 3\lambda)\alpha_s\vartheta - \frac{3(v_u - \nu)}{B(1-2\nu)(1+v_u)}p, \quad (2c)$$

$$\tau_{rz} = 2G\varepsilon_{rz}, \quad (2d)$$

其中 $\varepsilon = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz}$ ； $G = E/2(1+\nu)$ 為等向性溫泉地層之剪力模數 (Shear Modulus)， E 與 ν 是等向性飽和溫泉地層

之楊氏係數 (Young's Modulus) 與柏松比 (Poisson's Ratio); $\lambda = 2G\nu/(1-2\nu)$ 是等向性飽和溫泉地層的 Lamé 常數; α_s 則為等向性溫泉地層中之固體介質的線性熱膨脹係數 (Linear Thermal Expansion Coefficient); B 與 ν_u 為 Skempton 孔隙水壓參數與不排水情況下所測得的飽和溫泉地層之柏松比, 若考慮孔隙水與固體介質不可壓縮, 則 $B=1$ 、 $\nu_u=1/2$ 。

作用於溫泉地層之總應力需滿足力平衡方程式 $\tau_{ij,j} + f_i = 0$, 在軸對稱情況下, 力平衡方程式可表為:

$$\frac{\partial \tau_{rr}}{\partial r} + \frac{\tau_{rr} - \tau_{\theta\theta}}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + f_r = 0, \quad (3a)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + f_z = 0. \quad (3b)$$

若不考慮微體力 (Body Force) f_i 的影響, 先將式(1)代入式(2a)-(2d), 再將式(2a)-(2d)代入力平衡方程式(3a)與式(3b)中, 則軸對稱多孔介質熱彈性力學問題之基本方程式可以溫泉地層之位移量 u_i 、溫泉地層之溫度變化量 ϑ 和超額孔隙水壓 p 等表為:

$$G\nabla^2 u_r + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} - G \frac{u_r}{r^2} - \frac{2G(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} - \frac{3(\nu_u - \nu)}{B(1-2\nu)(1+\nu_u)} \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (4a)$$

$$G\nabla^2 u_z + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - \frac{2G(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu} \frac{\partial \vartheta}{\partial z} - \frac{3(\nu_u - \nu)}{B(1-2\nu)(1+\nu_u)} \frac{\partial p}{\partial z} = 0, \quad (4b)$$

其中微分運算子 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$;

溫泉地層之體積應變量 ε 可表為

$$\varepsilon = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}.$$

3.3 流量連續方程式和熱平衡方程式

本文是將均質之溫泉地層模擬為等向性的線彈性多孔介質, 其中孔隙流體的流動和熱能之擴散傳輸等需分別符合質量守恆和能量守恆定律, 如以下所示:

$$\nabla \cdot [n(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s)] + \frac{9(\nu_u - \nu)(1-2\nu_u)}{2GB^2(1-2\nu)(1+\nu_u)^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{3(\nu_u - \nu)}{B(1-2\nu)(1+\nu_u)} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - 3\alpha_u \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + q_w = 0, \quad (5a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{h}_e + m \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \frac{2G(1+\nu)\alpha_s T_0}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - 3\alpha_u T_0 \frac{\partial p}{\partial t} + q_h = 0, \quad (5b)$$

其中 \mathbf{v}_w 與 \mathbf{v}_s 分別為流體與固體之位移速度; $m = (1-n)\rho_s c_s + n\rho_w c_w$, ρ_s 與 ρ_w 分別為固體介質與孔隙水之密度, c_s 與 c_w 分別為固體介質與孔隙水之比熱; \mathbf{h}_e 係熱流率 (Heat Flux); n 是多孔介質之孔隙率; $\alpha_u = \left[\frac{3(\nu_u - \nu)}{B(1-2\nu)(1+\nu_u)} - n \right] \alpha_s + n\alpha_w$, α_w 為孔隙水的線性熱膨脹係數; T_0 是溫泉地層之初始溫度; q_w 、 q_h 分別為單位時間單位體積內自溫泉地層中抽水時所抽取的水體積與熱能。因係考慮溫泉抽水, 且泉水中會含有熱能, 故需同時考慮 q_w 與 q_h 的影響。

溫泉地層中孔隙水的流動需滿足 Darcy 定律, 溫泉地層中之熱傳導現象需滿足 Fourier 定律, 亦即:

$$n(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) = -\frac{k}{\gamma_w} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{\partial p}{\partial z} \mathbf{i}_z \right), \quad (6a)$$

$$\mathbf{h}_e = -\lambda_t \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{\partial \vartheta}{\partial z} \mathbf{i}_z \right), \quad (6b)$$

式中 k 與 λ_t 分別為等向性溫泉地層之滲透係數 (Permeability) 與熱傳導係數 (Conductivity); γ_w 是溫泉水之單位重 (Unit Weight)。

將方程式(6a)、(6b)分別代入式(5a)、(5b), 並考慮單位時間內有 Q_w 體積之溫泉水被抽出, 且其中包含 Q_h 焦耳的熱能, 則可推得另兩個基本控制方程式如下:

$$-\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 p + \frac{9(\nu_u - \nu)(1-2\nu_u)}{2GB^2(1-2\nu)(1+\nu_u)^2} \frac{\partial p}{\partial t}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{3(\nu_u - \nu)}{B(1-2\nu)(1+\nu_u)} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \\
 & - 3\alpha_u \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \frac{Q_w}{2\pi r} \delta(r)\delta(z)u(t) = 0, \quad (7a) \\
 & - \lambda_i \nabla^2 \vartheta + m \frac{\partial \vartheta}{\partial t} + \frac{2G(1+\nu)\alpha_s T_0}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \\
 & - 3\alpha_u T_0 \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{Q_h}{2\pi r} \delta(r)\delta(z)u(t) = 0, \quad (7b)
 \end{aligned}$$

式中 $\delta(x)$ 是 Dirac delta 函數； $u(t)$ 為單位階梯函數 (Heaviside Step Function)。式 (4a)、(4b)、(7a) 與 (7b) 組成問題之基本方程式，或稱之為控制方程式。

3.4 初始條件與邊界條件

本文是考慮問題之各項初始條件均為零。因係探討深層之溫泉抽水，故可不考慮地表邊界的影響，所以將溫泉地層模擬為一無限域多孔介質。本文旨在探討溫泉地層因溫泉抽水作用所引致之地層暫態力學、滲流與熱流等行為的變化，所以數學模式中之時間變數 t 需考慮為 $t \geq 0$ 。

在 $z \rightarrow \pm\infty$ 之無限遠邊界位置上，可考慮其地層位移變化量、超額孔隙水壓及地層溫度變化量等均不受溫泉抽水的影響。因此，在無限遠邊界上之邊界條件可表為：

$$\lim_{z \rightarrow \pm\infty} \begin{Bmatrix} u_r(r, z, t) \\ u_z(r, z, t) \\ p(r, z, t) \\ \vartheta(r, z, t) \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (8)$$

4. 暫態閉合解

本文係引用積分轉換方法解析如圖 1 所示點溫泉抽水問題之數學模式，所採用的解析方法為 Hankel 積分轉換方法，推導出無限域溫泉地層受點溫泉抽水作用所引致之地層力學行為變化等之穩態閉合解。經解析後，即可推導出溫泉地層受點狀溫泉抽水作用所引致之溫泉地層的水平位移 u_r 、垂直位移 u_z 、超額孔隙水壓 p 及地層溫度變化量 ϑ 等之暫態閉合解，如以下所示：

$$\begin{aligned}
 u_r(r, z, t) &= \frac{\gamma_w Q_w}{4\pi\eta Gk} \{m_1 h_1 + m_2 h_2 + m_3 h_3\} \\
 &+ \frac{Q_h}{4\pi\eta G\lambda_i} \{m_4 h_1 + m_5 h_2 + m_6 h_3\}, \quad (9a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 u_z(r, z, t) &= \frac{\gamma_w Q_w}{4\pi\eta Gk} \{m_1 h_4 + m_2 h_5 + m_3 h_6\} \\
 &+ \frac{Q_h}{4\pi\eta G\lambda_i} \{m_4 h_4 + m_5 h_5 + m_6 h_6\}, \quad (9b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p(r, z, t) &= \frac{\gamma_w Q_w}{2\pi k} \left\{ \frac{a_1}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_1 t}} \right) \right. \\
 &+ \left. \frac{a_2}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_2 t}} \right) \right\} \\
 &+ \frac{Q_h}{2\pi\lambda_i} \left\{ \frac{a_3}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_1 t}} \right) \right. \\
 &+ \left. \frac{a_4}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_2 t}} \right) \right\}, \quad (9c)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \vartheta(r, z, t) &= \frac{\gamma_w Q_w}{2\pi k} \left\{ \frac{a_5}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_1 t}} \right) \right. \\
 &+ \left. \frac{a_6}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_2 t}} \right) \right\} \\
 &+ \frac{Q_h}{2\pi\lambda_i} \left\{ \frac{a_7}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_1 t}} \right) \right. \\
 &+ \left. \frac{a_8}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_2 t}} \right) \right\}, \quad (9d)
 \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned}
 R &= \sqrt{r^2 + z^2}; \\
 \eta &= \frac{B^2(1-\nu)(1+\nu_u)^2}{9(\nu_u - \nu)(1-\nu_u)}; \\
 m_1 &= -\frac{c_1 c_2}{2\lambda_i} \left[m + \frac{(2G + 3\lambda)^2 \alpha_s^2 T_0}{2\eta G} \right] \\
 &+ \frac{(2G + 3\lambda)\alpha_s T_0 c_1 c_2}{2\lambda_i} \\
 &\cdot \left[\frac{(2G + 3\lambda)\alpha_s}{2\eta G} - 3\alpha_u \right]; \\
 m_2 &= -a_1 - (2G + 3\lambda)\alpha_s a_5;
 \end{aligned}$$

$$m_3 = -a_2 - (2G + 3\lambda)\alpha_s a_6 ;$$

$$m_4 = \frac{\gamma_w c_1 c_2}{2k} \left[\frac{(2G + 3\lambda)\alpha_s}{2\eta G} - 3\alpha_u \right] - \frac{(2G + 3\lambda)\alpha_s \gamma_w c_1 c_2}{4\eta G k} ;$$

$$m_5 = -a_3 - (2G + 3\lambda)\alpha_s a_7 ;$$

$$m_6 = -a_4 - (2G + 3\lambda)\alpha_s a_8 ;$$

$$a_1 = \frac{1}{2\left(-\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)} \left\{ \frac{1}{c_1} - \frac{1}{\lambda_t} \left[m + \frac{(2G + 3\lambda)^2 \alpha_s^2 T_0}{2\eta G} \right] \right\} ;$$

$$a_2 = \frac{1}{2\left(-\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)} \left\{ \frac{1}{c_2} - \frac{1}{\lambda_t} \left[m + \frac{(2G + 3\lambda)^2 \alpha_s^2 T_0}{2\eta G} \right] \right\} ;$$

$$a_3 = \frac{\gamma_w}{2k\left(-\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)} \cdot \left\{ \frac{(2G + 3\lambda)\alpha_s}{2\eta G} - 3\alpha_u \right\} ;$$

$$a_4 = \frac{\gamma_w}{2k\left(-\frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_1}\right)} \cdot \left\{ \frac{(2G + 3\lambda)\alpha_s}{2\eta G} - 3\alpha_u \right\} ;$$

$$a_5 = \frac{T_0}{2\lambda_t\left(-\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)} \cdot \left\{ \frac{(2G + 3\lambda)\alpha_s}{2\eta G} - 3\alpha_u \right\} ;$$

$$a_6 = \frac{T_0}{2\lambda_t\left(-\frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_1}\right)} \cdot \left\{ \frac{(2G + 3\lambda)\alpha_s}{2\eta G} - 3\alpha_u \right\} ;$$

$$a_7 = \frac{1}{2\left(-\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2}\right)} \left\{ \frac{1}{c_1} - \frac{\gamma_w}{2\eta G k} \right\} ;$$

$$a_8 = \frac{1}{2\left(-\frac{1}{c_2} + \frac{1}{c_1}\right)} \left\{ \frac{1}{c_2} - \frac{\gamma_w}{2\eta G k} \right\} ;$$

$$h_1 = \frac{tr}{R^3} ;$$

$$h_2 = \left(\frac{c_1 t}{R^2} - \frac{1}{2} \right) \frac{r}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_1 t}} \right) + \frac{\sqrt{c_1 t}}{\sqrt{\pi}} \frac{r}{R^2} \exp \left(-\frac{R^2}{4c_1 t} \right) ;$$

$$h_3 = \left(\frac{c_2 t}{R^2} - \frac{1}{2} \right) \frac{r}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_2 t}} \right) + \frac{\sqrt{c_2 t}}{\sqrt{\pi}} \frac{r}{R^2} \exp \left(-\frac{R^2}{4c_2 t} \right) ;$$

$$h_4 = \frac{tz}{R^3} ;$$

$$h_5 = \left(\frac{c_1 t}{R^2} - \frac{1}{2} \right) \frac{z}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_1 t}} \right) + \frac{\sqrt{c_1 t}}{\sqrt{\pi}} \frac{z}{R^2} \exp \left(-\frac{R^2}{4c_1 t} \right) ;$$

$$h_6 = \left(\frac{c_2 t}{R^2} - \frac{1}{2} \right) \frac{z}{R} \operatorname{erfc} \left(\frac{R}{2\sqrt{c_2 t}} \right) + \frac{\sqrt{c_2 t}}{\sqrt{\pi}} \frac{z}{R^2} \exp \left(-\frac{R^2}{4c_2 t} \right) ;$$

而符號 c_1 與 c_2 分別定義為：

$$\frac{1}{c_1} = \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_w}{2\eta G k} + \frac{\tilde{c}_2}{\lambda_t} + \sqrt{\left(\frac{\gamma_w}{2\eta G k} + \frac{\tilde{c}_2}{\lambda_t} \right)^2 - \frac{2\tilde{c}_2 \gamma_w}{\eta G k \lambda_t} + \frac{4\tilde{c}_1^2 T_0 \gamma_w}{k \lambda_t}} \right] ;$$

$$\frac{1}{c_2} = \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_w}{2\eta G k} + \frac{\tilde{c}_2}{\lambda_t} - \sqrt{\left(\frac{\gamma_w}{2\eta G k} + \frac{\tilde{c}_2}{\lambda_t} \right)^2 - \frac{2\tilde{c}_2 \gamma_w}{\eta G k \lambda_t} + \frac{4\tilde{c}_1^2 T_0 \gamma_w}{k \lambda_t}} \right] ;$$

$$\tilde{c}_1 = \frac{(2G + 3\lambda)\alpha_s}{2\eta G} - 3\alpha_u ;$$

$$\tilde{c}_2 = m + \frac{(2G + 3\lambda)^2 \alpha_s^2 T_0}{2\eta G} .$$

當時間變數 $t \rightarrow \infty$ 時，問題之穩態閉合解為：

$$u_r(r, z) = -\frac{\gamma_w Q_w}{16\pi\eta G k} \frac{r}{R} - \frac{(1+\nu)\alpha_s Q_h}{8\pi(1-\nu)\lambda_t} \frac{r}{R}, \quad (10a)$$

$$u_z(r, z) = -\frac{\gamma_w Q_w}{16\pi\eta G k} \frac{z}{R} - \frac{(1+\nu)\alpha_s Q_h}{8\pi(1-\nu)\lambda_t} \frac{z}{R}, \quad (10b)$$

$$p(r, z) = -\frac{\gamma_w Q_w}{4\pi k} \frac{1}{R}, \quad (10c)$$

$$g(r, z) = -\frac{Q_h}{4\pi\lambda_t} \frac{1}{R}. \quad (10d)$$

式(9a)-(9b)、式(10a)-(10b)係分別為因深層單點溫泉抽水所引致之地層水平位移與垂直位移變化等之暫態解及穩態解；式(9c)與式(10c)分別為問題所引起的地層超額孔隙水壓的暫態解及穩態解；式(9d)與式(10d)分別為問題所引起的地層溫度變化量之暫態解及穩態解。

5. 結論與建議

本文研究成果說明如下：

1. 本文係以積分轉換方法解析深層點溫泉抽水問題之數學模式，所研討出之解為可以簡單函數表達之暫態閉合解，其中之固體介質與孔隙水均考慮為可壓縮。應用此閉合解，可進行後續之地層力學行為變化等之探討，許多數值分析結果之驗證與校正，均有賴於以此閉合解為基礎。
2. 本文係考慮單位時間（秒）內有 Q_w 熱量（焦耳）伴隨 Q_w 體積（ m^3 ）之溫泉自深層地層中被抽出時，因溫泉抽水所引致之地層水平位移 u_r 、地層垂直位移 u_z 、超額孔隙水壓 p 、和地層溫度變化量 g 等，其暫態解如式(9a)-(9d)

所示，而其穩態解則如式(10a)-(10d)所示。

誌謝

本文係在國科會計畫「坡地災害潛勢、觀測與預警技術之研究(二)一子計畫：多孔介質彈性力學與生態工法在邊坡穩定上之應用研究(2/3)NSC-94-2625-Z-216-001，計畫主持人：呂志宗，起迄年月：2005/8/1~2006/7/31」補助下所完成，特此申謝。

參考文獻

1. 陳昭旭，游政彥，「台灣溫泉資源之概述」，九十三年度農業工程研討會論文集，第218-229頁(2004)。
2. 經濟部水利署，「溫泉標準」，中華民國94年7月22日經濟部經水字第09404605610號令(2005)。
3. 吳詩晴，譚義績，「由線型構造推判大屯山溫泉區溫泉分佈及地下水補注概況」，九十三年度農業工程研討會論文集，第192-203頁(2004)。
4. 陳肇夏，「台灣溫泉成因與地熱探勘之我見」，地質，第1卷，第2期，第107-117頁(1975)。
5. 呂志宗，「溫泉抽水引致的橫向等向性地層沉陷之理論解析」，中華民國第二十八屆全國力學會議論文集，第963-970頁(2004)。
6. 呂志宗，「溫泉抽水引致之地層下陷理論解析」，九十三年度農業工程研討會論文集，第105-116頁(2004)。
7. Terzaghi, K., *Theoretical Soil Mechanics*, John Wiley & Sons, New York, pp. 256-296 (1943).
8. Biot, M.A., "General Theory of Three-Dimensional Consolidation," *J. Appl. Phys.*, Vol. 12, No. 2, pp. 155-164 (1941).
9. Biot, M.A., "Theory of Elasticity and Consolidation for a Porous Anisotropic Solid," *J. Appl. Phys.*, Vol. 26, pp. 182-185 (1955).
10. Schiffman, R.L., "A Thermoelastic

- Theory of Consolidation,” *Environmental and Geophysical Heat Transfer*, C.J. Cremers, *et al.*,(eds.), ASME, Vol.4, New York, pp.78-84 (1971).
11. Booker, J.R. and Savvidou, C., “Consolidation Around a Spherical Heat Source,” *Int. J. Solids Structures*, Vol. 20, pp. 1079-1090 (1984).
 12. Booker, J.R. and Savvidou, C., “Consolidation Around a Point Heat Source,” *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 9, pp. 173-184 (1985).
 13. Savvidou, C. and Booker, J.R., “Consolidation Around a Heat Source Buried Deep in a Porous Thermoelastic Medium with Anisotropic Flow Properties,” *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol. 13, No. 1, pp. 75-90 (1989).
 14. Amadei, B., Savage, W.Z. and Swolfs, H.S., “Gravitational Stresses in Anisotropic Rock Masses,” *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech.*, Vol. 24, pp. 293-312 (1987).
 15. Aversa, S. and Evangelista, A., “Thermal Expansion of Neapolitan Yellow Tuff,” *Rock Mech. Rock Engng.*, Vol. 26, pp. 281-306 (1993).
 16. Al-Nimr, M. and Naji, M., “The Hyperbolic Heat Conduction Equation in an Anisotropic Material,” *Heat and Mass Transfer*, Vol. 35, pp. 493-497 (1999).
 17. Lu, J. C.-C., Chiu, W.-C. and Lin, F.-T., “Analysis of a Buried Deep Point/Line Heat Source in a Cross-Anisotropic Porous Elastic Medium,” *Proceedings of the 8th Conference of Advanced Technology Council in Mathematics*, pp. 162-171 (2003).

Transient Closed-Form Solutions of the Mechanical Behaviors of the Stratum Due to Deep Hot Spring Exploitation – The Pore Water and Solid are Modeled as Compressible

John C.-C. Lu¹ and Feng-Tsai Lin²

¹*Department of Civil Engineering and Engineering Informatics, Chung-Hua University, Hsinchu 30012, Taiwan, R.O.C.*

²*Department of Naval Architecture, National Kaohsiung Marine University, Kaohsiung 81157, Taiwan, R.O.C.*

Abstract

Based on Biot developed elasticity theory of poro-mechanics in which the pore water and solid are modeled as compressible, the thermal effect is added to the theory to study the mechanical behaviors of the stratum due to deep hot spring exploitation. The stratum is treated as an infinite space for the influence of the half-space boundary can be neglected. The properties of mechanics, seepage and thermal flow of the stratum are considered as isotropic. The basic governing equations are constructed on the basis of Newton’s second law, Hooke’s law, mass balance, Darcy’s law, energy conservation and heat conduction law, *etc.* Transient closed-form solutions are derived for the mechanics of the stratum due to a hot spring point sink are derived by using the integral transform techniques.

Keywords: Hot spring, Porous medium, Full space, Transient closed-form solution

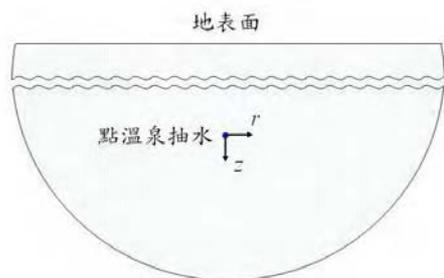


圖 1 深層點溫泉抽水問題示意圖



九十四學年度第二次

通識教育學術研討會論文集

止於至善

主辦單位：正修科技大學通識教育中心

協辦單位：高雄地區五校通識教育聯盟

時間：中華民國95年5月5日

地點：正修科技大學行政大樓

行政大樓十樓會議室及視聽教室一

以黃金比例觀察大自然之美

呂志宗¹ 林鳳彩²

¹ 中華大學土木與工程資訊學系

² 國立高雄海洋科技大學造船工程系

摘 要

本文嘗試由有趣的黃金比例切入美學，且略微引入信仰的層面，使通識課程之教學能提升至信仰的層面，讓學生懂得欣賞造物主所創造的自然生態之美。黃金比例係指 0.618 或 1.618，它是自然界中常出現的一種比例，並且許多完美的事物均與黃金比例有關。例如，眼睛位於頭部的的位置，大約就是頭部長度的 61.8% 位置。此外，在設計、音樂及藝術創作等領域上，許多專家也常採用黃金比例的原則。本文之介紹，能讓讀者對黃金比例等有更深入的認識，並有助於培養天人物我、人與自然應共存共榮的胸懷。

關鍵詞：黃金比例，費氏數列，通識教育，信仰與人生。

THE ADMIRATION FOR THE BEAUTY OF NATURE BY GOLDEN RATIO

John C.-C. Lu and Feng-Tsai Lin

ABSTRACT

The paper tried to introduce an interesting concept of golden ratio to improve the teaching in general education. The golden ratio in the nature helps to appreciate the beauty of nature designed by its Creator. The golden ratio, 0.618 or 1.618, is frequently found in the natural system. Many perfect objects are associated with the golden ratio. For example, the location of eye on the head follows the principle of golden ratio. Besides, many designers, musicians, and artists apply the golden ratio in their creations. The study presents the esthetics of golden ratio to the faith level. It helps readers to build up the mind of coordination of the nature, human, matter and oneself.

Keywords: Golden ratio, Fibonacci sequence, General education, Faith with the life.

一、前言

自然界中存在著許多有趣的黃金比例（Golden Ratio）現象，不僅空間問題與黃金比例有關，很多與時間有關的問題亦與黃金比例有關。黃金比例可由費氏（Fibonacci）數列推導出，引用費氏數列，即可找出黃金比例 0.618，其倒數則為 1.618，0.618 或 1.618 均可稱之為黃金比例，黃金比例亦可稱之為黃金數字（Golden Number）或黃金分割（Golden Section）。費氏數列 $\{a_n, n=1, 2, 3, \dots\}$ 係指 $\{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, \dots\}$ ，此數列之特徵為數列當中任意三個連續的數字之前兩個數字相加的和，恰為第三個數字的大小，亦即 $a_n + a_{n+1} = a_{n+2}$ ，其中 n 是自然數。引用費氏數列，並安排前後相鄰的兩個數字彼此相除，則所得出的比值會逐漸趨近於 0.618。大自然的許多事物，都與這個比值有關。

作者在學校是教授與工程相關之課程。近年來，社會各界對各項工程之規劃、設計與施工等等，均會要求工程與生態環境必須兩者兼顧，亦即應採用生態工法進行各項工程。在探究生態工程的精神與內涵時發現，這不僅是技術層面的問題，更是心態的問題。

由此可知，工程教育之內涵除應讓工程師具備專業領域的基本知識技能之外，亦應包括天人物我這四個層面。若欲培養一個工程師具有這種天人物我的胸懷，則授課老師不僅應教授其技術層面之知識技能，也應教授學生如何以虔敬的態度面對天、如何與他人團隊合作、如何愛護環境生態中的每一個受造之物、以及該如何以積極的態度面對自己的生命問題。以上所述問題之層面，不僅是知識技能的層面而已，也是一種生活的態度，不僅屬於哲學的層次，更與信仰的層次有關。

老實說，若欲以說教的古板方式介紹這些層面的問題，大多數的人大概都會覺得興趣缺缺，即使說得頭頭是道，也提不起勁來聽個仔細，因為這類的主題通常是既八股又說教的，且身教又重於言教，並非一個人口才好能講得出來就算數了。作者覺得，欲突破此一困境，可以從「美」這個字出發，進一步介紹自然界中的「黃金比例之美」。也可以從「美」這個字的甲骨文寫法，瞭解造字的倉頡等人所企望的「人事物之美」，其意境與造物主有關，是一種祈求天人合一之「美的信仰」。

美學素養的提升可從許多方面著手，筆者擬嘗試由有趣的黃金比例切入美學，且略微引入信仰的層面，使工程師懂得欣賞造物主所創造的自然生態之美，進而能在工程之規劃、設計與施工的過程中，維護環境、生態與景觀，減少或避免對大自然的破壞，甚至能夠恢復已被破壞的環境、生態或景觀。更希望能培養學生成為術

德兼修、濟人濟物之博雅人才。

二、美之內涵

聖經創世記二章九節說：「耶和華神使各樣的樹從地裏長出來，可以悅人的眼目，也好作食物。」這段經文給我們看見，植物有兩種功用，一是給人欣賞，二是供應人類所需用的食物，且造物主認為「悅人眼目」應是最重要的，「作食物」則是第二重要部分。回想我們的生活經歷，也可以揣摩出這是一段很有哲理的話。例如各地的旅遊景點，常是強調當地的自然景觀，自然景觀與植物是無法分開的，甚至許多旅遊景點的宣傳訴求，即是邀請觀光客前來欣賞當地所栽植經營的花海。站立甚至躺臥在一片向日葵、油菜花、油桐花、波斯菊或金針花田中的感覺，是一種既浪漫又幸福的感覺，彷彿來到了人間仙境，會讓人陶醉其中。

大多數人應該都會認同造物主實在是最懂得「美」的藝術家，當人們觀賞祂廣大的創造時，就會發現，自然界中的大大小小、形形色色，實在是壯麗、奇觀又美妙，這一切都說出祂的無限，並且令人讚嘆不已。譬如，科學家發現，在顯微鏡下，絕對沒有兩片雪花是完全相同的；又例如原子很小，但其中卻蘊藏著極大的能量；還有，天上有無數的星體，雖然天體是懸在虛空之中，但卻有力量支撐著它們且規律地在看不到的軌道上運行著；還有，太陽照射地球一個小時的能量，就等同於人類一年所消耗的能源，地球生態系的存活，就是依賴太陽每一天所供應的光和熱；此外，人的大腦能記錄無數的資料，不僅彩色影像可以記錄，聲音、觸覺、嗅覺、以及生活中之各種經歷也都可以記錄，且能思考各種事物，並產生出無窮的創意與智慧，但大多數人一輩子下來卻可能僅發揮其功效的 2% 而已；各種活物，都是既精巧又完美，其遺傳密碼 DNA 的基本單元雖然看似簡單，但不同的組合方式所產生出來的果效卻又完全不同，且神奇無比；我們身體上的各個肢體，都是大小適當且剛好被安排在最合適又最美的位置上。這些神奇又奧妙的現象，實在是多得不勝枚舉。

大自然的設計牽涉到美學，但是美學的應用並非僅局限於自然景觀而已。實際上，各行各業的專家，都可以給「美」這個字適當的加以詮釋。例如：科學家費曼說「簡單就是美」；詩人徐志摩說「數大就是美」；模糊的事物會有「朦朧之美」；畫作或樂曲若能令人感動就可說是「美不勝收」或「美妙樂音」；很多服務業或個人都想盡力作到「完美」，並期待得著「美譽」和「美名」，好達到「真善美」的境界。

每個人對「美」所下的定義，通常已超越視覺感官的範圍，並且均已達到心靈層次的範疇。由此可知，若欲單從視覺感官的角度，要對美下個定義是不夠的。因此，本文除了將從黃金比例說明美的概念，亦將探討心靈層次的美。

作者發現造漢字的倉頡等人很有智慧。漢字之演變，依時間的先後，有甲骨文、金文、大篆、小篆、隸書和草書等，根據考古學家的鑑定，甲骨文最早出現的年代大約已有 4,600 年左右的時間（朱天民 2000），而聖經創世記中的挪亞一家八口出方舟的時間也已約有 4,600 多年，因此甲骨文開始出現的時間，大約就是挪亞一家出方舟的時間。有相信聖經的文字學家（朱天民 2000；李美基等人 2001）推論說，根據聖經，大洪水後，人類是因蓋造巴別塔，被神分散至地的四方，因此在 4,600 年前那個古老的年代裏，寫聖經的希伯來人遷移至中東附近，自稱是炎黃子孫的華夏民族則向東遷移，居住在亞洲東邊，並稱自己所居住的這塊土地為「神州」，意思是我們的祖先認為自己是神的子民，而所居住的這塊土地是神所給的土地。希伯來人與造漢字的倉頡等人，一定會從他們先祖的口中得知人類的第一個家庭是神所造的亞當、夏娃，以及亞當、夏娃喫了知識樹上的果子後，被趕出伊甸園的故事。自此之後，人類經歷了四次的墮落，且一次比一次嚴重，但神不放棄人，並應許要救贖被敗壞的人，當時神應許給人的救贖主耶穌基督尚未來到地上，但神卻以豫言或圖畫的方式將祂的心意啟示給人（李常受 1994；張郁嵐 1998）。

神啟示希伯來人的話，是記載在希伯來聖經中；而神啟示給神州子民的話，有一部分就隱藏在老子、水經注等著作中，另有一部分則引藏在我們現今所使用的漢字中（朱天民 2000；李美基等人 2001）。因為惟有引用聖經上的神聖啟示，才有辦法解釋甲骨上所出現的文字之符號所要表達的豫意。引用聖經中所記載的故事或神聖啟示，應可說明為何造漢字的倉頡等人，會造出一個有「舟」、有「八」又有「口」的「船」字，原來是用以表示挪亞一家八口住在巨大的方舟內，用以躲避全球性的大洪水這件事；此外，又造出我獻羔羊、羔羊蓋我的「義」字，這個「義」字的上半部是一隻「羊」，而下半部則是一個「我」字，這也微妙微肖的將整本聖經的精意「我獻羔羊、羔羊蓋我」給啟示出來了。在漢字當中，有很多跟「羊」有關的字，都有正面、積極、光明的象徵意義，例如：「義」、「祥」、「善」、「美」等字都是。

現在讓我們再來看看「美」這個字，「美」是由「羊」與「大」所組成。在甲骨文中「羊」是畫成 ；「大」是畫成 ，乃指一個人；而「美」則是畫成 ，亦即有一隻羔羊蓋著人。舊約聖經中有許多關於耶穌基督要來到地上為人類流血贖罪的記載，在說到流血贖罪這件事時，神是以羊來形容祂自己，說耶穌是替罪的羔羊，

如同舊約祭司在獻祭過程中，以羊為犧牲祭物一樣。在中國，最大的禮儀就是祭祀。有一次子貢想撤掉祭壇上的羊，但孔子對他說：「爾愛其羊，我愛其禮。」孔子相當堅持這個禮儀，有可能是孔子從祖先們的口中得知，其在豫表上具有相當重要的意義，所以不可以廢掉這個禮儀。若以此精神來解釋「美」這個字，就能夠很清楚的說明為何「羊」加上「大」就是「美」，當時造字的人應是在描述一幅圖畫，指明神的羔羊要為人類捨命流血贖罪這件「美事」。

對耶穌基督的信徒而言，應能領會如何過「美的人生」，不就是接受主耶穌為個人流血贖罪，並經歷祂的死與復活。聖經羅馬書六章五節說：「我們若在祂死的樣式裏與祂聯合生長，也必要在祂復活的樣式裏與祂聯合生長。」這樣的與主耶穌同死同活，會使我們裏面滿有羔羊基督的生命，這應該就是美這個字的屬靈意義之實際。

黃金比例或費氏數列都可用以描述完美的事物，它可以使人們對完美事物的解釋，不再只是拘限於抽象之定性的描述，而能以定量的數據加以表明。造物主確實也在許多的受造之物身上，引用了黃金比例或費氏數列的設計原則。以下之介紹，能讓讀者對黃金比例等有更深入的認識，並有助於培養天人物我、人與自然應共存共榮的胸懷。

三、黃金比例的推導

學理上，推導黃金比例的方法有很多種，例如可以：1. 根據費氏數列；2. 根據完美的相似矩形；3. 根據比例中項的原則；4. 根據正五邊形；5. 根據帕司卡(Pascal)三角形等等(洪萬生 2003；蔡聰明 1995a；蔡聰明 1995b；呂志宗、謝瑜萱 2004；Livio 2004)。今擬介紹如何根據費氏數列推導出黃金比例。

費氏約出生於 1170 年，後來成為商人，他也是一位出色的數學家。1202 年，他寫了一本名為「計算書」的數學書，在書中他曾提出一個著名的「兔子問題」，亦即：「某人在圍牆內飼養了一對兔子，如果新生的兔子在第二個月後每個月都會生出一對兔子，請問一年後圍牆內一共有多少對兔子？」

根據題意，第一個月圍牆內所出現的兔子，就是飼養者原先所飼養的第一對兔子。第二個月時，第一對兔子還不能生出兔子，因為每一對兔子都必須在成長兩個月以後才能生出兔子，故第二個月時，圍牆內的兔子仍是一開始所飼養的那一對兔子。第三個月時，第一對兔子已成長兩個月了，故應會生出一對兔寶寶，故現在圍

牆內，應該已經有兩對兔子了。

第四個月時，於第三個月出生的那一對兔子還不能生出兔寶寶，因新生的兔子必須要成長兩個月之後，才會生出後代，但第一對兔子會繼續生出一對兔寶寶，故第四個月時，圍牆內已經出現三對兔子了。

第五個月時，除第四個月出生的兔子外，其餘兩對兔子均已成長兩個月或兩個月以上了，故這兩對兔子會分別生出一對兔寶寶。因此第五個月時，圍牆內會出現五對兔子。依此類推，由第一個月開始，每個月圍牆內所出現的兔子對數，可列表如以下之表 1 所示。

表 1 費氏所提兔子問題的解答

月份	第 1 月	第 2 月	第 3 月	第 4 月	第 5 月	第 6 月	第 7 月	第 8 月	第 9 月	第 10 月	第 11 月	第 12 月
兔子對數	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

由表 1 得知，經過 12 個月份之後，圍牆內一共會出現 144 對兔子。以上各個月份所出現的兔子對數，會形成一特殊數列，稱為費氏數列。基於此，費氏數列可表為： $\{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, \dots\}$ 。其中的數字 144 係 12 的平方，它是費氏數列中唯一的平方數。第 12 個月所出現的數字是 12×12 ，這似乎是一種必然的巧合。這一連串的數字，呈現出一種特殊的組合，亦即前兩個數字相加的和，正好是第三個數字的大小。例如，數字 2 是數字 1 與 1 的和，數字 3 是數字 1 與 2 的和，數字 5 是數字 2 與 3 的和，依此類推，即可找出組成費氏數列的所有成員，且這是一個無窮級數。

引用費氏數列，亦可找出黃金比例 0.618 或 1.618，說明如下。已知費氏數列可表為 $\{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, \dots\}$ ，其前後兩個數字相除，會逐漸得出 0.618 的比值，如表 2 所示。

表 2 根據費氏數列所得出之黃金比例

相鄰兩 數字相除	比 值	相鄰兩 數字相除	比 值
1/1	1.0000000000	34/55	0.6181818182
1/2	0.5000000000	55/89	0.6179775281
2/3	0.6666666667	89/144	0.6180555556
3/5	0.6000000000	144/233	0.6180257511
5/8	0.6250000000	233/377	0.6180371353
8/13	0.6153846154	377/610	0.6180327869
13/21	0.6190476190	610/987	0.6180344478
21/34	0.6176470588	987/1597	0.6180338134

表 2 中之漸近數值若取小數點以下之三個位數，則所出現的比值為 0.618，而其倒數則為 $1 \div 0.618 = 1.618$ 。習慣上，0.618 或 1.618 均可稱之為黃金比例、黃金分割或黃金數字，其小數點以下之數字並不會循環重複出現，這似乎是造物主在以另一種方式向人啟示祂的所是，表明：「祂乃是擁有無限豐富的那一位，且祂是常新的神，在祂裏面絕不老舊等等。」

四、與黃金比例相關之例證

穹蒼宇宙中，與黃金比例或費氏數列相關的例證或其應用實在不勝枚舉。茲列舉數例，說明有趣的相關例證。

1. 鸚鵡螺的黃金螺旋線

取由小至大規律排列組合的正方形，且讓各個正方形之邊長分別為 1、1、2、3、5、8、13、21 等費氏數列之成員，然後以各個正方形四個角中之一角為圓心，繪製四分之一的圓弧曲線，再連接各個圓弧曲線，則所形成的螺旋線稱為黃金螺旋線，如圖 1 所示：

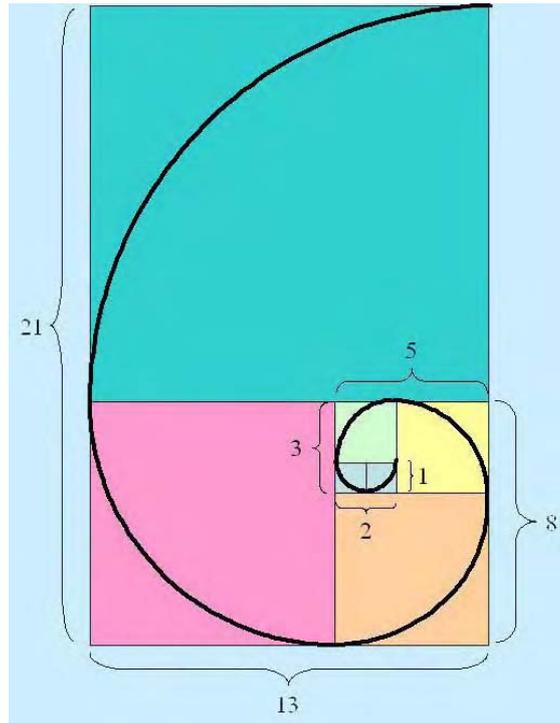


圖 1 根據費氏數列所繪製的黃金螺旋線

此一黃金螺旋線常出現於貝類，最明顯的例子是鸚鵡螺，如圖 2 所示。此外，在蝸牛、松果及葵花子的排列等自然界的其他生命現象裏，也可以發現黃金螺旋線的蹤跡，如圖 3 所示。



圖 2 鸚鵡螺中會出現黃金螺旋線



圖 3 葵花子的排列也會呈黃金螺旋線

2. 蝴蝶與螻蛄的翅膀也有黃金比例的現象

如圖 4 至圖 6 所示，蝴蝶與螻蛄之後翅與前翅張開時的寬度比或長度比，很接近黃金比例。台灣擁有蝴蝶王國的美譽，台灣最著名的蝴蝶應屬紫蝶，每一年它們都會成羣結隊來到茂林地區越冬。最近幾年來，蝴蝶生態學家極欲瞭解紫蝶的遷移路徑「蝶道」，由 2003 年標放的八萬隻紫蝶的遷移路徑之研究得知，「蝶道」至少應長達 150 公里。2004 年在茂林地區越冬的紫蝶數量，曾高達上百萬隻。大英博物館在 2003 年 6 月出版的「蝴蝶」一書中，已將台灣的紫蝶幽谷與墨西哥的帝王斑蝶谷並列，由此可知，台灣的紫蝶幽谷係屬世界級的自然生態景觀。

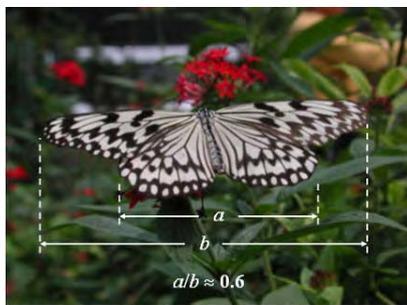


圖 4 大白斑蝶翅膀的前翅與後翅之寬度比係呈黃金比例

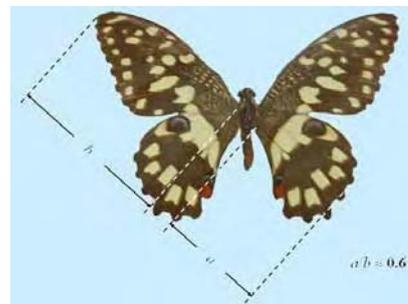


圖 5 無尾鳳蝶翅膀的前翅與後翅之比例是呈黃金比例

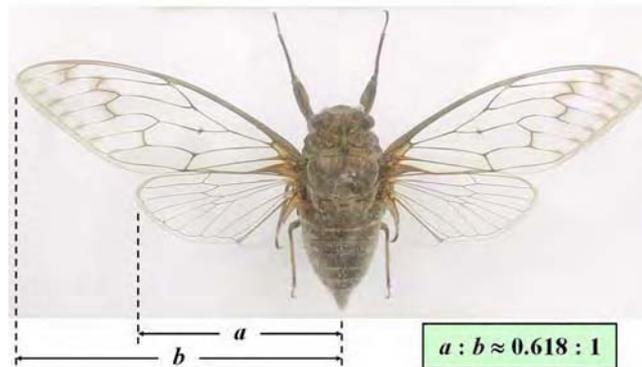


圖 6 螻蛄翅膀的前翅與後翅之比例亦呈黃金比例

3. 葉脈的生長方式有些即呈黃金比例

根據聖經創世記二章九節，受造的植物具有悅人眼目的功用。雖然我們並不清楚其他動物是否也像人類一樣，具有欣賞花草之美的能力，但人類應能肯定的說：「植物很美」，這是無庸置疑的。因此，在各種植物身上，應該也不難發現黃金比例的痕

跡。由以下圖 7 與圖 8 得知，樹葉的葉脈分支即呈黃金比例現象。



圖 7 黃槿葉脈的分支明顯呈黃金比例 圖 8 重瓣朱槿的葉脈亦呈黃金比例

4. 螃蟹與蝦子之關節性附屬肢亦呈黃金比例現象

螃蟹與蝦子具有的共同特徵包括：(a)關節性附屬肢；(b)外骨骼；(c)二螯八足。根據這三項特徵，動物分類學家將牠們連同龍蝦與寄居蟹等，於分類時都同時將其歸屬於：「節肢動物門、甲殼綱、十足目」，因此螃蟹與蝦子又常被稱之為「甲殼十足類動物」。由圖 9 至圖 11 知，螃蟹與蝦子之關節性附屬肢亦呈黃金比例現象。



圖 9 螃蟹的關節性附屬肢常呈黃金比例



圖 10 蝦子的關節性附屬肢亦呈黃金比例



圖 11 台灣的弧邊招潮蟹的關節性附屬肢也呈黃金比例

5. 樹葉的生長角度有些呈黃金角度

在植物樹葉的生長上，也可以看到與黃金比例有關之黃金角度。360 度的 61.8% 是 222.48 度，其補角則是 137.52 度，222.48 度或其補角的 137.52 度均是圓形之黃金角度的描述。植物的葉片有數種生長方式，其中有一種生長方式即可以用黃金角度加以解釋。如圖 12 至圖 14 所示，觀察小團扇薺、郁李及豬籠草等的葉片生長方式發現，相鄰兩片葉子的生長角度係呈黃金角度。在植物學上，這應可解釋為此種生長方式可營造出最佳之光合作用效率，且對空間之利用也較理想。製作扇子的專家也說，扇子展開後，所呈現的角度若接近 137.52 度，則其造型最美。



圖 12 以黃金角度生長之小團扇薺的葉片



圖 13 郁李的葉片生長方式係呈黃金角度



圖 14 豬籠草的葉片生長方式呈黃金角度

6. 指骨亦可找到黃金比例

無論是人類或動物的身上，都隱藏著許多黃金比例的關係。例如，人體肚臍以上的身長與肚臍以下的身長之比例，很接近黃金比例。中醫理論認為，肚臍是人體中之關鍵穴位，因此很多病症的治療，都與肚臍的穴位有關。此外，人之手掌上的指骨有三段，而相鄰兩段指骨之長度的比例係呈黃金比例，如圖 15 所示，此一現象亦令人驚奇。



圖 15 人類手掌上的指骨呈黃金比例

7. 貓的眼睛位置亦可找到黃金比例

由圖 16 知，貓之眼睛係位於其頭部長度之黃金分割位置上。其實不僅是貓有此一奇妙現象，人類及許多其他動物的眼睛很多也都位於頭部之黃金分割位置上。將

靈魂之窗放在頭部之黃金分割位置，在造型設計上，是相當出色的，可見造物主真是一位擁有聰明智慧又有美感的藝術家。



圖 16 貓的眼睛落在黃金比例位置上

8. 世界最古老的都江堰水利工程也具有黃金比例的概念

都江堰水利工程已運作了兩千兩百六十年左右，且被喻為當今之活的水利博物館。李冰父子整治岷江時，在岷江的江心以竹籠裝卵石，將岷江分為內外二江，使其兼俱洩洪與灌溉的功能。

由魚嘴分流堤、寶瓶口引流工程與飛沙堰溢洪道所組成的渠首工程，堪稱為都江堰之最關鍵工程。魚嘴職掌分水、寶瓶口負責引水、飛沙堰專司洩洪排沙，三者協調運作，達成引水與治水的目標。分水魚嘴有「分四六、平潦旱」的功能。在枯水期，內江進水六成灌溉，外江洩水四成；在豐水期間，內江進水四成灌溉，外江洩水六成，以避免大水侵襲成都平原。這關鍵的「分四六」，正是黃金比例的概念。圖 17 係翻拍自 2002 年 11 月 14 日的聯合報第 10 版。



圖 17 正進行淘沙清淤的都江堰水利工程之關鍵的「分四六」正是黃金比例的概念

9. 攝影師在構圖時常將照片中之主角安排在黃金分割點上

如圖 18 所示，在攝影構圖時，可將畫面主角適當安排在畫面中之四個黃金分割點上。根據攝影師的經驗，在這種情況下，通常能呈現出較完美的畫面。另外，圖 18 中所示之櫻花的面積大小約佔全部影像面積之五分之二，且這兩張影像之寬度與長度的比例是 2:3，這也都算是黃金比例的應用。不知讀者是否心中也有同感，覺得將主角放在畫面之中央偏一邊的構圖方式，畫面較為出色。此即為黃金比例之「動態對稱 (Dynamic Symmetry)」原則，如達文西等許多著名的畫家，均曾在其畫作中採用動態對稱的原則。

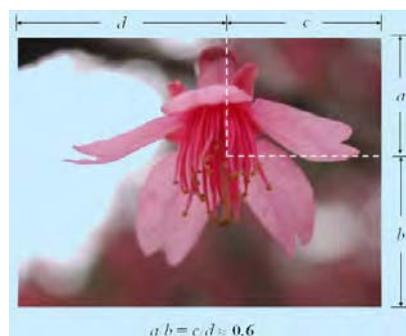


圖 18 在矩形畫面中一共會出現四個黃金分割點

10. 聖經中的方舟與約櫃也具有黃金比例的概念

出埃及記二十五章十節說到神見證的櫃，也就是約櫃。見證的櫃之寬度與高度是一肘半，長度則是二肘半，因此寬度或高度與長度的比例變化關係是 0.6；此外，方舟的寬度是五十肘，高度是三十肘（創世記六章 15 節），其高度與寬度的比例也是 0.6，這些都是黃金比例的呈現。

英文的方舟與約櫃都是 Ark，也就是說，聖經裏有兩個 Ark—挪亞的方舟和神見證的櫃。三和五是神建造裏的基本數字，所以方舟的長是三百肘，寬是五十肘，高是三十肘。另外，神見證之櫃的尺寸是半數，亦即二肘半是五肘的一半，一肘半是三肘的一半。當人看到見證之櫃的量度都是半數時，就會立刻領悟到需要另一半。他們會知道這是一個見證，因為二是見證的數字。方舟的量度乃是見證一個以三和五為基數的完整單位（李常受 1994）。圖 19 是翻拍自和合版中文聖經之插圖。

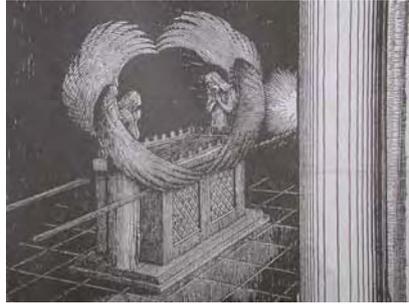


圖 19 約櫃之寬度或高度與長度的比例亦呈黃金比例

五、與費氏數列相關之例證

費氏數列係指： $\{1、1、2、3、5、8、13、21、34、55、89、144、\dots\}$ ，其中所出現的每一個數字，幾乎囊括了絕大部分的植物之花瓣的數目。本單元以下所示的圖 20 至圖 35 之花卉的花瓣說明，有三個花瓣的、有五個花瓣的、也有有八個花瓣的等等，其中五個花瓣的植物，數量似乎較多。菊花科之植物，其花瓣數量通常是呈 5 瓣、8 瓣、13 瓣、21 瓣、34 瓣、55 瓣、89 瓣或 144 瓣等等，非常有趣。

作者曾花五年左右的時間拍攝了許多花卉照片，且曾遠渡重洋，在韓國、菲律賓和美國等地拍攝當地的奇花異草。看到這些美麗的花朵，實在令人不禁發出讚美。根據聖經的說明：「一朵花所披戴的，還遠遠勝過所羅門王極盛時期的榮耀呢！」用當代的國家作比喻，可以這樣描述：「就是當今極其強盛的美國，也不如一朵小花所披戴的榮耀呢！」仔細思考一下其喻意，讀者們一定會同意這種說法的。我們以植物的花朵為例是很有意義的，因為幾乎沒有人會不喜歡欣賞花的，連昆蟲都會被花所吸引呢！

其實不僅在植物身上常會出現這種有趣的費氏數列現象，在動物身上也存在著許多的費氏數列現象。例如我們有一個心臟、一個鼻子、一個口，兩個眼睛、兩個耳朵、兩手及兩腳，手掌與腳掌又分別有五個手指及腳趾；另外章魚有八爪，海星有五足等等，這些均是屬於費氏數列現象。

我們再來談一點深層的信息。人有身、心、靈三部分，三一神有聖父、聖子、聖靈的講究。造物主說祂就是光，而光的三原色是紅、綠、藍，三原色不能各自獨立分開，這與聖經所提三一神是一起作工、互相內住相當一致。在聖經中，紅色表徵十字架的救贖，藍色表徵國度，綠色表徵賜生命的那靈（李常受 1994）。以上筆

者對 3 這個數字的闡釋，是擬將單純的數字概念，提升至信仰的層次。

在信仰這個層次，特別的數字常具有特殊的意義。例如 1 表徵獨一的造物主。2 是見證的數字。3 表徵三一神有父子靈三部分的講究；3 也表徵復活的過程，例如耶穌是在第 3 日復活。5 是由 4 加 1 所組成，在聖經中 5 這數字是指責任。看看我們的手：有 4 個手指和 1 個拇指，這是為著承擔責任。我們若只有 4 個手指，就無法適當的承擔責任。4 這個數字表徵受造之物，1 這個數字表徵獨一的神。當受造的人加上獨一的神，我們的數字就成了 5。數字 8 也表徵復活，例如耶穌是在七日的第一日也就是第八日復活，因此 8 這個數字是指復活的新鮮，也就是復活的新開始。當我們對費氏數列中的數字感覺相當驚奇新鮮時，也應思考造物的「天」所擬啟示給我們的話。敬畏「天」使我們能夠尊敬大自然，並瞭解自然界中之每一個受造之物都有其存在的意義跟價值，並願意盡力加以保護。

在植物身上所看見的數學規律，除與基因有關之外，亦應與植物之生長動力學有關。法國的物理數學家 Douady 與 Couder (Stewart 1996) 曾依其所提出之植物的生長動力學理論，再利用電腦模擬與實際試驗，解釋植物學上之費氏數列現象。



圖 20 白鶴芋有一枚花瓣



圖 21 跟白鶴芋很像的海芋也有一枚花瓣



圖 22 大葉麒麟花有兩枚花瓣



圖 23 白色的大葉麒麟花也有兩枚花瓣



圖 24 鴨跖草科的紫錦草有三枚花瓣



圖 25 九重葛也有三枚花瓣



圖 26 五枚花瓣的豔紫荊也稱香港櫻花



圖 27 高雄市的市花木棉花有五枚花瓣



圖 28 大波斯菊有八枚花瓣



圖 29 螞蟥菊大多數是呈現八枚花瓣



圖 30 螞蟥菊有時會出現十三枚花瓣



圖 31 菊花科植物很容易找到十三枚花瓣的花朵



圖 32 馬蘭是二十一枚花瓣



圖 33 野生向日葵亦是二十一枚花瓣



圖 34 向日葵也有三十四枚花瓣的品種



圖 35 2003 年 8 月在韓國拍到的
野菊也有三十四枚花瓣

六、結語

本文旨在引用黃金比例、費氏數列和甲骨文上的「美」字，說明如何以黃金美學觀察大自然，並瞭解古人如何在造字時表達一切美善事物的實際。以聖經來思考「美」這個字，就可以清楚瞭解為何「美」字需由「羊」與「大」的組合來加以表示。根據研究得知，造字的倉頡等人應該亦像寫聖經的希伯來人一樣，曾經領受過神聖的啟示，並於創造文字時，將所得到的神聖啟示以甲骨文的方式加以保存下來。

大自然中所出現的黃金比例與費氏數列現象，確實令人感到新鮮有趣，若進一步思考這種現象，多數人都會有敬畏「天」的感動，敬畏「天」使我們能夠尊敬大自然，並瞭解自然界中之每一個受造之物都有其存在的意義跟價值，並願意盡力加以保護。對大自然之美的欣賞應有助於天人物我之人格的培養，此一有趣的主題亦可融入通識課程中，並有助於培養學生成為術德兼修、濟人濟物之博雅人才。

七、誌謝

本文係在國科會計畫 NSC94-2625-Z-216-001 補助下所完成，特此申謝。

參考文獻

- 朱天民 (2000)：從聖經看甲骨文，台北：道聲出版社，共 153 頁。
- 呂志宗、謝瑜萱 (2004)：黃金比例與生態工法，新竹：中華大學水域生態環境研究中心，共 298 頁。
- 李美基、鮑博瑞、唐妙娟 (2001)：上帝給中國人的應許，台北：道聲出版社，共 162 頁。
- 李常受 (1994)：創世記生命讀經第 1~3 冊，台北：臺灣福音書房，共 1837 頁。
- 洪萬生 (2003)：13 世紀西歐數學百科—斐波那契的〈計算書〉，科學月刊，第 34 卷，第 7 期，頁 636—640。
- 張郁嵐 (1998)：到底有沒有神，台北：臺灣福音書房，共 104 頁。
- 蔡聰明 (1995a)：輾轉相除法、黃金分割與費氏數列 (上)，數學傳播，第 19 卷，第 3 期，頁 34—42。
- 蔡聰明 (1995b)：輾轉相除法、黃金分割與費氏數列 (下)，數學傳播，第 19 卷，第 4 期，頁 67—72。
- Livio, M. (2004)：The Golden Ratio (黃金比例，丘宏義譯)，台北：遠流出版公司，共 326 頁。
- Stewart, I. (1996)：Nature's Numbers (大自然的數學遊戲，葉李華譯)，台北：天下文化出版社，頁 183—187。



農
業
工
程
研
討
會

論文摘要集

2006

以 Benford 定律探討北台灣之流量及雨量特徵

Analysis on the Characteristics of Flow and Rainfall over Northern Taiwan Basins by Benford's Law

中華大學土木與工程資訊學系

副教授	碩士生	碩士生	碩士生	碩士生	碩士生	碩士生
呂志宗	任克泰	溫志浩	廖英達	梁惠儀	楊俊丞	吳明銘
John C.-C. Lu	K.-T. Ren	Z.-H. Wen	Y.-D. Liao	H.-Y. Liang	Z.-C. Yang	M.-M. Wu

摘 要

Benford 定律係用以描述自然形成的大量數據資料中，數字 1 至 9 會以某一特定比率出現的現象。本文擬引用 Benford 定律，探討淡水河、鳳山溪與頭前溪等台灣北部河川流域之流量及雨量特徵。本研究係根據水利署網站中所提供之長期每日流量暨雨量等水文資料，進行相關之研究。由研討結果知，研究區域之水文等相關資料，多符合 Benford 定律所描述之特徵。

關鍵詞：Benford 定律，淡水河，鳳山溪，頭前溪

Abstract

Benford's Law states that in big collections of data, certain percentages will start with the digits one through nine. It's the reflection of a natural pattern in numbers. The objective of this paper is to determine the characteristics of the flow and rainfall over northern Taiwan basins, including Dan-Shui River, Feng-Shan River and Tou-Chian River, by Benford's law. The study used long-term hydrology data obtained from the web site of Water Resources Agency. The investigation confirmed the characteristics of Benford's law on most of the hydrology data over the investigated basins.

Keywords: Benford's Law, Dan-Shui River, Feng-Shan River, Tou-Chian River

以 Benford 定律探討北台灣之流量及雨量特徵

Analysis on the Characteristics of Flow and Rainfall over Northern Taiwan Basins by Benford's Law

中華大學土木與工程資訊學系

副教授	碩士生	碩士生	碩士生	碩士生	碩士生	碩士生
呂志宗	任克泰	溫志浩	廖英達	梁惠儀	楊俊丞	吳明銘
John C.-C. Lu	K.-T. Ren	Z.-H. Wen	Y.-D. Liao	H.-Y. Liang	Z.-C. Yang	M.-M. Wu

摘 要

Benford 定律係用以描述自然形成的大量數據資料中，數字 1 至 9 會以某一特定比率出現的現象。本文擬引用 Benford 定律，探討淡水河、鳳山溪與頭前溪等台灣北部河川流域之流量及雨量特徵。本研究係根據水利署網站中所提供之長期每日流量暨雨量等水文資料，進行相關之研究。由研討結果知，研究區域之水文等相關資料，多符合 Benford 定律所描述之特徵。

關鍵詞：Benford 定律，淡水河，鳳山溪，頭前溪

Abstract

Benford's Law states that in big collections of data, certain percentages will start with the digits one through nine. It's the reflection of a natural pattern in numbers. The objective of this paper is to determine the characteristics of the flow and rainfall over northern Taiwan basins, including Dan-Shui River, Feng-Shan River and Tou-Chian River, by Benford's law. The study used long-term hydrology data obtained from the web site of Water Resources Agency. The investigation confirmed the characteristics of Benford's law on most of the hydrology data over the investigated basins.

Keywords: Benford's Law, Dan-Shui River, Feng-Shan River, Tou-Chian River

一、前言

台灣年平均雨量為 2,500 毫米，約為全球平均值 834 毫米的四倍，但每人可獲得的水量卻僅及全球平均值的四分之一。地形陡峭，降雨時空分佈不均，且三分之二的雨量直接逕流入海，這些都是水量難以利用的原因。台灣人口密度排名世界第二，缺水排行名列世界第十八，因此如何妥善貯存又有效運用有限的水資源，是當前最重要的課題之

一。近年來，因受聖嬰現象及溫室效應等的影響，氣候似較四、五十年前不穩定，每年之總降雨量雖無明顯變化，但降雨強度明顯增加，造成旱季時缺水成旱，暴雨時洪水成災，此一現象對水資源之利用已造成重大之影響。

氣候包含雨量及氣溫兩大特性，台灣因山多且高，地形起伏大，所以河短流急。當降雨來臨時，若是雨量過大，超過土層所能儲蓄之水量，即容易發生洪災及土石流等災害，並造成人民生命財產之損失。災害發生前，若能適時對人民發出預警，則可減輕因自然災害所帶來之損失。以目前台灣之技術及人力，預測長期之氣候變化幾不可能。但短期之氣候變化，則可藉由觀測各種相關之氣候資訊，達到一定程度之預測。

由需求面來看，台灣每人每日用水量，已由 250 公升增加至 350 公升。加上消防用水及日常生活之漏水等水量，每人每日用水量預估可達與美國接近之 570 公升，高於日、韓等國。用水不當及用水量過高，已成為台灣水資源利用之一大隱憂。

近年來，由於氣候變化異常之影響，在全球各地已造成許多災害，如美國及東南亞各國出現異常嚴重之旱災、中國及歐洲出現大洪水、台灣近年來的桃芝及納莉颱風等，皆對人民甚至是國家產生了重大的影響。有鑑於氣候異常造成之災害，常於人們不知覺之情況下發生，且當災害來臨時，人們往往來不及對災害作防範及躲避。因此，如何在與氣候相關之資訊的基礎下，取得有用之資訊，對氣候變化作一分析、研究，建立一套有效之氣候預警系統，以適時地在災害前提出警示，達到降低災害以及維護人民生命財產的安全，至為重要。

台灣因地勢陡峭，河流陡且急，每當降雨時，若是發生瞬間雨勢過大之情況，則常會引起洪災及土石流，而造成重大的災害。此時，若是能針對河流之各種水文數據加以研究、分析，探討其中之相關性，應有助於偵測出氣候異常之前兆，並可據以作好水資源之儲蓄及規劃等工作。

本研究擬以 Benford 定律為基礎，對淡水河、鳳山溪、頭前溪等流域中的流量及雨量等水文資訊，進行一初步之研究、分析，用以找出其規律性，或能有助於流域內往後之水資源相關規劃與利用。

二、文獻回顧

氣候為天氣的統計特性，是大氣圈、水圈、冰雪圈、地圈、以及生物圈等五大系統交互作用下，呈現在大氣的狀態。過去數十年來，台灣的自然環境快速惡化，對氣候變化的自然調節能力明顯減弱。氣候變化對我國所帶來之災害主要為旱災、洪災等，其對人民之生命、財產，常造成重大的影響。

陳嘉榮(2000)指出，洪水為國內重要天然災害之一，為減輕此災害所引起的損失，適時的洪水預警有其必要性。台灣之河川多急流且坡度陡，一般小集水區對雨量之反應快速，往往使集流時間甚為短促。因此，無論就減災、環境保護、甚至提高國家競爭力等方面來看問題，提高我國的氣候預報準確度確實有其必要性。台灣為一多山之島嶼，

河流遍佈整個島內，與人民的生活息息相關。淡水河、鳳山溪及頭前河流域等位於台灣北部，流域內包括台北縣、台北市、基隆市、桃園縣、新竹縣市等。並有石門、翡翠水庫以及其他攔河堰等，提供整個北部地區所需之水資源。

行政院環境保護署(2006)在溫室氣體資料庫網站中提到，影響水資源的水文因子包括河川流量、蒸發量、溫度等，而河川流量與降雨量有最明顯的關係。因此，若欲探討氣候變遷對水資源的影響，必須先了解氣候變遷對降雨量、河川流量及水文循環等的影響。陳晉琪(1999)提及，以台灣地區而言，降雨是水份的主要來源。姜承吾(1996)指出降水(Precipitation)為水由大氣降落地面之一段路程，是水文循環作用之起源。其量之多寡及時間分佈，對灌溉、給水、防洪、水力發電與水資源之開發利用等的影響頗深。凡落於地面之水，不論其為液態或固態，統稱為降水。因此，降水包括雨、雪、霜、露、冰雨及雹等，其中雨在不同型式之降水中所佔比例最高。降水起源於大氣中所含之水汽飽和所引致，但降水現象並非僅與空氣中之水汽含量多寡有關，另有其他因素綜合促成，如氣流、風向、氣溫、氣壓及流域高程等因子皆是。

一般觀測雨量所使用之基本單位為毫米(mm)，雨量之觀測則有以下幾種方式：1. 普通雨量計觀測；2. 雷達降水觀測；3. 氣象衛星降雨估測。平均雨量之計算方法則有以下五種：1. 算術平均法(Average Rainfall)；2. 集扇多邊型法(Thiessen Method)；3. 等雨量線法(Isohyetal Line)；4. 百分數面積法(Percent-of-Mean Method)；5. 平均雨量計算法。

姜承吾(1996)指出河川流量為水文之重要記錄。流量為單位時間內通過某斷面之水容積，常以每秒立方公尺(CMS, cms)或每秒立方英呎(CFS, cfs)加以表示，流量難以由一次之測取而獲得。流量為流速與斷面之乘積，河川斷面與流速隨時變動，因此兩項變數須在同一時間測取，方可求得正確之流量。流量測定之方法甚多，小流量可直接量容積，或由稱重換算流量，天然河道適合使用斷面流速法。其他尚有許多測定流量之方法，包括：1. 直接量計流量法；2. 斷面流速測量法；3. 水面坡降面積法；4. 水工結構物測流量法；5. 控制斷面測流量法。

徐義人(2003)指出，流域係由諸多斜面與河川網所構成。其中，斜面為雨水降落之主要場所。落於斜面與河溪之雨水會成為河川水路之逕流(Runoff)，最後流至出水口(Outlet)。降於流域之雨水，並非全部都會轉成河川逕流。成為河川逕流之部份中，有的在降雨後以較快速度流入河道，或在降雨停止後，經長時間後才變為河川流量。

姜承吾(1996)提及，逕流可分為三部份：第一為地表逕流(Surface Runoff)，係流經地表之水流，其起初為薄膜流，再來為漫地流，最後集中於溪、谷、河渠並流至流域出口，地表逕流主要起因於強度大之暴雨。第二為地表下逕流(Subsurface Runoff)，亦稱為伏流，為降水之一部份滲入地表下土壤內形成側流以流入河川，其流速雖緩，但於持續之中度降雨時，地表下逕流量可能較多。第三為地下水逕流(Groundwater Runoff)，亦稱地下水流，即入滲之雨水經深層滲漏流入地下水層，形成地下之蓄水層。

Nigel(1999)曾經利用 Hadley Centre 氣候模擬方案(HadCM1、HadCM2、HadCM3)所計算出來的結果，分析氣候和水資源間的變化關係。蔡松家(2002)指出，以地理資訊

系統軟體 ArcView 為核心，配合 Microsoft Virtual Basic 程式，並結合 GSM(Group Special Mobile)無線傳輸水位接收系統，再藉由即時傳輸之雨量及河川水位觀測資料進行建模與預測，已可於將軍溪建立一套洪水預警系統。

王安得(2004)是以電腦數值模擬為基礎，使用數值模擬程式 NETSTARS，模擬淡水河於各時間序列下各流量之推移載(Bed Load)、河床質載(Bed Material Load)等之輸砂量(Sediment Content)，並結合經濟部水利署之懸移質實測記錄，推估淡水河口之年輸砂量及淡水河口之年侵蝕率。李詩茜(2003)利用模擬演算法及缺水指標等，針對翡翠水庫之操作規線進行評估，能對乾旱的預防或改善找出一套明確之用水因應方案。陳明業(2001)嘗試以永續發展之角度，檢視過去針對淡水河流域之水資源需求所提出之各項水資源規劃方案，並針對可行性較高之幾項水資源規劃方案，進行模擬評估，其亦考慮氣候變遷對水資源所可能造成的影響，找出較符合永續發展理念之水資源操作方式。

天文學家 Newcomb 於 1881 年首先發現所謂的「第一位數現象」，他發現圖書館所收藏的計算用對數表在一開始的幾頁最髒，而這幾頁的頁碼正是以 1 或 2 開始的數字，愈往後則愈乾淨。其他的書籍也有此類似的現象，這反映出以 1 或 2 開始的數字出現之機率較為頻繁。Newcomb 在觀察到這個現象之後，他採取了更進一步的研究，結果他找出了一個明確的公式，可用以計算出以某個數字開頭的數據出現之機率。但是 Newcomb 將研究的成果發表後，並未受到當時世人的注意，直到物理學家 Benford(1938)再次獨立發現這個定律。Benford 以大範圍的數據作測試，發現許多自然形成的數據都會與公式所得的結果相符合，因此這個現象就被稱為「Benford 定律」。Benford 定律與數據間並無直接之相關性，但可找出 Benford 定律與數據間之規律性。

Benford 定律係於 1930 年代被提出，但直到 1994 年經過 Nigrini 的研究之後，才開始應用在審計領域，也逐漸被應用在商業界的資料分析與管理調查上，並已印證 Benford 定律在審計領域查核上的實用性。如前所述，Benford 定律常應用以檢驗數字之正確性，其在資料管理以及審計領域上已有不少應用，可據以研判有問題之數字資訊。Benford 定律在審計領域的應用，是根據第一位數出現的頻率，分析會計資料中的交易金額的第一(或第二、三、…)位數之出現頻率是否遵循 Benford 定律的出現頻率。Johnson(2005)曾經以 Benford 定律檢驗愛爾蘭在生意上因為詐欺和私吞所發生的錯誤帳目，以減少每年在生意上高達 5%的營業額損失。

Hans-Andreas 等人(2003)發現，在一些不同的系統裡，符合 Benford 定律的數據樣本可以是河流長度、市場每日的庫存量、零售價目、物理常數等等。有一些數學級數，例如 Fibonacci 級數，亦已被證實會遵守 Benford 定律。

朱毓仁(2004)指出，Benford 定律雖然能夠檢驗數據，但在使用上仍是有其先天上的限制，其僅能夠稱作是一個分析程序，可以有效的協助審計人員找出非自然的經濟交易，例如可能的錯誤、潛在的舞弊行為、人為的偏差與無效率或不正常的經濟行為等。但是根據 Benford 定律所完成的分析結果仍須要依賴專業的判斷，才能正確判斷統計數據中是否確實存在錯誤或舞弊。因此，Benford 定律雖然不能直接斷定資料的正確性，但由於其能夠協助審計人員有效的找出可能的錯誤、潛在的舞弊行為、人為的偏差與無效率或不正常的經濟行為，指導審計人員查核的方向，降低審計的風險，增加審計工作的效率與效果，故 Benford 定律已被稽核人員相當推崇與採用。

本文擬以 Benford 定律為工具，並以淡水河、頭前溪與鳳山溪等流域為研究目標，探討流域中之流量及雨量等數據，據以檢驗其與 Benford 定律間之相關性，用以研判流

量及雨量數據與 Benford 定律間之關係。

三、Benford 定律簡介

本單元是擬對本文所引用之 Benford 定律的使用時機和統計分析步驟，作一詳細的說明。假設數字 1、2、3、...、9 為符號 D ，則根據 Benford 的研究，在一群自然形成的數字中，可由以下公式推算出第一位數為 D 的出現機率 P ：

$$P = \log_{10} \left(1 + \frac{1}{D} \right) \quad (1)$$

上述公式即為 Benford 定律所稱之「第一位數現象」的計算公式。由公式(1)可計算出在一堆自然形成的數字中，以 1 開頭的機率是 30.1%，以 2 開頭的機率是 17.6%，以 3 開頭的機率是 12.5%，以 4 開頭的機率是 9.7%，以 5 開頭的機率是 7.9%，以 6 開頭的機率是 6.7%，以 7 開頭的機率是 5.8%，以 8 開頭的機率是 5.1%，以 9 開頭的機率是 4.6%。其中以數字 1、2、3 開頭的機率約佔 60.2%。許多自然形成的數字均具有類似的數字屬性，表一是本文根據 Benford 定律所計算出之首位數字出現機率。

表一 根據 Benford 定律所計算出之首位數字出現機率

首位數	1	2	3	4	5	6	7	8	9
出現機率	30.1%	17.6%	12.5%	9.7%	7.9%	6.7%	5.8%	5.1%	4.6%

Johnson(2005)指出，Benford 定律並不適用於所有的數據資訊。在應用 Benford 定律時，其資料的選擇和樣本的考慮上，必須考量以下幾項因素：1.樣本數量要夠多；2.樣本數據須為隨機產生；3.樣本數據須有上下限值；4.樣本數據須為自然產生。本文所欲探討的淡水河流域之流量及雨量資料，應已符合以上所述這四個條件。

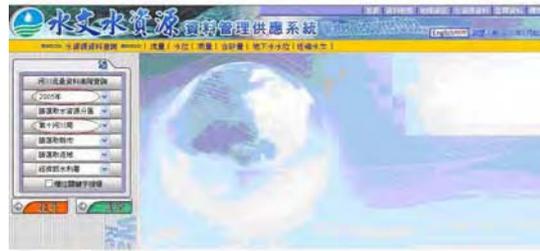
本文係自經濟部水利署(2006)水文水資源資料管理供應系統的資料庫中，取得進行首位數分析所需的資料，再擷取數據中所有首位數出現之次數，計算出首位數分別為 1、2、3、...、9 的出現機率，並與 Benford 定律所指出的首位數出現之機率作比較，據以判斷其與 Benford 定律間之相關性。

四、分析流程說明

茲以一範例說明 Benford 定律在水文資料統計上之應用方式。由經濟部水利署(2006)水文水資源資料管理供應系統網站，進入水資源資料庫中找出如圖一所示之流量資料按鈕。進入流量資料後，由左方之河川流量資料進行進階查詢，譬如可選擇 2005 年以及第十河川局，如圖二所示。



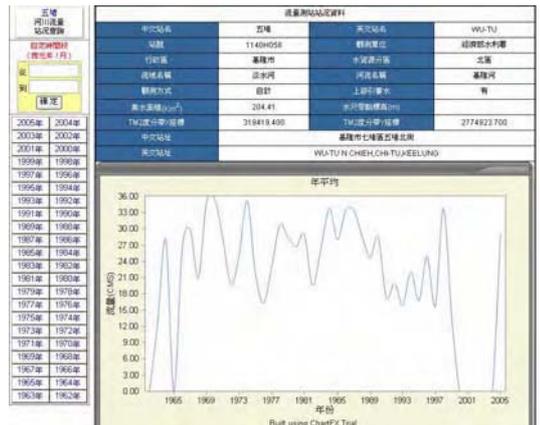
圖一 水文水資源資料管理供應系統—水資源資料(經濟部水利署，2006)



圖二 水文水資源資料管理供應系統—河川流量資料進階查詢(1/2)(經濟部水利署，2006)



圖三 水文水資源資料管理供應系統—河川流量資料進階查詢(2/2)(經濟部水利署，2006)



圖四 水文水資源資料管理供應系統—「五堵」流量測站站況資料(經濟部水利署，2006)

蒐尋並隨機選取測站「五堵」如圖三所示。進入「五堵」後，可得如圖四所示該測站之流量歷時曲線等資料，其流量單位均為 CMS。選取河川流量測站資料後，即可得測站「五堵」於 2005 年之每日河川流量資料，如圖五所示。其中河川流量資料等數據，即為所需探討之首位數出現機率的關鍵數據資料。

年份	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月
2005	16.65	34.20	87.45	31.50	0.82	12.23	1.66	5.53	411.89	7.27	29.16	5.71
2003	13.67	23.61	180.98	18.61	18.31	0.36	1.50	1.48	148.89	119.32	14.86	5.36
2001	10.65	29.21	157.74	13.31	699.23	38.94	1.18	1.82	37.07	44.86	18.01	6.09

圖五 水文水資源資料管理供應系統—「五堵」河川流量測站資料(2/2)(經濟部水利署，2006)

年	月	日	流量
2005	1	1	16.65
2005	1	2	34.20
2005	1	3	87.45
2005	1	4	31.50
2005	1	5	0.82

圖六 匯入 Excel 中之 2005 年「五堵」測站的河流流量原始數據

先將該測站 2005 年之河川流量數據取出，並安置於 Excel 表格中，如圖六所示。為

避免河川流量數據中有些可能會小於 1，故需先將所有數據乘以 100，如圖七所示，以方便後續之相關計算。接著即可取出每筆數據之第一位數，如圖八所示。茲以 2005 年 1 月 1 日「五堵」流量測站之河川流量數據加以說明。如圖六所示，該日之流量數據為 18.65 CMS，乘以 100 後，成為 1865，如圖七所示，然後再取出數據 1865 之第一位數 1，如圖八所示。

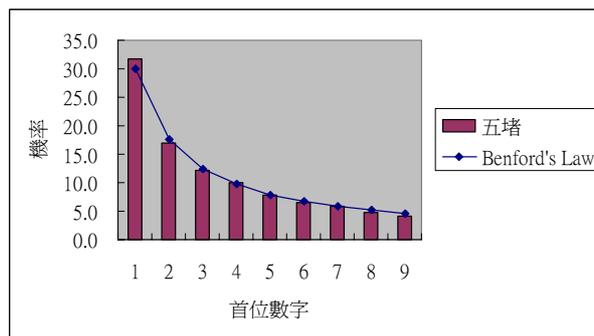
圖七 將圖六中之河川流量數據乘以 100 後之結果

圖八 圖七中河川流量數據之第一位數

最後，將「五堵」測站自 1962 年至 2005 年之所有流量數據(共 12,114 筆)之第一位數出現機率統計出來，如表二所示，並繪製成圖以方便觀察、比較，如圖九所示。

表二 「五堵」測站 1962~2005 年流量資料之第一位數出現機率統計資料(共 12,114 筆)

第一位數	1	2	3	4	5	6	7	8	9	備註
出現次數合計	3,832	2,051	1,477	1,207	954	791	720	587	495	共 12,114 筆
出現次數百分比	31.6	16.9	12.2	10.0	7.9	6.5	5.9	4.8	4.1	



圖九 「五堵」測站 1962~2005 年流量資料之首位數字出現機率與 Benford 定律比較圖

基於此，本文共擬探討屬於淡水河流域之「三峡(2)」、「橫溪」、「五堵」、「秀朗」、「三鶯橋」、「屈尺」、「介壽橋」、「寶橋」、「上龜山橋」等 9 個測站之流量資料與 Benford 定律之相關性，同時也會研究「石碇(2)」、「碧湖」、「火燒寮」、「大豹」、「三峡」、「瑞芳(2)」、「中正橋」、「竹子湖(2)」、「福山(3)」、「大桶山」、「坪林(4)」、「五堵」、「石門(3)」等 13 個測站之雨量資料與 Benford 定律之關連性。此外，亦將探討鳳山溪流域「新埔(2)」測

站之流量資料、鳳山溪流域「新埔(1)」及「關西(3)」測站之雨量資料等與 Benford 定律之相關性；頭前溪流域之歷年河川雨量及流量等水文資料中，以「梅花」雨量測站和「內灣」流量測站所記錄之資料較為完整，故本文擬以該兩測站之水文資料進行相關之統計分析，並探討其與 Benford 定律間之相關性。

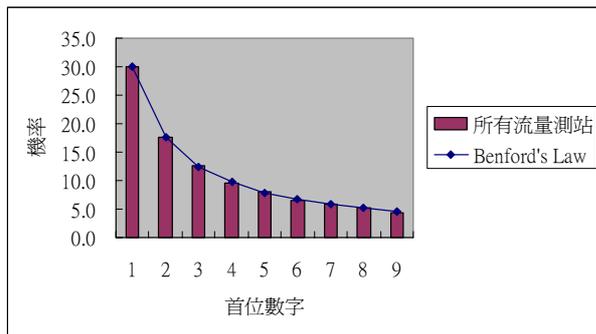
表三 淡水河流域所有流量測站之第一位數統計分析結果(共 80,329 筆)

首位數字	1	2	3	4	5	6	7	8	9	合計
Benford 定律(%)	30.1	17.61	12.49	9.69	7.92	6.69	5.8	5.12	4.58	100
三鶯橋	3,394	2,339	1,540	1,129	967	777	717	590	506	11,959
出現機率(%)	28.38	19.56	12.88	9.44	8.09	6.50	6.00	4.93	4.23	100
上龜山橋	795	428	443	232	232	212	145	177	81	2,745
出現機率(%)	28.96	15.59	16.14	8.45	8.45	7.72	5.28	6.45	2.95	100
五堵	3,832	2,051	1,477	1,207	954	791	720	587	495	12,114
出現機率(%)	31.63	16.93	12.19	9.96	7.88	6.53	5.94	4.85	4.09	100
介壽橋	2,554	1,574	1,115	804	667	517	436	448	344	8,459
出現機率(%)	30.19	18.61	13.18	9.50	7.89	6.11	5.15	5.30	4.07	100
秀朗	3,513	2,082	1,349	1,082	914	747	699	622	515	11,523
出現機率(%)	30.49	18.07	11.71	9.39	7.93	6.48	6.07	5.40	4.47	100
屈尺	2,522	1,660	1,469	1,032	879	719	631	547	479	9,938
出現機率(%)	25.38	16.70	14.78	10.38	8.84	7.23	6.35	5.50	4.82	100
橫溪	5,424	2,508	1,800	1,529	1,362	1,153	1,088	971	862	16,697
出現機率(%)	32.48	15.02	10.78	9.16	8.16	6.91	6.52	5.82	5.16	100
寶橋	1,989	1,485	1,007	743	557	382	296	227	208	6,894
出現機率(%)	28.85	21.54	14.61	10.78	8.08	5.54	4.29	3.29	3.02	100
總數合計	24,023	14,127	10,200	7,758	6,532	5,298	4,732	4,169	3,490	80,329
出現機率(%)	29.9	17.6	12.7	9.7	8.1	6.6	5.9	5.2	4.3	100

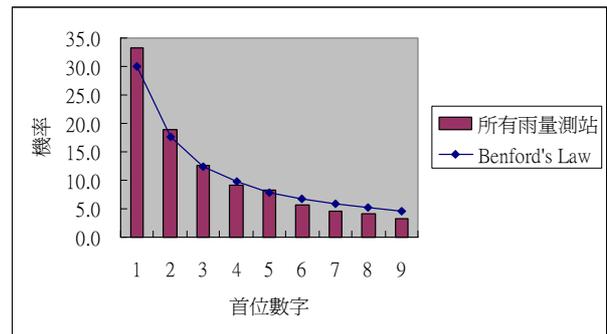
表四 淡水河流域所有雨量測站之第一位數統計分析結果(共 79,056 筆)

首位數字	1	2	3	4	5	6	7	8	9	合計
Benford 定律(%)	30.1	17.61	12.49	9.69	7.92	6.69	5.8	5.12	4.58	100
石錠(2)	2,328	1,325	859	630	525	412	322	310	245	6,956
出現機率(%)	33.47	19.05	12.35	9.06	7.55	5.92	4.63	4.46	3.52	100
碧湖	2,360	1,311	844	610	912	372	325	259	237	7,230
出現機率(%)	32.64	18.13	11.67	8.44	12.61	5.15	4.50	3.58	3.28	100
火燒寮	3,150	2,002	1,326	1,010	1,047	620	492	444	387	10,478
出現機率(%)	30.1	19.1	12.7	9.6	10.0	5.9	4.7	4.2	3.7	100
大豹	1,820	1,024	697	470	448	300	224	204	169	5,356
出現機率(%)	34.0	19.1	13.0	8.8	8.4	5.6	4.2	3.8	3.2	100
三峽	1,763	1,216	732	526	446	326	269	228	167	5,673
出現機率(%)	31.1	21.4	12.9	9.3	7.9	5.7	4.7	4.0	2.9	100
瑞芳(2)	2,427	1,507	1,082	818	694	535	421	394	301	8,179
出現機率(%)	29.67	18.43	13.23	10.00	8.49	6.54	5.15	4.82	3.68	100
中正橋	1,308	672	460	344	221	217	155	155	101	3,633
出現機率(%)	36.00	18.50	12.66	9.47	6.08	5.97	4.27	4.27	2.78	100
竹子湖(2)	1,680	881	563	481	333	277	210	176	157	4,758
出現機率(%)	35.31	18.52	11.83	10.11	7.00	5.82	4.41	3.70	3.30	100
福山(3)	1,828	885	574	422	329	261	251	170	156	4,876
出現機率(%)	37.49	18.15	11.77	8.65	6.75	5.35	5.15	3.49	3.20	100
大桶山	1,946	1,052	734	529	390	287	268	211	204	5,621
出現機率(%)	34.62	18.72	13.06	9.41	6.94	5.11	4.77	3.75	3.63	100
坪林(4)	1,837	925	604	407	325	275	228	193	165	4,959
出現機率(%)	37.04	18.65	12.18	8.21	6.55	5.55	4.60	3.89	3.33	100
五堵	2,577	1,481	1,013	700	591	467	353	326	240	7,748
出現機率(%)	33.26	19.11	13.07	9.03	7.63	6.03	4.56	4.21	3.10	100
石門(3)	1,255	717	428	336	244	203	162	132	112	3,589
出現機率(%)	34.97	19.98	11.93	9.36	6.80	5.66	4.51	3.68	3.12	100
總數合計	26,279	14,998	9,916	7,283	6,505	4,552	3,680	3,202	2,641	79,056
出現機率(%)	33.2	19.0	12.5	9.2	8.2	5.8	4.7	4.1	3.3	100

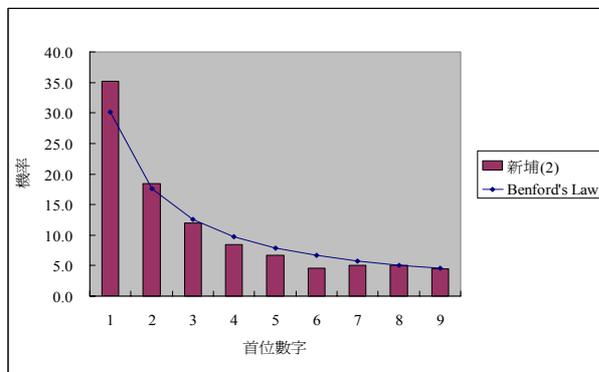
由表三知，「屈尺」、「寶橋」、「上龜山橋」等流量測站之分析結果與 Benford 定律有較大的差異，但由圖十之綜合研究結果得知，整體而言，淡水河流域之流量數據與 Benford 定律確實具有相關性。另外，由表四得知，雨量測站之分析結果以「碧湖」、「火燒寮」、「三峽」等測站之結果與 Benford 定律有較大之差異，由其所對應之圖十一知，淡水河流域之雨量資料與 Benford 定律確實略有差異，因其雨量資料之首位數字為 1 與 2 者明顯高於 Benford 定律之值，而首位數字為 6、7、8、9 者則明顯低於 Benford 定律之值。基於此，可引用此流域特徵，於後續之研究中，進一步建立以 Benford 定律為基礎之淡水河流域的流量及雨量預測模式，甚至是氣候變遷之預測模式，再結合其他相關之預測模式，應有助於流域內水資源之永續開發與利用。



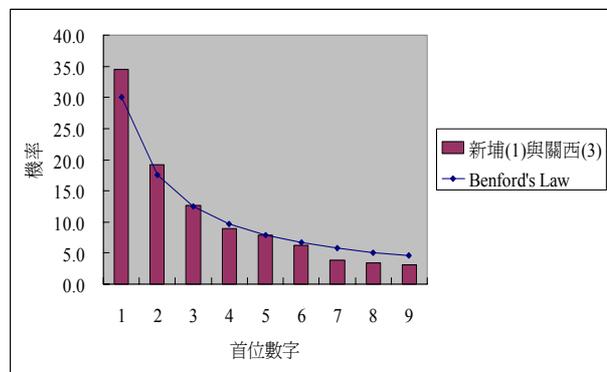
圖十 淡水河流域所有流量測站之第一位數統計結果與 Benford 定律的比較圖



圖十一 淡水河流域所有雨量測站之第一位數統計結果與 Benford 定律的比較圖

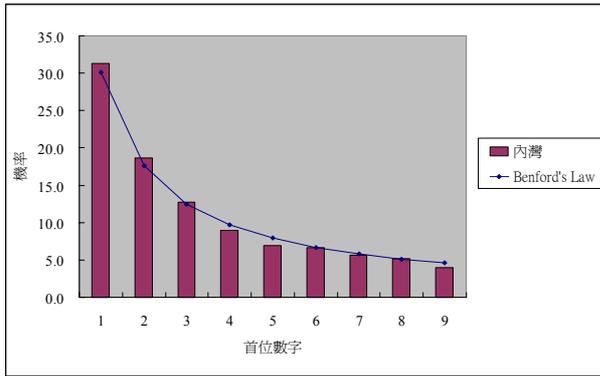


圖十二 鳳山溪流域之「新埔(2)」流量測站資料之第一位數統計結果與 Benford 定律的比較圖

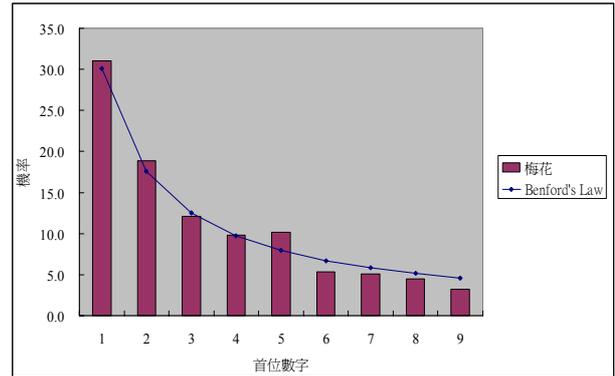


圖十三 鳳山溪流域之「新埔(1)」及「關西(3)」雨量測站資料之第一位數統計結果與 Benford 定律的比較圖

由圖十二知，鳳山溪流域「新埔(2)」流量測站資料之第一位數機率統計結果與 Benford 定律略有差異；由圖十三知，鳳山溪流域之「新埔(1)」及「關西(3)」雨量測站資料亦與 Benford 定律有些差異性，亦即這些水文資料與 Benford 定律多未完全吻合。另外，由圖十四知，頭前溪流域「內灣」流量測站所記錄之水文資料，則與 Benford 定律相當吻合；然而，由圖十五知，頭前溪流域「梅花」雨量測站資料則與 Benford 定律不盡相同。然因這兩個流域之統計資料較少，故尚需更多監測資料進行相關之分析研究，方能確認其與 Benford 定律的相關性。



圖十四 頭前溪流流域「內灣」流量測站之第一位數統計結果與 Benford 定律的比較



圖十五 頭前溪流流域「梅花」雨量測站之第一位數統計結果與 Benford 定律的比較

五、結論

本文共針對淡水河流域之「三峽(2)」等 9 個流量測站資料與「石碇(2)」等 13 個雨量測站資料、鳳山溪流域之「新埔(2)」流量測站資料與「新埔(1)」及「關西(3)」的雨量測站資料、頭前溪流流域之「梅花」雨量測站和「內灣」流量測站等，進行各項資料之首位數字統計分析。由本文之研究結果得知：

1. 整體而言，根據表三與圖十，淡水河流域之流量數據與 Benford 定律確實相當吻合；由表四與圖十一得知，淡水河流域之雨量資料與 Benford 定律略有差異，因其雨量資料之首位數字為 1 與 2 者明顯高於 Benford 定律之值，而首位數字為 6、7、8、9 者則明顯低於 Benford 定律之值。
2. 於探討鳳山溪流域「新埔(2)」流量測站資料、「新埔(1)」及「關西(3)」之雨量測站資料等與 Benford 定律之關連性時發現，這些水文資料與 Benford 定律多未完全吻合。另外，頭前溪流流域之「梅花」雨量測站所記錄之水文資料，亦與 Benford 定律不盡相同；但該流域中之「內灣」流量測站所記錄之水文資料，則與 Benford 定律相當吻合。然因這兩個流域之統計資料較少，故尚需更多監測資料進行相關之分析研究，方能確認其與 Benford 定律的相關性。

由以上之綜合研討知，本文已大致明瞭淡水河流域的流量及雨量等水文資料，確實具有 Benford 定律所描述之特徵。故應可引用此一結論，於後續之研究中，進一步探討如何建立以 Benford 定律為基礎之淡水河等流域的流量及雨量預測模式，甚至是氣候變遷之預測模式，並結合其他相關之預測模式，使有利於水資源之永續開發與利用。

六、誌謝

本文係在國科會計畫 NSC-94-2625-Z-216-001 補助下所完成，特此申謝。

參考文獻

- Benford, F., "The Law of Anomalous Numbers," *Proceedings of the American Philosophical Society*, Vol. 78, pp. 551-572, 1938.
- Hans-Andreas, E. and L. Christoph, "Benford's Law for Exponential Random Variables," *Statistics & Probability Letters*, Vol. 63, pp. 361-365, 2003.
- Johnson, P., "Fraud Detection with Benford's Law," *Accountancy Ireland*, August, Vol. 37, No. 4, pp. 16-17, 2005.
- Newcomb, S., "Note on the Frequency of Use of the Different Digits in Natural Numbers," *American Journal of Mathematics*, Vol. 4, pp. 39-40, 1881.
- Nigel, W., "Climate Change and Global Water Resources," *Global Environmental Change*, Vol. 9, pp. 31-49, 1999.
- Nigrini, M.J., "Using Digital Frequencies to Detect Fraud," *The White Paper*, April, pp. 3-6, 1994.
- 王安得，「淡水河年侵蝕率之推估」，碩士論文，國立台南師範學院自然科學教育研究所，2004。
- 行政院環境保護署，「溫室氣體資料庫－損害度與適應」，<http://gis2.sinica.edu.tw/epa/damage/>，2006/6/15 瀏覽。
- 朱毓仁，「應用數位分析與資料探勘技術為審計分析性複核程序之研究」，碩士論文，國立中正大學會計與資訊科技研究所，2004。
- 李詩茜，「翡翠水庫供水規線操作之研究」，碩士論文，國立海洋大學河海工程研究所，2003。
- 姜承吾，「應用水文學」，中國土木水利工程學會，1996。
- 徐義人，「應用水文學」，國立編譯館，2003。
- 陳明業，「淡水河水資源系統動力模式與永續管理策略之研究」，碩士論文，國立台灣大學生物環境系統研究所，2001。
- 陳晉琪，「土石流發生條件及發生機率之研究」，博士論文，國立成功大學水利及海洋工程研究所，1999。
- 陳嘉榮，「區域雨量分析與降雨－逕流預報之研究」，博士論文，國立成功大學水利及海洋工程研究所，2000。
- 經濟部水利署，「水文水資源資料管理供應系統」，<http://gweb.wra.gov.tw/wrweb/>，2006/3/27 瀏覽。
- 蔡松家，「洪水預警系統及資料庫建置與管理之研究」，碩士論文，國立成功大學水利及海洋工程研究所，2002。



農
業
工
程
研
討
會

論文摘要集

2006

補注高溫水所引致地層彈性力學行為變化探討

Elastic Mechanical Responses of the Stratum Due to Recharge Hot Water

中華大學土木與工程資訊學系

華胤工程股份有限公司

副教授

總經理

呂志宗

林擎天

John C.-C. Lu

Ching-Tian Lin

摘 要

本文旨在研討高溫水持續補注地層所引致的地層彈性力學行為等之變化。數學模式中，係考慮地層為均質等向之飽和線彈性多孔介質，並以單點補注模擬補注水的現象。本文是引用積分轉換方法解析數學模式，分別對時間變數 t 作 Laplace 積分轉換、對空間變數 r 與 z 作 Hankel 與 Fourier 積分轉換，所研討出之解為與時間有關之暫態閉合解，可應用以探討補注高溫水所伴隨之熱傳導效應對地層力學行為變化等的影響。

關鍵詞：補注高溫水，積分轉換，暫態解，無限域

Abstract

This paper presents the elastic mechanical responses of the stratum by injecting hot water at a constant rate. The mathematical model of the stratum is a homogeneous isotropic linear elastic saturated porous medium containing a point hot water recharging source. The time-dependent transient solutions were determined by using Laplace, Hankel and Fourier integral transform techniques with respect to the variables t , r and z , respectively. The derived results can be applied to analyze the heat conduction effect of the stratum caused by recharging hot water.

Keywords: Recharge hot water, Integral transform, Transient solution, Infinite space

補注高溫水所引致地層彈性力學行為變化探討

Elastic Mechanical Responses of the Stratum Due to Recharge Hot Water

中華大學土木與工程資訊學系

華胤工程股份有限公司

副教授

總經理

呂志宗

林擎天

John C.-C. Lu

Ching-Tian Lin

摘要

本文旨在研討高溫水持續補注地層所引致的地層彈性力學行為等之變化。數學模式中，係考慮地層為均質等向之飽和線彈性多孔介質，並以單點補注模擬補注水的現象。本文是引用積分轉換方法解析數學模式，分別對時間變數 t 作 Laplace 積分轉換、對空間變數 r 與 z 作 Hankel 與 Fourier 積分轉換，所研討出之解為與時間有關之暫態閉合解，可應用以探討補注高溫水所伴隨之熱傳導效應對地層力學行為變化等的影響。

關鍵詞：補注高溫水，積分轉換，暫態解，無限域

Abstract

This paper presents the elastic mechanical responses of the stratum by injecting hot water at a constant rate. The mathematical model of the stratum is a homogeneous isotropic linear elastic saturated porous medium containing a point hot water recharging source. The time-dependent transient solutions were determined by using Laplace, Hankel and Fourier integral transform techniques with respect to the variables t , r and z , respectively. The derived results can be applied to analyze the heat conduction effect of the stratum caused by recharging hot water.

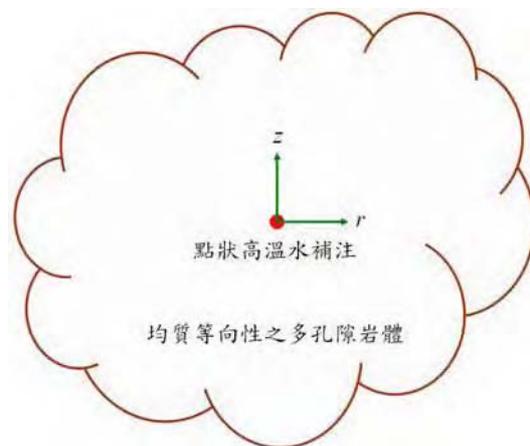
Keywords: Recharge hot water, Integral transform, Transient solution, Infinite space

一、前言

溫泉為重要之水資源的一種，發達之溫泉地質，除具有觀光效益之外，更可以供作地熱發電等用途。台灣的溫泉可依溫度區分為沸騰溫泉、高溫溫泉、中溫溫泉、低溫溫泉與冷泉等五種[1]。沸騰溫泉湧出地表時溫度高達攝氏 97°C 以上，這種沸騰溫泉多分佈於火成岩區與變質岩區。高溫溫泉湧出的溫度係介於 $75\sim 96^{\circ}\text{C}$ 之間，其地質條件多屬

火成岩與變質岩區。中溫溫泉的溫度是介於 50~74°C，台灣的自湧溫泉多屬此類。低溫溫泉的溫度則介於攝氏 30~49°C 之間，其只需自然降溫即適合於人體浸泡，如四重溪等地之溫泉即是。目前法規上對冷泉之定義為：「溫泉露頭或溫泉孔口測得之泉溫小於攝氏 30°C 且其游離二氧化碳為五百 (mg/L) 以上者」，蘇澳冷泉即屬此類。

由文獻[2]得知，溫泉主要是由降水、河水及湖泊水等地面水滲入地下，在深處加熱後，再循環上升至地面所形成。因此，必須在適當的地質與地形條件下，始能促成地下水進入深循環而產生溫泉。根據文獻[3]之溫泉調查，台灣的溫泉地點有些均已接近可抽取量或有過度超抽的情況。因此，若有必要，可考慮以補注高溫水的方式，補注地層中之水源不足的問題。基於此，本文擬探討如圖一所示補注高溫水所可能引致的地層力學行為等之變化。



圖一 點狀高溫水補注示意圖

地殼中熱能的產生並非各處均相同。在花崗岩類地殼中，由於鈾、鈾、鉀等不相容元素最為豐富，是故大陸地殼產生的熱量也最高[1]。海洋地殼多屬玄武岩地質，因其岩質較不含鈾、鈾及鉀等元素，所以其單位體積所產生的能量較低[1]。高溫水的補注與溫泉水的抽取係兩種不同方向之滲流行為，但其滲流機制完全相同；就能源的儲存利用來說，高溫水的補助亦有其必要。基於以上之說明，本文擬探討高溫水補注所引致的地層力學行為變化，所考慮之地質條件為花崗岩地層。

若欲以學理方式探討如圖一所示高溫水在花崗岩地層中之滲流行為，則需考慮高溫水在滲流過程中，其體積變化與熱量變化等的影響。有關高溫水之體積變化應會遵守質量守衡定律，該定律亦常稱之為流量連續條件。關於高溫水在花崗岩地層中之滲流，可考慮其為層流，且其滲流體積與壓力梯度及滲流通過之面積成正比，亦即高溫水在花崗岩地層中之滲流行為應會遵守 Darcy 定律。另外，熱量在地層中之擴散傳輸現象則應服從能量守衡定律。高溫水補注花崗岩地層時，其熱量之擴散傳輸方式可考慮為以熱傳導機制為主，因為花崗岩地層之孔隙率 (Porosity) 較小之故。

基於以上之說明，本文於建立高溫水補注花崗岩地層中之擴散傳輸模式時，擬引用

Darcy 定律與質量守衡定律，建立與高溫水體積變化相關之基本方程式。另外，亦需考慮熱傳導現象所遵循之自然律及能量守衡定律，用以建立與高溫水中之熱量傳輸變化有關之基本方程式。因考慮地表邊界之影響微小，故本文擬將花崗岩地層模擬為均質等向性 (Homogeneous Isotropic) 之無限域 (Infinite Space) 地層；為模擬補注高溫水時因滲流所引致之地層力學行為變化，擬考慮地層中有一補注點，本文考慮該點即為座標原點，則問題可考慮為軸對稱情況。本文考慮補注點之補注速率是固定，並擬以 Laplace、Hankel 與 Fourier 等積分轉換方法解析所建立之數學模式，所研討出之解為與時間有關之閉合解 (Closed-form Solution)。

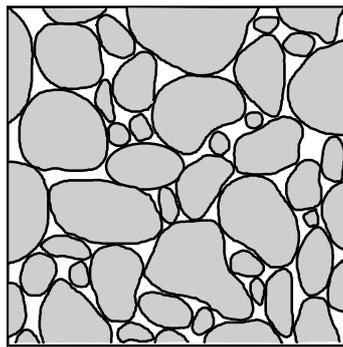
二、數學模式

2.1 連續方程式

若考慮花崗岩地層為均質等向性之飽和多孔介質，且補注水之滲流現象係屬於層流，則其滲流行為應遵守 Darcy 定律，如以下所示[4]：

$$\sigma_i = b(\dot{v}_i - \dot{u}_i), \quad (1)$$

其中 σ 為作用於如圖二所示花崗岩地層代表性元素體 (Representative Element) 中之孔隙水面積上的應力 (張力為正)，且 $\sigma = -np$ [4]， n 是地層之孔隙率， p 則是超額孔隙水壓 (Excess Pore Water Pressure，壓力為正)； b 稱為 Darcy 係數，且 $b = n^2 \gamma_w / k$ [4]， k 為花崗岩地層之滲透係數 (Permeability)， γ_w 為補注水之單位重 (Unit Weight)； \dot{v}_i 與 \dot{u}_i 分別表孔隙流體與固體介質之速度，因此 $\dot{v}_i - \dot{u}_i$ 表流體與固體之相對流速。



圖二 代表性多孔介質元素體示意圖

孔隙流體壓力 σ 應會受到固體介質之體積應變量 ε 、流體介質之體積應變量 ϵ 與花崗岩地層之溫度變化量 ϑ 等的影響。基於文獻[5]，可知：

$$\sigma = R\epsilon + Q\varepsilon - \bar{\gamma}_i \vartheta, \quad (2)$$

其中 Q 、 R 為Biot[4]所定義之多孔介質力學常數； $\mathcal{G} = T - T_0$ ， T 與 T_0 分別表多孔介質地層之初始溫度與受熱影響後之溫度；參數 $\bar{\gamma}_t$ 係定義為[5]：

$$\bar{\gamma}_t = 3(Q\alpha_s + R\alpha_w), \quad (3)$$

式中 α_s 與 α_w 分別為固體介質與孔隙流體之線性熱膨脹係數 (Linear Thermal Expansion Coefficient)。

將式(2)代入式(1)，可得：

$$R \epsilon_{,i} + Q \epsilon_{,i} - \bar{\gamma}_t \mathcal{G}_{,i} - b(\dot{v}_i - \dot{u}_i) = 0, \quad (4)$$

上式取其散度 (Divergence)，並引用流體介質之體積應變量 ϵ 與流體速度 v_i 之關係式 $\epsilon = v_{i,i}$ 、以及 $\sigma = -np$ 之關係式，再考慮單位時間內地層中有 Q_w 體積之高溫水自座標原點進行單點補注，則式(4)可改寫為流量連續方程式，如以下所示：

$$-\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 p + \frac{n^2}{R} \frac{\partial p}{\partial t} + n \frac{Q+R}{R} \frac{\partial \epsilon}{\partial t} - 3n \left(\frac{Q}{R} \alpha_s + \alpha_w \right) \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} - \frac{Q_w}{2\pi r} \delta(r) \delta(z) u(t) = 0, \quad (5)$$

其中 $\nabla^2 = \partial^2 / \partial r^2 + 1/r \partial / \partial r + \partial^2 / \partial z^2$ ； $\delta(x)$ 與 $u(t)$ 分別為Dirac-delta函數與單位階梯函數 (Unit Step Function)。若考慮飽和多孔介質為不可壓縮，亦即考慮排出之孔隙水體積等於多孔介質體積之縮小量，則：

$$(1-n)\epsilon + n\epsilon = 0. \quad (6)$$

上式與式(2)作比較，可知：

$$Q, R \rightarrow \infty, \text{ 且 } \frac{Q}{R} = \frac{1-n}{n}. \quad (7)$$

基於此，式(5)可進一步改寫為[5]：

$$-\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 p + \frac{\partial \epsilon}{\partial t} - 3\alpha_u \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} - \frac{Q_w}{2\pi r} \delta(r) \delta(z) u(t) = 0. \quad (8)$$

式中係數 $\alpha_u = (1-n)\alpha_s + n\alpha_w$ 。

2.2 熱平衡方程式

熱量在多孔介質中之擴散傳輸應遵循熱平衡原理，亦即[6]：

$$m \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} = -h_{i,i} - (Hq_i)_{,i}, \quad (9)$$

其中係數 $m = (1-n)\rho_s c_s + n\rho_w c_w$ ， ρ_s 與 ρ_w 分別為固體介質與補注水之密度， c_s 與 c_w 分別

為固體介質與補注水之比熱； h_i 表熱流率 (Heat Flux)； q_i 是補注水之質量流率 (Mass Flux)， $q_i = n\rho_w(v_i - u_i)$ ， v_i 與 u_i 分別表補注水與固體介質之位移量； H 為補注水之比焓 (Specific Enthalpy)。補注水流動所引致之比焓可表為：

$$H = c_w \Delta T, \quad (10)$$

式中 ΔT 表補注水進入地層中之後的溫度變化量。

若考慮如圖二所示微小之代表性元素體中，孔隙水與固體介質間之熱平衡速率較熱量及孔隙水在多孔介質中之擴散傳輸速率快很多，則所考慮之代表性元素體中，固體介質與孔隙水應滿足以下之熱平衡關係式[5]：

$$m\mathcal{G} = n\rho_w c_w \Delta T. \quad (11)$$

引用式(9)至式(11)，消去其中之變量 ΔT 與 H ，則可將式(9)改寫為：

$$m \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} = -h_{i,i} - \left(\frac{m}{n\rho_w} \mathcal{G} q_i \right)_{,i}. \quad (12)$$

式(12)中等號右邊之第一項 $h_{i,i}$ 與熱傳導機制有關，等號右邊之第二項則與熱對流機制有關。關於熱量在多孔介質中之熱傳導現象，則需考慮其應遵守如以下所示之Fourier定律：

$$h_i = -\lambda_i \mathcal{G}_{,i}, \quad (13)$$

式中 λ_i 表多孔介質之熱傳導係數。因考慮孔隙水在介質中之流動符合Darcy定律，若引用 $q_i = n\rho_w(\dot{v}_i - \dot{u}_i)$ 和 $\sigma = -np$ [4]的關係式，則可將式(1)之Darcy定律改寫為：

$$q_i = -\rho_w \frac{k}{\gamma_w} p_{,i}. \quad (14)$$

將Fourier定律式(13)與Darcy定律式(14)代入式(12)中，並考慮補注水滲流過程中，單位時間內會補注 Q_h 的熱量，然後再對式(12)作適當之微分運算。因問題為軸對稱，故式(12)可以軸對稱圓柱座標改寫為：

$$-\lambda_i \nabla^2 \mathcal{G} + m \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} - \frac{mk}{n\gamma_w} \left(\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial z} \frac{\partial p}{\partial z} + \mathcal{G} \nabla^2 p \right) - \frac{Q_h}{2\pi r} \delta(r) \delta(z) u(t) = 0, \quad (15)$$

其中 $\nabla^2 = \partial^2 / \partial r^2 + 1/r \partial / \partial r + \partial^2 / \partial z^2$ 。若忽略孔隙水之熱對流效應，則式(15)可進一步改寫為：

$$-\lambda_i \nabla^2 \mathcal{G} + m \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} - \frac{Q_h}{2\pi r} \delta(r) \delta(z) u(t) = 0. \quad (16)$$

2.3 力平衡方程式

高溫水補注問題中，其力學行為變化牽涉作用於固體介質之應力、超額孔隙水壓與熱應力等。由 Newton 第二運動定律知，作用於多孔介質之總應力 (Total Stress) 需滿足力平衡方程式，如以下所示：

$$\tau_{ij,j} + b_i = 0, \quad (17)$$

其中 b_i 表與重力效應有關之微體力 (Body Force)；總應力 $\tau_{ij} = \sigma_{ij} + \sigma\delta_{ij}$ ， σ_{ij} 表作用於代表性元素體中固體介質面積上之應力。如式(2)所述，孔隙流體壓力 σ 應會受到固體介質之體積應變量 ε 、流體介質之體積應變量 \in 與花崗岩地層之溫度變化量 ϑ 等的影響；同理，作用於固體介質之面積應力 σ_{ij} 亦是如此。為清楚起見，除列出與固體介質面積應力 σ_{ij} 有關之組成律 (Constitutive Law) 式(18)，亦再重新列示式(2)，如以下所示[5]：

$$\sigma = R\in + Q\varepsilon - \bar{\gamma}_t\vartheta, \quad (2)$$

$$\sigma_{ij} = 2N\varepsilon_{ij} + (Q\in + A\varepsilon - \gamma_t\vartheta)\delta_{ij}, \quad (18)$$

其中 A 、 N 、 Q 、 R 為 Biot[4]所定義之多孔介質力學常數； δ_{ij} 為 Kronecker delta 函數； ε_{ij} 是固體介質之應變； ε 與 \in 分別表固體介質與孔隙水之體積應變量；花崗岩地層之溫度變化量 $\vartheta = T - T_0$ ， T 與 T_0 分別代表多孔介質地層之初始溫度與受熱影響後之溫度；參數 $\bar{\gamma}_t$ 如式(3)所示，參數 γ_t 則定義如式(19)所示[5]：

$$\bar{\gamma}_t = 3(Q\alpha_s + R\alpha_w), \quad (3)$$

$$\gamma_t = (3A + 2N)\alpha_s + 3Q\alpha_w, \quad (19)$$

式中 α_s 與 α_w 分別為固體介質與孔隙流體之線性熱膨脹係數。將式(2)與式(18)代入式(17)，可得：

$$2N\varepsilon_{ij,j} + (A+Q)\varepsilon_{,i} + (Q+R)\in_{,i} - (\gamma_t + \bar{\gamma}_t)\vartheta_{,i} + b_i = 0. \quad (20)$$

上式再引用 $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i})$ 與 $\varepsilon = u_{k,k}$ 之關係式，則可推導出以多孔介質位移 u_i 、孔隙水體積應變 \in 與介質溫度變化量 ϑ 為主要變數之力平衡方程式：

$$Nu_{i,kk} + (A+N+Q)u_{k,ki} + (Q+R)\in_{,i} - (\gamma_t + \bar{\gamma}_t)\vartheta_{,i} + b_i = 0. \quad (21)$$

若考慮以超額孔隙水壓 p 取代孔隙水體積應變 \in 為基本變數，則可引用 $\sigma = -np$ [4]

與式(2)的關係式，將力平衡方程式改寫為：

$$Nu_{i,kk} + \left(A + N - \frac{Q^2}{R} \right) u_{k,ki} - n \frac{Q+R}{R} p_{,i} - \left(\gamma_t - \frac{Q}{R} \bar{\gamma}_t \right) g_{,i} + b_i = 0 \quad (22)$$

Biot 所引用之力學常數與常見之力學常數的關係如以下所示[5]：

$$N = G, \quad A + N - \frac{Q^2}{R} = (2\eta - 1)G, \quad \eta = \frac{1-\nu}{1-2\nu}, \quad (23)$$

其中 G 為多孔介質之剪力模數 (Shear Modulus)； ν 為多孔介質於排水情況下所測得之波松比 (Poisson's Ratio)。茲考慮高溫水補注過程中，溫泉地層有形狀的改變，但總體積無變化，即將多孔介質地層視為不可壓縮，如式(6)與式(7)所示。基於以上說明，引用式(7)之關係式，並引用式(19) $\gamma_t = (3A + 2N)\alpha_s + 3Q\alpha_w$ 、式(3) $\bar{\gamma}_t = 3(Q\alpha_s + R\alpha_w)$ 及式(23)，則力平衡方程式(22)可進一步改寫為常見之型式：

$$Gu_{i,kk} + G(2\eta - 1)u_{k,ki} - p_{,i} - (2G + 3\lambda)\alpha_s g_{,i} + b_i = 0 \quad (24)$$

因係考慮於溫泉地層中，於座標原點處有一單點補注引致滲流現象，故若不考慮微體力 b_i 的影響，則式(24)可以軸對稱圓柱座標表為：

$$\nabla^2 u_r + (2\eta - 1) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} - \frac{1}{G} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{(2G + 3\lambda)\alpha_s}{G} \frac{\partial g}{\partial r} = 0, \quad (25a)$$

$$\nabla^2 u_z + (2\eta - 1) \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - \frac{1}{G} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{(2G + 3\lambda)\alpha_s}{G} \frac{\partial g}{\partial z} = 0, \quad (25b)$$

其中 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ； $\varepsilon = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$ ；Lame 常數 $\lambda = \frac{2G\nu}{1-2\nu}$ 。式(8)、式(16)、式(25a)與式(25b)組成問題之基本方程式。

2.4 邊界條件與初始條件

本文係模擬溫泉地層為一無限域，並以座標原點中有高溫水補注引致滲流現象。因此，考慮問題之無限遠邊界條件為無位移量變化、無地層溫度變化且無超額孔隙水壓變化：

$$\lim_{z \rightarrow \pm\infty} \{u_r(r, z, t), u_z(r, z, t), p(r, z, t), g(r, z, t)\} \rightarrow \{0, 0, 0, 0\} \quad (26)$$

有關問題之初始條件，則是考慮一開始的時候，地層無位移變化、無溫度變化且無超額孔隙水壓變化等，如以下所示：

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \{u_r(r, z, t), u_z(r, z, t), p(r, z, t), \vartheta(r, z, t)\} \rightarrow \{0, 0, 0, 0\}. \quad (27)$$

三、解析解

本文係以 Laplace、Hankel 與 Fourier 積分轉換方法解析以上所述問題之數學模式，可得出與時間有關之問題的解析解（Analytic Solution），該解析解亦可稱之為閉合解（Closed-form Solution），如以下所示：

$$\begin{aligned} u_r(r, z, t) = & \frac{\gamma_w Q_w}{8\pi G \eta k} \left\{ \frac{C_1 t r}{R^3} - \sqrt{\frac{C_1 t}{\pi}} \frac{r}{R^2} \exp\left(-\frac{R^2}{4C_1 t}\right) - \left(\frac{C_1 t r}{R^3} - \frac{r}{2R}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{R}{2\sqrt{C_1 t}}\right) \right\} \\ & + \frac{Q_h}{8\pi G \eta \lambda_i} \left\{ -\frac{C_1 C_3}{C_2} \frac{t r}{R^3} - \frac{C_1 C_3}{C_2 (C_3 - C_1)} \left[\sqrt{\frac{C_1 t}{\pi}} \frac{r}{R^2} \exp\left(-\frac{R^2}{4C_1 t}\right) + \left(\frac{C_1 t r}{R^3} - \frac{r}{2R}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{R}{2\sqrt{C_1 t}}\right) \right. \right. \\ & \left. \left. - \sqrt{\frac{C_3 t}{\pi}} \frac{r}{R^2} \exp\left(-\frac{R^2}{4C_3 t}\right) - \left(\frac{C_3 t r}{R^3} - \frac{r}{2R}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{R}{2\sqrt{C_3 t}}\right) \right] \right\} \\ & + (2G + 3\lambda) \alpha_s \left[\frac{C_3 t r}{R^3} - \sqrt{\frac{C_3 t}{\pi}} \frac{r}{R^2} \exp\left(-\frac{R^2}{4C_3 t}\right) - \left(\frac{C_3 t r}{R^3} - \frac{r}{2R}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{R}{2\sqrt{C_3 t}}\right) \right] \Bigg\}, \quad (28a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_z(r, z, t) = & \frac{\gamma_w Q_w}{8\pi G \eta k} \left\{ \frac{C_1 t z}{R^3} - \sqrt{\frac{C_1 t}{\pi}} \frac{z}{R^2} \exp\left(-\frac{R^2}{4C_1 t}\right) - \left(\frac{C_1 t z}{R^3} - \frac{z}{2R}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{R}{2\sqrt{C_1 t}}\right) \right\} \\ & + \frac{Q_h}{8\pi G \eta \lambda_i} \left\{ -\frac{C_1 C_3}{C_2} \frac{t z}{R^3} - \frac{C_1 C_3}{C_2 (C_3 - C_1)} \left[\sqrt{\frac{C_1 t}{\pi}} \frac{z}{R^2} \exp\left(-\frac{R^2}{4C_1 t}\right) + \left(\frac{C_1 t z}{R^3} - \frac{z}{2R}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{R}{2\sqrt{C_1 t}}\right) \right. \right. \\ & \left. \left. - \sqrt{\frac{C_3 t}{\pi}} \frac{z}{R^2} \exp\left(-\frac{R^2}{4C_3 t}\right) - \left(\frac{C_3 t z}{R^3} - \frac{z}{2R}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{R}{2\sqrt{C_3 t}}\right) \right] \right\} \\ & + (2G + 3\lambda) \alpha_s \left[\frac{C_3 t z}{R^3} - \sqrt{\frac{C_3 t}{\pi}} \frac{z}{R^2} \exp\left(-\frac{R^2}{4C_3 t}\right) - \left(\frac{C_3 t z}{R^3} - \frac{z}{2R}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{R}{2\sqrt{C_3 t}}\right) \right] \Bigg\}, \quad (28b) \end{aligned}$$

$$p(r, z, t) = \frac{\gamma_w Q_w}{4\pi k} \frac{1}{R} \operatorname{erfc}\left(\frac{R}{2\sqrt{C_1 t}}\right) + \frac{Q_h}{4\pi \lambda_i} \frac{C_1 C_3}{C_2 (C_3 - C_1)} \frac{1}{R} \left[\operatorname{erfc}\left(\frac{R}{2\sqrt{C_1 t}}\right) - \operatorname{erfc}\left(\frac{R}{2\sqrt{C_3 t}}\right) \right], \quad (28c)$$

$$\vartheta(r, z, t) = \frac{Q_h}{4\pi \lambda_i} \frac{1}{R} \operatorname{erfc}\left(\frac{R}{2\sqrt{C_3 t}}\right), \quad (28d)$$

式中係數 $C_1^{-1} = \frac{\gamma_w}{2\eta Gk}$ 、 $C_2^{-1} = \frac{(2G+3\lambda)\alpha_s\gamma_w}{2\eta Gk} - \frac{3\alpha_u\gamma_w}{k}$ 、 $C_3^{-1} = \frac{m}{\lambda_t}$ ；符號 $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ 。所

研討出之解為與時間有關之閉合解，其可作為以數值分析方法探討其他相關問題之基礎，因這些閉合解可據以檢驗數值分析技巧之正確性。

四、數值結果

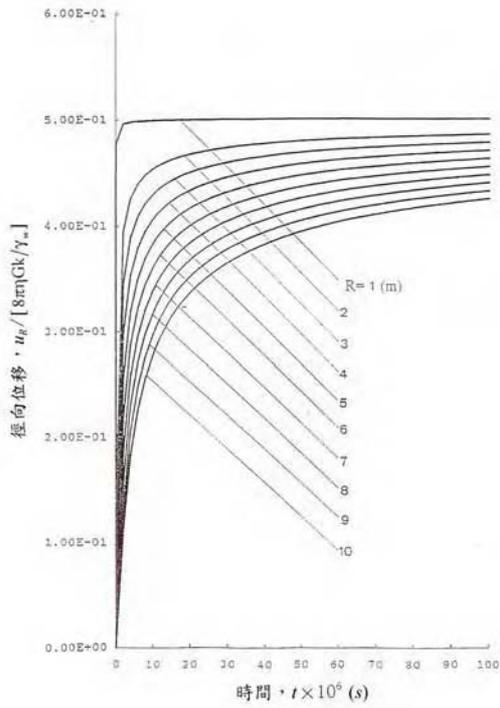
本文於數值分析計算時，擬引用表一所示之花崗岩地層參數進行數值結果之研討。本文係考慮溫泉地層為一均質等向之無限域，且將座標原點置於點補注源點位置上，故所探討之問題不僅屬於軸對稱現象，亦為球對稱情況。因此於數值研討中，擬探討單點補注水所引致之球對稱地層徑向位移 u_R ，其與軸對稱情況下之地層徑向位移 u_r 及地層垂直位移 u_z 的關係為 $u_R = \sqrt{u_r^2 + u_z^2}$ 。

因係討論高溫補注水在花崗岩地層中之滲流所引致之地層力學行為變化問題，故考慮單位時間內之補注水體積 $Q_w = 1m^3/s$ ，且其中所攜帶之熱能 $Q_h = 10^8 J/s$ 。基於此，並引用表一所示之地層參數，即可繪製出如圖三至圖五所示之數值結果。

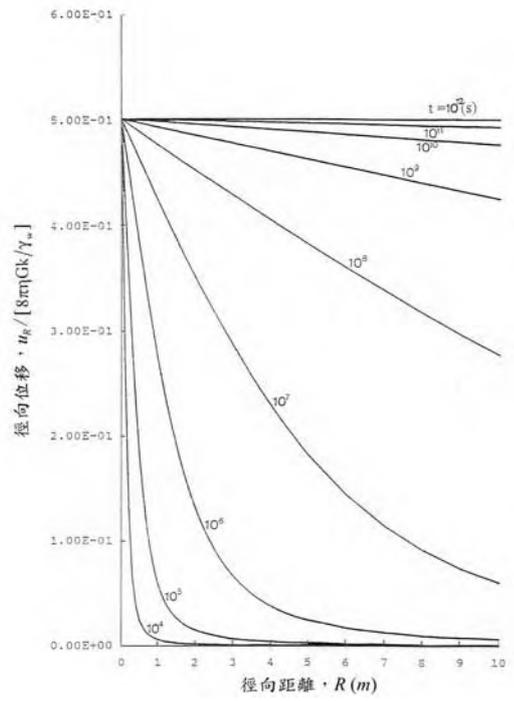
表一 花崗岩之地質參數[7-9]

符號	參數值
補注水之單位重， γ_w	$9,810 N/m^3$
花崗岩之滲透係數， k	$10^{-12} m/s$
花崗岩之剪力模數， G	$18.7 \times 10^9 N/m^2$
花崗岩之波松比， ν	0.27
固體介質之線性熱膨脹係數， α_s	$8.33 \times 10^{-6} / ^\circ C$
補注水之線性熱膨脹係數， α_w	$6.67 \times 10^{-5} / ^\circ C$
固體介質之密度， ρ_s	$2,630 kg/m^3$
補注水之密度， ρ_w	$1,000 kg/m^3$
固體介質之比熱， c_s	$775 J/kg \cdot ^\circ C$
補注水之比熱， c_w	$4,186 J/kg \cdot ^\circ C$
花崗岩之熱傳導係數， λ_t	$2.79 J/s \cdot m \cdot ^\circ C$

圖三是花崗岩地層因點補注水所引致之地層位移。由圖三(a)與圖三(b)知，愈接近點補注水源，地層位移變化量愈大，且當時間 $t = 10^{12}$ 秒時，其點補注水所引起之地層位移已接近長期位移；理論模式中之地層長期位移完成時，所需時間為無限大。

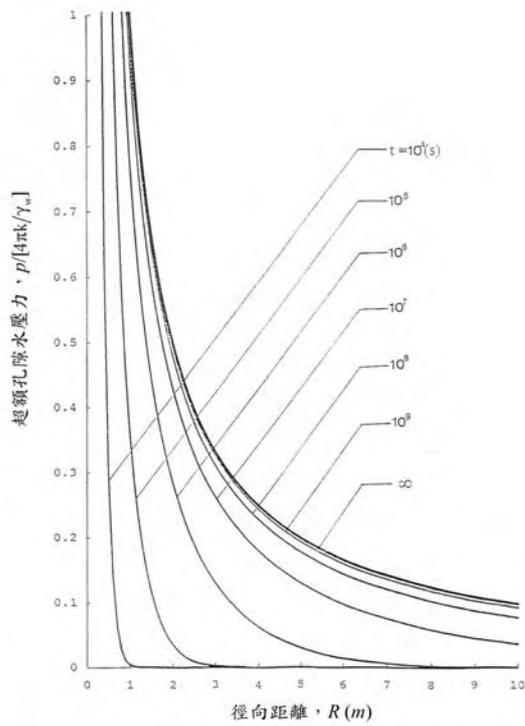


(a)

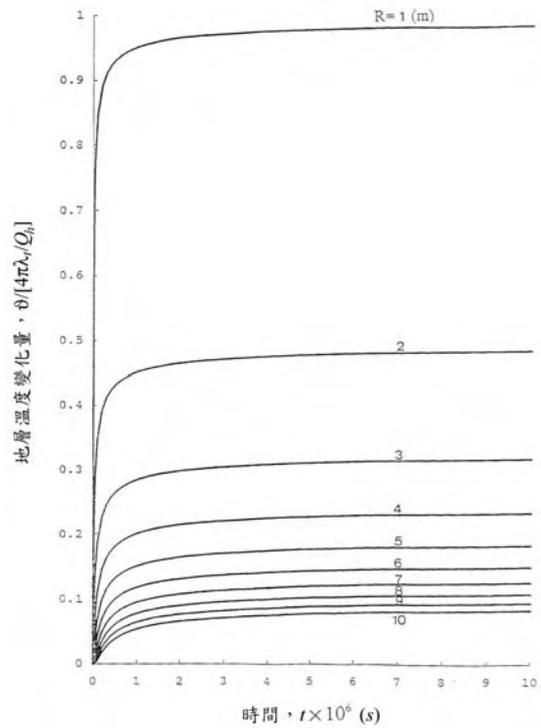


(b)

圖三 補注高溫水所引致花崗岩地層徑向位移 $u_R = \sqrt{u_r^2 + u_z^2}$



圖四 補注高溫水所引致花崗岩地層
超額孔隙水壓 $p(r, z, t)$



圖五 補注高溫水所引致花崗岩地層
溫度變化量 $\theta(r, z, t)$

由圖四得知，愈靠近點補注水源，其所引致超額孔隙水壓愈大；且在同一位置上，花崗岩地層中之超額孔隙水壓會隨時間的增加而上升，當時間 $t=10^{12}$ 秒時，其超額孔隙水壓亦已接近穩態情況。圖五係圖示地層之溫度變化量，由此圖可知，地層中各點之溫度變化量均不相同，越接近點補注水源，其地層溫度變化越明顯；當時間 $t=10^{12}$ 秒時，其地層溫度變化已接近長期條件下之結果。

五、結論

本文旨在探討點補注高溫水所引致之地層力學行為等之變化，數學模式中，係考慮地層為均質等向之線彈性無限域飽和多孔介質，並以積分轉換方法加以解析。由研討結果知：

1. 所研討出之解為與時間有關之閉合解，其可作為以數值分析方法探討其他相關問題之基礎，因這些閉合解可據以檢驗數值分析技巧之正確性。
2. 由圖三(a)與圖三(b)知，愈接近點補注水源，地層位移變化量愈大，且當時間 $t=10^{12}$ 秒時，其點補注水所引起之地層位移已接近長期位移；理論模式中之地層長期位移完成時，所需時間為無限大。
3. 由圖四得知，愈靠近點補注水源，其所引致超額孔隙水壓亦愈大；且在同一位置上，花崗岩地層中之超額孔隙水壓會隨時間的增加而上升，當時間 $t=10^{12}$ 秒時，其超額孔隙水壓已接近穩態情況。
4. 圖五係圖示地層之溫度變化量，由此圖可知，地層中各點之溫度變化量均不相同，越接近點補注水源，其地層溫度變化越明顯；當時間 $t=10^{12}$ 秒時，其地層溫度變化已接近長期條件下之結果。

六、誌謝

本文係在國科會計畫 NSC-94-2625-Z-216-001 補助下所完成，特此申謝。

參考文獻

1. 經濟部中央地質調查所，「臺灣溫泉地質網」，<http://210.69.81.66/hotspring/>，2006/9/15 瀏覽。
2. 經濟部水利署，「溫泉標準」，中華民國 94 年 7 月 22 日經濟部經水字第 09404605610 號令，2005。
3. 周順安、蔣立為、張國強、曾鈞敏，「台灣溫泉水資源之調查及開發利用(2/4)」，經

濟部水利署專題研究計畫報告，共 248 頁，2001。

4. Biot, M.A., "Theory of Elasticity and Consolidation for a Porous Anisotropic Solid," *J. Appl. Phys.*, Vol. 26, No. 2, pp. 182-185, 1955.
5. 呂志宗，「熱影響之三維壓密問題之研究」，國科會專題研究計畫報告，NSC81-0410-E-216-503，共 163 頁，1993。
6. Nowacki, W., *Thermoelasticity*, Pergamon Press, New York, 566p, 1986.
7. Rice, J.R. and M.P. Clear, "Some Basic Stress Diffusion Solutions for Fluid-Saturated Elastic Porous Media with Compressible Constituents," *Rev. Geophys. Space Phys.*, Vol. 14, No. 2, pp. 227-241, 1976.
8. Britto, A.M., C. Savvidou, D.V. Madducks, M.J. Gunn and J.R. Booker, "Numerical and Centrifuge Modelling of Coupled Heat Flow and Consolidation Around Hot Cylinders Buried in Clay," *Geotechnique*, Vol. 39, No. 1, pp. 13-25, 1989.
9. Ozisik, M.N., *Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York, p. 751, 1985.

本論文已被中國機械工程
學會第二十三屆全國學術
研討會接受，正由會議籌備
處排版印刷中，將於
2006/11/24 正式對外發表。

Analytic Solutions of Thermo-consolidation Due to a Point Heat Source Buried in a Porous Elastic Half-Space

John C.-C. Lu¹, Feng-Tsai Lin²

¹Department of Civil Engineering and Engineering Informatics, Chung Hua University

²Department of Naval Architecture, National Kaohsiung Marine University

NSC Project No. : NSC94-2625-Z-216-001

Abstract

Based on Biot's three-dimensional consolidation theory of porous media, analytical solutions of the transient thermo-consolidation deformation due to a point heat source buried in saturated isotropic porous elastic half-space are presented. Closed-form solutions of the horizontal and vertical displacements of the ground surface are obtained by using Laplace and Hankel integral transformations. In the analysis, case of isothermal pervious half-space boundary is studied. The thermally consolidation as affected by the boundary conditions are illustrated and discussed.

Keywords : thermo-consolidation, point heat source, porous medium, closed-form solution.

1. Introduction

Heat source buried in the stratum leads to thermo-mechanical responses of fluid saturated porous medium. The heat source such as a canister of radioactive waste can cause temperature rise in the soil. The solid skeleton and pore fluid expand due to the heat source, and the volume increase of pore fluid is greater than that of the voids of solid matrix. This leads to an increase in pore fluid pressure and a reduction in effective stress. Therefore, thermal failure of soil will occur as a result of losing shear resistance due to the decrease in effective stress.

Attention is focused on the analytical solutions of the ground surface displacements of an isotropic stratum due to a point heat source. The response of the soil was satisfactorily modeled by assuming it as a thermoelastic porous continuum [1]. It suggested that linear theory was adequate for a repository design based on technical conservatism. For example, Hueckel and Peano [2] indicated that European guidelines require that temperature increments in the soil close to the heat source should not exceed 80°C while the temperature increments at the ground surface is limited to less than 1°C. Given these modest temperature increments, Hollister *et al.* [3] observed that any significant non-linear behavior and/or plastic deformation of the soil would be confined to a relatively small volume of soil around the waste canister itself. In this case, a linear model can provide a reasonable approximation to the assessment of a proposed design [4].

Governing equations of a fluid-saturated poroelastic solid in an isothermal quasi-static state were developed by Biot [5, 6]. Booker and Savvidou [1, 7, 8] derived an extended Biot theory including the thermal effects and presented solutions of thermo-consolidation around the spherical and point heat sources. In their solutions, the flow properties are considered as isotropic or transversely isotropic, whereas the elastic and thermal properties of the soils are treated as isotropic. Nevertheless, the above studies did not include thermoelastic displacements of the ground surface due to a buried point heat source.

In this study, the soil mass is modeled as an isotropic saturated elastic half-space of porous medium. Case of isothermal pervious half-space boundary is investigated. With the help of Mathematica tools, the transient horizontal and vertical displacements of the ground surface due to a point heat source of constant strength are obtained by using Laplace and Hankel integral transforms. Results are illustrated and compared to provide better understanding of the time dependent ground surface displacements due to a point heat source.

2. Mathematical Model

2.1 Basic Equations

Figure 1 shows a point heat source buried in a saturated porous stratum at a depth h . The porous soil mass is considered as a homogeneous isotropic thermoelastic half-space. The constitutive stress behaviors of the elastic soil skeleton are:

$$\sigma_{ij} = 2G\varepsilon_{ij} + \frac{2G\nu}{1-2\nu}\varepsilon\delta_{ij} - \frac{2G(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu}\vartheta\delta_{ij} - p\delta_{ij}, \quad (1)$$

Here, σ_{ij} , ε_{ij} and ϑ are the total stress components, strain components and temperature increment measured from the reference state of the porous medium, respectively; ε is the volume strain of the porous medium; δ_{ij} is the Kronecker delta. The excess pore water pressure p is positive for compression. The constants ν , G and α_s are the Poisson's ratio, shear modulus, and linear thermal expansion coefficient of the skeletal materials, respectively. The strains ε_{ij}

and displacement components u_i are given by the linear law

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (2)$$

The total stress components must satisfy the equilibrium equations:

$$\sigma_{ij,j} + b_i = 0, \quad (3)$$

where b_i denote the body forces. By using Eqs. (1) and (2), the equilibrium equations for axially symmetric problem without body forces b_i can be expressed in terms of displacements u_i , excess pore water pressure p and temperature change of the thermoelastic half-space \mathcal{G} in cylindrical coordinates (r, θ, z) as follows:

$$G\nabla^2 u_r + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} - G \frac{u_r}{r^2} - \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{2G(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial r} = 0, \quad (4a)$$

$$G\nabla^2 u_z + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{2G(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial z} = 0, \quad (4b)$$

where the Laplacian operator ∇^2 can be expressed as $\nabla^2 = \partial^2/\partial r^2 + 1/r \partial/\partial r + \partial^2/\partial z^2$, while the volume strain of the porous medium ε can be denoted as $\varepsilon = \partial u_r/\partial r + u_r/r + \partial u_z/\partial z$.

According to Darcy's law, the governing equation of the conservation of mass can be expressed as

$$-\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 p + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + n\beta \frac{\partial p}{\partial t} + 3\alpha_u \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} = 0, \quad (5)$$

where k and n are the permeability and porosity of the porous medium, respectively; β and γ_w are the compressibility and unit weight of pore water, respectively; $\alpha_u = (1-n)\alpha_s + \alpha_w$ and α_w is the coefficient of linear thermal expansion of the pore water.

Consider a point heat source of constant heat generation rate H that is located at point $(0, h)$. The uncoupled governing equation in axially symmetry is obtained from the conservation of energy and heat conduction law as following

$$-\lambda_i \nabla^2 \mathcal{G} + m \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial t} - \frac{H}{2\pi r} \delta(r) \delta(z-h) u(t) = 0, \quad (6)$$

in which λ_i is the coefficient of heat conduction; $m = n\rho_w c_w + (1-n)\rho_s c_s$ and c_w, c_s are the specific heats of the pore water and skeletal materials, while ρ_w, ρ_s are their densities; $\delta(x)$ and $u(t)$ are Dirac delta and Heaviside unit step functions, respectively. Eqs. (4a), (4b), (5) and (6) constitute the basic

governing equations of the time-dependent axially symmetric thermoelastic responses of a saturated porous medium.

2.2 Basic Boundary Conditions and Initial Conditions

Consider the half-space surface, $z = 0$, is a traction-free, isothermal and pervious boundary for all time $t \geq 0$. The mathematical statements of the boundary conditions are:

$$\sigma_{rz}(r, 0, t) = 0, \sigma_{zz}(r, 0, t) = 0, p(r, 0, t) = 0, \quad (7)$$

$$\text{and } \mathcal{G}(r, 0, t) = 0,$$

The boundary conditions at $z \rightarrow \infty$ due to the effect of the point heat source must vanish at any time.

Assuming no initial change in displacements, temperature and seepage for the thermally poroelastic medium, the initial conditions at time $t = 0$ of the mathematical model due to a point heat source can be treated as

$$u_r(r, z, 0) = 0, u_z(r, z, 0) = 0, p(r, z, 0) = 0, \quad (8)$$

$$\text{and } \mathcal{G}(r, z, 0) = 0.$$

The transient ground surface displacements can be derived from the differential equations (4a), (4b), (5) and (6) with the boundary conditions at $z = 0$ and $z \rightarrow \infty$, and initial conditions at time $t = 0$.

3. Analytic Solution

3.1 Figures and tables

The governing partial differential equations (4a), (4b), (5) and (6) can be reduced to ordinary differential equations by performing appropriate Laplace and Hankel transforms [9] with respect to the time variable t and the radial coordinate r :

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - 2\eta\xi^2 \right) \tilde{u}_r - (2\eta - 1)\xi \frac{d\tilde{u}_z}{dz} + \frac{1}{G} \xi \tilde{p} + \frac{2(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu} \xi \tilde{\mathcal{G}} = 0, \quad (9a)$$

$$(2\eta - 1)\xi \frac{d\tilde{u}_r}{dz} + \left(2\eta \frac{d^2}{dz^2} - \xi^2 \right) \tilde{u}_z - \frac{1}{G} \frac{d\tilde{p}}{dz} - \frac{2(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu} \frac{d\tilde{\mathcal{G}}}{dz} = 0, \quad (9b)$$

$$-\frac{k}{\gamma_w} \left(\frac{d^2}{dz^2} - \xi^2 \right) \tilde{p} + s \left(\xi \tilde{u}_r + \frac{d\tilde{u}_z}{dz} \right) + n\beta s \tilde{p} + 3\alpha_u s \tilde{\mathcal{G}} = 0, \quad (9c)$$

$$-\lambda_i \left(\frac{d^2}{dz^2} - \xi^2 \right) \tilde{\mathcal{G}} + m s \tilde{\mathcal{G}} - \frac{H}{2\pi s} \delta(z-h) = 0, \quad (9d)$$

where ξ and s are Hankel and Laplace transform

parameters; $\eta = (1-\nu)/(1-2\nu)$; and the symbols \tilde{u}_r , \tilde{u}_z , \tilde{p} , $\tilde{\mathcal{G}}$ are defined as

$$\tilde{u}_r(z; \xi, s) = \int_0^\infty rL\{u_r(r, z, t)\}J_1(\xi r)dr, \quad (10a)$$

$$\tilde{u}_z(z; \xi, s) = \int_0^\infty rL\{u_z(r, z, t)\}J_0(\xi r)dr, \quad (10b)$$

$$\tilde{p}(z; \xi, s) = \int_0^\infty rL\{p(r, z, t)\}J_0(\xi r)dr, \quad (10c)$$

$$\tilde{\mathcal{G}}(z; \xi, s) = \int_0^\infty rL\{\mathcal{G}(r, z, t)\}J_0(\xi r)dr, \quad (10d)$$

in which $J_n(x)$ represents the first kind of Bessel function of order n . The Laplace transformations with respect to u_r , u_z , p and \mathcal{G} are denoted by

$$L\{u_r(r, z, t)\} = \int_0^\infty u_r(r, z, t)\exp(-st)dt, \quad (11a)$$

$$L\{u_z(r, z, t)\} = \int_0^\infty u_z(r, z, t)\exp(-st)dt, \quad (11b)$$

$$L\{p(r, z, t)\} = \int_0^\infty p(r, z, t)\exp(-st)dt, \quad (11c)$$

$$L\{\mathcal{G}(r, z, t)\} = \int_0^\infty \mathcal{G}(r, z, t)\exp(-st)dt. \quad (11d)$$

Taking Hankel and Laplace transforms for the boundary conditions at $z = 0$, Eq. (7), yield the transformed boundary conditions as following

$$\frac{d\tilde{u}_r}{dz} - \xi\tilde{u}_z = 0, \quad (12a)$$

$$\eta \frac{d\tilde{u}_z}{dz} + (\eta-1)\xi\tilde{u}_r = 0, \quad (12b)$$

$$\tilde{p} = 0, \quad (12c)$$

$$\tilde{\mathcal{G}} = 0, \quad (12d)$$

where \tilde{u}_r , \tilde{u}_z , \tilde{p} and $\tilde{\mathcal{G}}$ follow the definitions of Eqs. (10a)-(10d). In this manipulation, the boundary conditions at $z \rightarrow \infty$ are needed to perform the integral transformations.

The transformed transient ground surface displacements due to a point heat source can be found from the transformed differential equations (9a)-(9d) and the transformed boundary conditions at $z = 0$ and $z \rightarrow \infty$ as below:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_r(0; \xi, s) = & \frac{H}{2\pi(2\eta-1)Gm} \left[-\frac{c_a}{s^2} \exp(-\xi h) \right. \\ & - \frac{c_b}{s^2} \exp\left(-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c_1}}h\right) \\ & \left. + \frac{c_c}{s^2} \exp\left(-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c_2}}h\right) \right], \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_z(0; \xi, s) = & \frac{H}{2\pi(2\eta-1)Gm} \left[\frac{c_a}{s^2} \exp(-\xi h) \right. \\ & + \frac{c_b}{s^2} \exp\left(-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c_1}}h\right) \\ & \left. - \frac{c_c}{s^2} \exp\left(-\sqrt{\xi^2 + \frac{s}{c_2}}h\right) \right], \end{aligned} \quad (13b)$$

in which

$$c_a = \frac{c_1}{c_3} - \frac{2G(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu}, \quad (14a)$$

$$c_b = \frac{c_1^2}{c_3(c_2 - c_1)}, \quad (14b)$$

$$c_c = \frac{c_1 c_2}{c_3(c_2 - c_1)} - \frac{2G(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu}, \quad (14c)$$

where $c_a + c_b = c_c$ and

$$c_1 = \frac{k}{\gamma_w} \frac{2\eta G}{2\eta G n \beta + 1}, \quad (15a)$$

$$c_2 = \lambda_t / m, \quad (15b)$$

$$c_3 = \frac{k}{\gamma_w} \frac{1-\nu}{3(1-\nu)\alpha_u + (1+\nu)\alpha_s}. \quad (15c)$$

Using the Hankel inversions formula defined as following

$$u_r(r, z, t) = \int_0^\infty \xi L^{-1}\{\tilde{u}_r(z; \xi, s)\}J_1(\xi r)d\xi, \quad (16a)$$

$$u_z(r, z, t) = \int_0^\infty \xi L^{-1}\{\tilde{u}_z(z; \xi, s)\}J_0(\xi r)d\xi, \quad (16b)$$

in which the Laplace inversions are defined as

$$L^{-1}\{\tilde{u}_r(z; \xi, s)\} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \tilde{u}_r(z; \xi, s)\exp(st)ds, \quad (17a)$$

$$L^{-1}\{\tilde{u}_z(z; \xi, s)\} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \tilde{u}_z(z; \xi, s)\exp(st)ds. \quad (17b)$$

Using integral transform handbook [10], and integral inversions listed in Eqs. (16a)-(16b) and (17a)-(17b), the transient horizontal and vertical displacements $u_r(r, 0, t)$ and $u_z(r, 0, t)$ of the ground surface due to a point heat source of constant strength H are obtained as follows:

$$\begin{aligned} u_r(r, 0, t) = & \frac{H}{2\pi(2\eta-1)Gm} \left\{ -\frac{c_a t r}{(h^2 + r^2)^{3/2}} \right. \\ & - \frac{c_b}{c_1} \int_0^{c_1 t} \frac{(c_1 t - \tau) h r}{16\tau^3} \exp\left(-\frac{2h^2 + r^2}{8\tau}\right) \\ & \left. \cdot \left[I_0\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) - I_1\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) \right] d\tau \right\} \end{aligned}$$

$$+ \frac{c_c}{c_2} \int_0^{c_2 t} \frac{(c_2 t - \tau)hr}{16\tau^3} \exp\left(-\frac{2h^2 + r^2}{8\tau}\right) \cdot \left[I_0\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) - I_1\left(\frac{r^2}{8\tau}\right) \right] d\tau \Bigg\}, \quad (18a)$$

$$u_z(r,0,t) = \frac{H}{2\pi(2\eta-1)Gm} \left\{ \frac{c_a th}{(h^2 + r^2)^{2/3}} + \frac{c_b}{c_1} \left[\frac{h}{h^2 + r^2} \sqrt{\frac{c_1 t}{\pi}} \exp\left(-\frac{h^2 + r^2}{4c_1 t}\right) + \left(\frac{c_1 th}{(h^2 + r^2)^{3/2}} - \frac{h}{2\sqrt{h^2 + r^2}} \right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{h^2 + r^2}}{2\sqrt{c_1 t}}\right) \right] - \frac{c_c}{c_2} \left[\frac{h}{h^2 + r^2} \sqrt{\frac{c_2 t}{\pi}} \exp\left(-\frac{h^2 + r^2}{4c_2 t}\right) + \left(\frac{c_2 th}{(h^2 + r^2)^{3/2}} - \frac{h}{2\sqrt{h^2 + r^2}} \right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\sqrt{h^2 + r^2}}{2\sqrt{c_2 t}}\right) \right] \right\}. \quad (18b)$$

The long-term ground surface horizontal and vertical displacements can be found as following by letting $t \rightarrow \infty$:

$$u_r(r,0,\infty) = \frac{H}{4\pi(2\eta-1)Gm} \left(\frac{c_b}{c_1} - \frac{c_c}{c_2} \right) \frac{hr}{RR_1}, \quad (19a)$$

$$u_z(r,0,\infty) = -\frac{H}{4\pi(2\eta-1)Gm} \left(\frac{c_b}{c_1} - \frac{c_c}{c_2} \right) \frac{h}{R}. \quad (19b)$$

where $R = \sqrt{h^2 + r^2}$ and $R_1 = \sqrt{h^2 + r^2} + h$. The long-term maximum ground surface vertical displacement $u_{z,max}$ due to the buried point heat source can be derived from Eq. (19b) by letting $r=0$ as below:

$$u_{z,max} = u_z(0,0,\infty) = -\frac{H}{4\pi(2\eta-1)Gm} \left(\frac{c_b}{c_1} - \frac{c_c}{c_2} \right). \quad (20)$$

4. Numerical Results

Of particular interest is the thermo-consolidation of the stratum at each stage of the consolidation process. Defining the average thermo-consolidation ratio U as following:

$$U = \frac{\text{thermo-consolidation at time } t, u_z(r,0,t)}{\text{long-term max. thermo-consolidation, } u_{z,max}}. \quad (21)$$

Following Ma and Hueckel [11, 12] and Bai and Aboalsleiman [13], the selected representative parameters are listed in Table 1 to verify the proposed solutions.

The constants $c_i (i=1, 2, 3, a, b, c)$ can be derived as shown in Table 2 on the basis of the parameters listed

in Table 1 together with Eqs. (14a)-(14c) and (15a)-(15c).

Based on the parameters listed in Table 1, Figure 2 displays the average thermo-consolidation ratio U . Note that initially the settlement appeared and then the heave phenomenon is observed on the ground surface as shown in Figure 2 at $r/h=0$ and $r/h=2$, respectively. The maximum transient ground surface vertical displacement is about 260% of the long-term ground surface vertical displacement at $r/h=0$ in this model. The average thermo-consolidation ratio U at $r/h=0$ initially increases rapidly but the rate of heave phenomenon then slows. Since U approaches 1 asymptotically, theoretically thermo-consolidation is never achieved.

The profiles of normalized vertical and horizontal displacements at the ground surface $z=0$ are shown in Figures 3 and 4, respectively. The ground surface has significant horizontal displacement. For example, Figure 4 shows that the long-term maximum surface horizontal displacement is about 30% of the long-term maximum ground surface displacement. Figures 3 and 4 also concluded that the transient thermo-consolidation deformations are much larger than the long-term thermally consolidation displacements.

5. Conclusions

Closed-form solutions of the transient thermo-consolidation due to a point heat source from isothermal pervious elastic half-space were obtained by using Laplace and Hankel transformations. The study investigates not only the vertical settlement, but also the ground surface horizontal displacement.

Based on the numerical results, we found that the long-term maximum surface horizontal displacement is about 30% of the long-term maximum surface vertical displacement. From the average thermo-consolidation ratio U and vertical displacements at the ground surface, we found that initially the settlement appeared and then the heave phenomenon is observed on the ground surface in this model. It is concluded that transient ground surface displacements are important and the horizontal displacement should be properly considered for better prediction of the transient thermo-consolidation induced by a buried heat source.

6. Acknowledgment

This work is supported by the National Science Council of Taiwan, R.O.C., through grant NSC94-2625-Z-216-001.

7. References

- Booker, J.R. and Savvidou, C., Consolidation Around a Point Heat Source, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 9, No. 2, pp. 173-184, 1985.
- Hueckel, T. and Peano, A., Some Geotechnical Aspects of Radioactive Waste Isolation in Continental Clays, *Computers and Geotechnics*, Vol.

3, pp. 157-182, 1987.

3. Hollister, C.D., Anderson, D.R., and Heath, G.R., Seabed Disposal of Nuclear Wastes, *Science*, Vol. 213, No. 4514, pp. 1321-1326, 1981.

4. Smith, D.W. and Booker, J.R., Boundary Element Analysis of Linear Thermoelastic Consolidation, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 20, pp. 457-488, 1996.

5. Biot, M.A., General Theory of Three-Dimensional Consolidation, *Journal of Applied Physics*, Vol. 12, No. 2, pp. 155-164, 1941.

6. Biot, M.A., Theory of Elasticity and Consolidation for a Porous Anisotropic Solid, *Journal of Applied Physics*, Vol. 26, No. 2, pp. 182-185, 1955.

7. Booker, J.R. and Savvidou, C., Consolidation Around a Spherical Heat Source, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 20, No. 11/12, pp. 1079-1090, 1984.

8. Savvidou, C. and Booker, J.R., Consolidation Around a Heat Source Buried Deep in a Porous Thermoelastic Medium with Anisotropic Flow Properties, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 13, No. 1, pp. 75-90, 1989.

9. Sneddon, I.N., *Fourier Transforms*, McGraw-Hill, New York: pp. 48-70, 1951.

10. Erdelyi, A., Magnus, W., Oberhettinger, F., and Tricomi, F.G., *Tables of Integral Transforms*, McGraw-Hill, New York, 1160p, 1954.

11. Ma, C. and Hueckel, T., Stress and Pore Pressure in Saturated Clay Subjected to Heat from Radioactive Waste: A Numerical Simulation, *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 29, pp. 1087-1094, 1992.

12. Ma, C. and Hueckel, T., Thermomechanical Effects on Adsorbed Water in Clays Around a Heat Source, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 17, pp. 175-196, 1993.

13. Bai, M. and Abousleiman, Y., Thermoporoeleastic Coupling with Application to Consolidation, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 21, pp. 121-132, 1997.

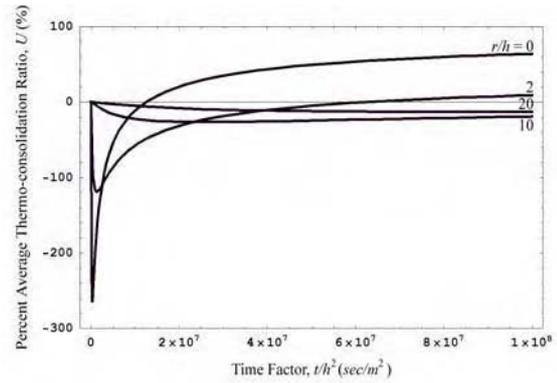


Figure 2. Graphical Interpretation of Average Thermo-consolidation Ratio U .

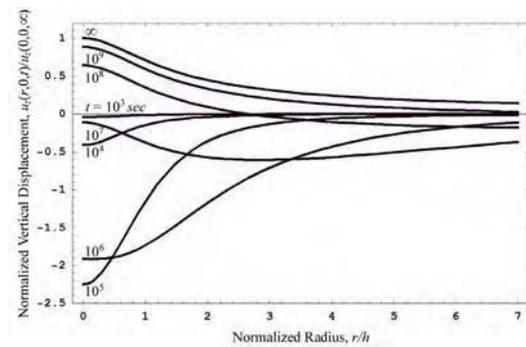


Figure 3. Normalized Vertical Displacement Profile at the Ground Surface $z = 0$.

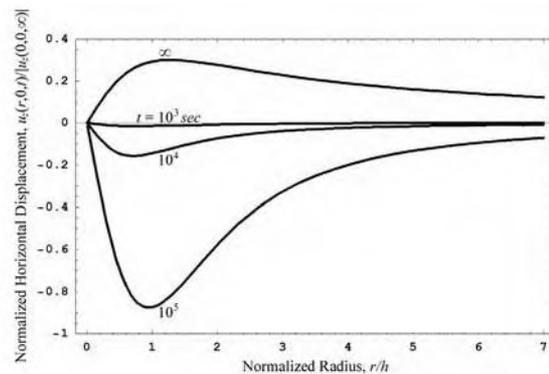


Figure 4. Normalized Horizontal Displacement Profile at the Ground Surface $z = 0$.

8. Chart arrangement

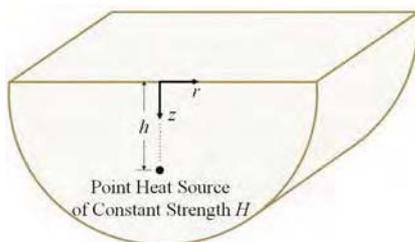


Figure 1. Point Heat Source of Constant Heat Generation Rate Buried in a Poroelastic Half-space Induced Thermally Mechanics Problem.

Table 1. Selected Representative Parameters [11-13].

Symbol	Value	Unit
Shear modulus of the skeletal material, G	100	MPa
Poisson's ratio of the skeletal material, ν	0.23	Dimensionless
Porosity of the porous medium, n	0.2	Dimensionless
Coefficient of heat conduction of the porous medium, λ_t	1.69	J/(s·m·°C)
Linear thermal expansion coefficient of the pore water, α_w	3.33×10^{-6}	°C ⁻¹
Linear thermal expansion coefficient of the skeletal material, α_s	3.33×10^{-7}	°C ⁻¹
Specific heat of the pore water, c_w	500	J/(kg·°C)
Specific heat of the skeletal material, c_s	200	J/(kg·°C)
Density of the pore water, ρ_w	1,000	kg/m ³
Density of the skeletal material, ρ_s	2,000	kg/m ³
Permeability of the porous medium, k	1×10^{-11}	m/s
Unit weight of the pore water, γ_w	9,810	N/m ³
Compressibility of the pore water, β	5×10^{-10}	1/Pa

本文引用Biot之多孔介質三維壓密理論，解析單點熱源所引致飽和線彈性多孔介質地層之熱壓密問題的長期暨穩態解析解。數學模式中，地表邊界是模擬為恆溫且透水之地表面，然後引用Laplace與Hankel積分轉換方法解析問題之數學模式，用以研討出半無限域地層之地表水平暨垂直位移。

關鍵字：熱壓密，點熱源，多孔介質，閉合解

Table 2. Values of $c_i (i = 1, 2, 3, a, b, c)$.

Symbol	Value	Unit
c_1	2.826×10^{-7}	m ² /s
c_2	4.024×10^{-6}	m ² /s
c_3	3.062×10^{-10}	m ⁴ ·°C/(N·s)
c_a	7.714×10^2	N/(m ² ·°C)
c_b	6.974×10^1	N/(m ² ·°C)
c_c	8.411×10^2	N/(m ² ·°C)

單點熱源所引致多孔介質半無限域地層之熱壓密問題的解析解

呂志宗¹ 林鳳彩²

¹ 中華大學土木與工程資訊學系副教授

² 國立高雄海洋科技大學造船工程系講師

國科會計畫編號：NSC94-2625-Z-216-001

摘要

本論文已被中國機械工程
學會第二十三屆全國學術
研討會接受，正由會議籌備
處排版印刷中，將於
2006/11/24 正式對外發表。

溫泉在砂岩地層中之滲流機制探討

呂志宗¹、林擎天²

¹中華大學土木與工程資訊學系副教授

²華胤工程股份有限公司總經理

國科會計畫編號：NSC94-2625-Z-216-001

摘要

本文旨在研討溫泉在砂岩地層中之滲流行為，並探討其滲流行為之機制。研討過程中，係以軸對稱圓柱座標表示問題之數學模式，模擬砂岩地層為均質等向性之飽和多孔介質，並考慮溫泉自單點抽水時，其滲流現象所引致之地層超額孔隙水壓與地層溫度變化量等，所研討出之解為與時間有關之閉合解。

關鍵字：溫泉，砂岩，單點抽水，閉合解

1. 前言

台灣的溫泉地質，很多均與砂岩地質有關。例如，根據周順安等人[1]之研究，礁溪溫泉雖露出於第四紀沖積層，但其熱水來源推測與四稜砂岩層有密切關係；北投溫泉區之熱水沿著五指山砂岩層斜升或沿水平方向向兩側擴散至淺部而成；廬山溫泉按當地出露岩性不同可將廬山層分成三段，由下而上分別為春陽段、鳶峰段及昆陽段，其中鳶峰段之砂岩地層與廬山溫泉之活動有關。由此可知，溫泉常與砂岩地質條件有關。

工程上，砂岩地質條件也常引起不少問題。例如，雪山隧道東段遭遇了罕見之既堅硬又破碎的四稜石英砂岩地層及高壓地下湧水，致工程災害與事故不斷，完工通車日期一延再延。在歷經十二年的艱苦奮鬥之後，總算克服了惡劣的地質問題[2]。

若欲以學理方式探討溫泉在砂岩地層中之滲流行為，則需考慮溫泉水在滲流過程中，其體積變化與熱量變化之影響。有關溫泉水之體積變化應遵守質量守衡定律，該定律亦常稱之為流量連續方程式；而其熱量在地層中之擴散傳輸則應服從能量守衡定律。關於溫泉在砂岩地層中之滲流，可考慮其為層流，且其滲流體積與壓力梯度及滲流通過之面積成正比，亦即溫泉之滲流應會遵守Darcy定律。

熱量之傳輸方式，包括傳導、對流與輻射等，而溫泉中之熱量在砂岩地層內之擴散傳輸，則應以對流現象較為明顯[3]，因為砂岩之孔隙率(Porosity)較大之故。

基於此，本文於建立溫泉在砂岩地層中之擴散傳輸模式時，擬引用Darcy定律與質量守衡定律，建立與溫泉體積變化相關之基本方程式。另外，亦需考慮熱對流現象所遵循之自然律及能量守衡定律，用以建

立與溫泉中之熱量傳輸變化有關之基本方程式。

本文擬將砂岩地層簡化為均質等向性(Homogeneous Isotropic)之無限域(Infinite Space)地層，為模擬抽取溫泉時因滲流所引致之地層變化，擬考慮溫泉地層中有一抽水點，且抽水速率是固定的。本文擬以積分轉換方法解析所建立之數學模式，所研討出之解為與時間有關之閉合解(Closed-form Solution)。

2. 數學模式

2.1 連續方程式

若考慮砂岩地層為均質等向性之飽和多孔介質，且溫泉之滲流現象係屬於層流，則其滲流行為應遵守Darcy定律，如以下所示[4]：

$$\sigma_i = b(\dot{v}_i - \dot{u}_i), \quad (1)$$

其中 σ 為作用於砂岩地層代表性元素體(Representative Element)中之孔隙水面積上的應力(張力為正)， $\sigma = -np$ [4]， n 是地層之孔隙率， p 則是超額孔隙水壓(Excess Pore Water Pressure，壓力為正)； b 稱為Darcy係數，且 $b = n^2 \gamma_w / k$ [4]， k 為砂岩地層之滲透係數(Permeability)， γ_w 為溫泉之單位重(Unit Weight)； \dot{v}_i 與 \dot{u}_i 分別表孔隙流體與固體介質之速度，因此 $\dot{v}_i - \dot{u}_i$ 表流體與固體之相對流速。

孔隙流體壓力 σ 應會受到固體介質之體積應變量 ε 、流體介質之體積應變量 ϵ 與砂岩地層之溫度變化量 ϑ 等的影響。基於此，可知[5]：

$$\sigma = R\epsilon + Q\varepsilon - \bar{\gamma}_i \vartheta, \quad (2)$$

其中 Q 、 R 為Biot[4]所定義之多孔介質力學常數； $\vartheta = T - T_0$ ， T 與 T_0 分別表多孔介質地層之初始溫度與受熱影響後之溫度；參數 $\bar{\gamma}_i$ 係定義為[5]：

$$\bar{\gamma}_i = 3(Q\alpha_s + R\alpha_w), \quad (3)$$

式中 α_s 與 α_w 分別為固體介質與孔隙流體之線性熱膨脹係數(Linear Thermal Expansion Coefficient)。

將式(2)代入式(1)，可得：

$$R \in_{,i} + Q \varepsilon_{,i} - \bar{\gamma}_i g_{,i} - b(\dot{v}_i - \dot{u}_i) = 0, \quad (4)$$

上式取其散度 (Divergence)，並引用流體介質之體積應變量 ε 與流體速度 v_i 之關係式 $\varepsilon = v_{i,i}$ 、以及 $\sigma = -np$ 之關係式，再考慮單位時間內地層中有 Q_w 體積之溫泉自座標原點滲流湧出，則式(4)可改寫為流量連續方程式，如以下所示：

$$-\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 p + \frac{n^2}{R} \frac{\partial p}{\partial t} + n \frac{Q + R}{R} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - 3n \left(\frac{Q}{R} \alpha_s + \alpha_w \right) \frac{\partial g}{\partial t} + \frac{Q_w}{2\pi r} \delta(r) \delta(z) u(t) = 0, \quad (5)$$

其中 $\nabla^2 = \partial^2 / \partial r^2 + 1/r \partial / \partial r + \partial^2 / \partial z^2$ ； $\delta(x)$ 與 $u(t)$ 分別為 Dirac-delta 函數與單位階梯函數 (Unit Step Function)。若考慮飽和多孔介質為不可壓縮，亦即考慮排出之孔隙水體積等於多孔介質體積之縮小量，則式(5)可進一步改寫為[5]：

$$-\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 p + \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - 3\alpha_w \frac{\partial g}{\partial t} + \frac{Q_w}{2\pi r} \delta(r) \delta(z) u(t) = 0. \quad (6)$$

2.2 熱平衡方程式

熱量在多孔介質中之擴散傳輸應遵循熱平衡原理，亦即[6]：

$$m \frac{\partial g}{\partial t} = -h_{i,i} - (Hq_i)_{,i}, \quad (7)$$

其中係數 $m = (1-n)\rho_s c_s + n\rho_w c_w$ ， ρ_s 與 ρ_w 分別為固體介質與孔隙水之密度， c_s 與 c_w 分別為固體介質與孔隙水之比熱； h_i 表熱量流率 (Heat Flux)； q_i 是孔隙水之質量流率 (Mass Flux)， $q_i = n\rho_w(v_i - u_i)$ ， v_i 與 u_i 分別表孔隙水與固體介質之位移量； H 為孔隙水之比焓 (Specific Enthalpy)。孔隙水流動所引致之比焓可表為：

$$H = c_w \Delta T, \quad (8)$$

式中 ΔT 表孔隙水之溫度變化量。

若考慮微小之代表性元素體中，孔隙水與固體介質間之熱平衡速率較熱量及孔隙水在多孔介質中之擴散傳輸速率快很多，則所考慮之代表性元素體中，固體介質與孔隙水應滿足以下之熱平衡關係式[5]：

$$m g = n\rho_w c_w \Delta T. \quad (9)$$

引用式(7)至式(9)，消去其中之變量 ΔT 與 H ，則可將式(7)改寫為：

$$m \frac{\partial g}{\partial t} = -h_{i,i} - \left(\frac{m}{n\rho_w} g q_i \right)_{,i}. \quad (10)$$

式(10)中等號右邊之第一項 $h_{i,i}$ 與熱傳導機制有關，等號右邊之第二項則與熱對流機制有關。關於熱量在多孔介質中之熱傳導，則需考慮其遵守如以下所示之 Fourier 定律：

$$h_i = -\lambda_i g_{,i}, \quad (11)$$

式中 λ_i 表多孔介質之熱傳導係數。因考慮孔隙水在介質中之流動符合 Darcy 定律，若引用 $q_i = n\rho_w(\dot{v}_i - \dot{u}_i)$ 和 $\sigma = -np$ [4] 的關係式，則可將式(1)之 Darcy 定律改寫為：

$$q_i = -\rho_w \frac{k}{\gamma_w} p_{,i}. \quad (12)$$

將 Fourier 定律式(11)與 Darcy 定律式(12)代入式(10)中，並考慮溫泉滲流過程中，單位時間內會帶出 Q_h 的熱量，然後再對式(10)作適當之微分運算，則式(10)可以軸對稱圓柱座標改寫為：

$$-\lambda_i \nabla^2 g + m \frac{\partial g}{\partial t} - \frac{mk}{n\gamma_w} \left(\frac{\partial g}{\partial r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial g}{\partial z} \frac{\partial p}{\partial z} + g \nabla^2 p \right) + \frac{Q_h}{2\pi r} \delta(r) \delta(z) u(t) = 0, \quad (13)$$

其中 $\nabla^2 = \partial^2 / \partial r^2 + 1/r \partial / \partial r + \partial^2 / \partial z^2$ 。式(6)與式(13)組成問題之基本方程式。

2.3 邊界條件與初始條件

本文係模擬溫泉地層為一無限域，並以座標原點中有溫泉抽取模擬溫泉之滲流現象。因此，考慮問題之無限遠邊界條件為無地層溫度變化且無超額孔隙水壓變化。有關問題之初始條件，則是考慮一開始的時候，地層無溫度變化且其超額孔隙水壓為零。

3. 閉合解

本文係考慮砂岩地層中之溫泉抽水，因砂岩地層之孔隙率較大，故可考慮地層體積變化量 ε 與地層溫度變化量 g 尚未開始改變前，地層內之超額孔隙水壓已達穩定平衡狀態[3]。基於此，連續方程式(6)可改寫為：

$$-\frac{k}{\gamma_w} \nabla^2 p + \frac{Q_w}{2\pi r} \delta(r) \delta(z) u(t) = 0. \quad (14)$$

茲以Laplace與Hankel積分轉換方法[7]解析以上基本方程式，可得：

$$p(r, z, t) = -\frac{Q_w \gamma_w}{4\pi k R} u(t), \quad (15)$$

其中 $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ 。

因砂岩地層中之熱對流效應比熱傳導效應明顯，故式(13)中與熱傳導有關之項次 $\lambda_t \nabla^2 g$ 可以忽略不計[3]。基於此，再將式(15)代入忽略熱傳導影響後之式(13)，則式(13)可改寫為：

$$m \frac{\partial g}{\partial t} - \frac{m Q_w}{4\pi m} \left[\frac{r}{R^3} \frac{\partial g}{\partial r} + \frac{z}{R^3} \frac{\partial g}{\partial z} \right] + \frac{Q_h}{2\pi r} \delta(r) \delta(z) u(t) = 0. \quad (16)$$

同理，亦可以Laplace與Hankel積分轉換方法[7]解析以上所示之基本方程式，推導出地層溫度變化量 g 如下所示：

$$g(r, z, t) = -\frac{Q_h}{4\pi \lambda_t R} u \left(t - \frac{4\pi m R^3}{3Q_w} \right). \quad (17)$$

由式(17)知，砂岩地層中各個位置之暫態溫度變化量 $g(r, z, t)$ 與孔隙率 n 、位置座標變數 (r, z) 、單位時間內之體積抽取量 Q_w 、地層熱傳導係數 λ_t 及單位時間內之熱能損失量 Q_h 等因素有關。

在穩態情況下，因單點溫泉抽水所引致之砂岩地層的長期超額孔隙水壓與地層溫度變化量可分別表為：

$$p(r, z) = -\frac{Q_w \gamma_w}{4\pi k R}, \quad (18)$$

$$g(r, z) = -\frac{Q_h}{4\pi \lambda_t R}. \quad (19)$$

由以上研討結果知，砂岩地層內之長期超額孔隙水壓 $p(r, z)$ 與單位時間內之體積抽取量 Q_w 、地層滲透係數 k 、溫泉水之單位重 γ_w 、及位置座標變數 (r, z) 有關。另外，砂岩地層中各個位置之長期溫度變化量 $g(r, z)$ 則與位置座標變數 (r, z) 、地層熱傳導係數 λ_t 及單位時間內之熱能損失量 Q_h 等因素有關。

4. 數值結果

茲考慮砂岩之地層參數如表一所示。本文擬考慮溫泉抽水過程中，單位時間內所抽出之水體積為 $Q_w = 1m^3/s$ ，並考慮其中所包含的熱量為 $Q_h = 10^8 J/s$ 。基於此，繪製圖一以表示砂岩地層之超額孔隙水壓變化，並以圖二表示砂岩地層之溫度變化量。

由此可知，在此一分析模式下，因砂岩地層之孔隙率較大，故溫泉抽水時，地層內各點之超額孔隙水壓會很快達到穩定平衡狀態；然而，地層內各點之溫度變化則會有延時效應出現。當時間變數 $t \geq 4\pi m R^3 / 3Q_w$ 時，遠離抽水點 R 距離之地層溫度始會產生變化，且其溫度變化量即為該位置地層之長期溫度變化量。

5. 結論

本文係考慮溫泉地層屬於砂岩地質，故於探討溫泉抽水所引致之滲流現象時，暫時忽略滲流過程之熱傳導現象，僅考慮其熱對流行為。所研討之溫泉滲流問題與單點溫泉抽水有關，並將溫泉地層模擬為均質等向之飽和多孔介質，所研討出之解為與時間有關之閉合解。

6. 誌謝

本文是在國科會計畫 NSC94-2625-Z-216-001 補助下所完成，特此申謝。

7. 參考文獻

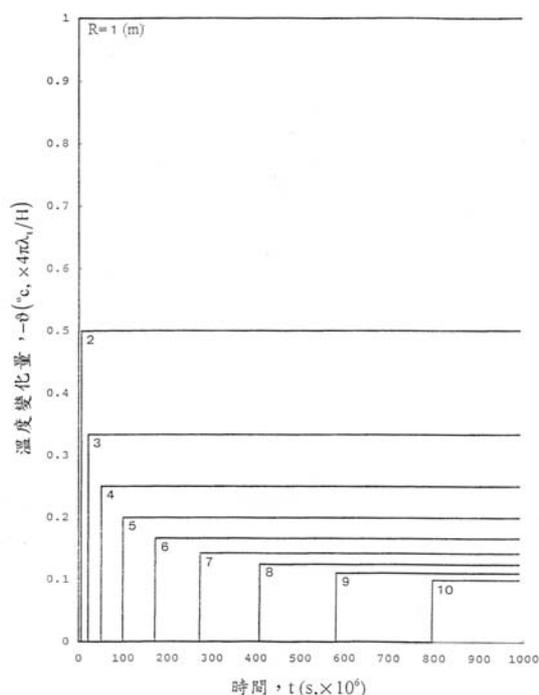
1. 周順安、蔣立為、張國強、曾鈞敏，「台灣溫泉水資源之調查及開發利用(2/4)」，經濟部水利署專題研究計畫報告，共248頁，2001。
2. 交通部臺灣區國道新建工程局，北宜計畫，<http://gip.taneeb.gov.tw/>，2006/8/14瀏覽。
3. Kurashige, M., "A Thermoelastic Theory of Fluid-Filled Porous Materials," *Int. J. Solids Structures*, Vol. 25, No. 9, pp. 1039-1052, 1989.
4. Biot, M.A., Theory of Elasticity and Consolidation for a Porous Anisotropic Solid," *J. Appl. Phys.*, Vol. 26, No. 2, pp. 182-185, 1955.
5. 呂志宗，「熱影響之三維壓密問題之研究」，國科會專題研究計畫報告，NSC81-0410-E-216-503，共163頁，1993。
6. Nowacki, W., *Thermoelasticity*, Pergamon Press, New York, 566p, 1986.
7. Sneddon, I.N., *Fourier Transforms*, McGraw-Hill, New York, pp. 48-70, 1951.
8. Rice, J.R. and M.P. Cleary, "Some Basic Stress Diffusion Solutions for Fluid-Saturated Elastic Porous Media with Compressible Constituents," *Rev. Geophys. Space Phys.*, Vol. 14, No. 2, pp. 227-241, 1976.

9. Britto, A.M., C. Savvidou, D.V. Maddocks, M.J. Gunn, and J.R. Booker, "Numerical and Centrifuge Modelling of Coupled Heat Flow and Consolidation Around Hot Cylinders Buried in Clay," *Geotechnique*, Vol. 39, No. 1, pp. 13-25, 1989.
10. Ozisik, M.N., *Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York, p. 751, 1985.

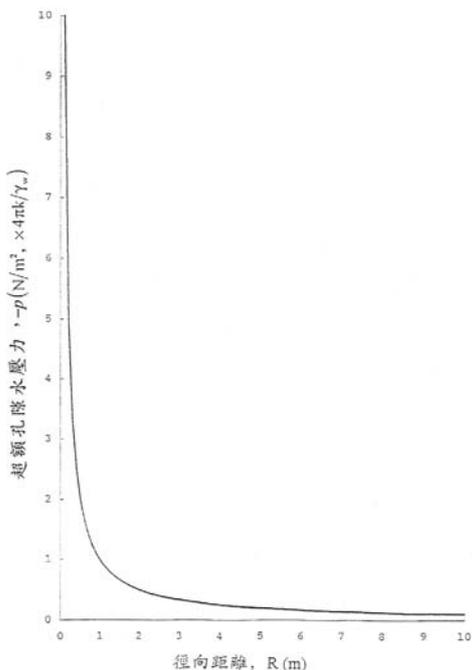
8. 圖表彙整

表一 砂岩之地層參數[8-10]

符號	參數值
溫泉水之單位重, γ_w	9,810 N/m ³
砂岩之滲透係數, k	2×10^{-6} m/s
砂岩之孔隙率, n	0.19
固體介質之線性熱膨脹係數, α_s	$8.33 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$
溫泉水之線性熱膨脹係數, α_w	$6.67 \times 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$
固體介質之比熱, c_s	745 J/(kg·°C)
溫泉水之比熱, c_w	4,186 J/(kg·°C)
固體介質之密度, ρ_s	2,150 kg/m ³
溫泉水之密度, ρ_w	1,000 kg/m ³
砂岩之熱傳導係數, λ	2.9 J/(s·m·°C)



圖二 砂岩地層因溫泉水抽水所引起之地層溫度變化關係圖



圖一 砂岩地層因溫泉水抽水所引起之地層超額孔隙水壓變化關係圖 ($t \geq 0$)

Study on the Mechanisms of Hot Spring Seepage through the Sand Stone Stratum

John C.-C. Lu¹ and Qing-Tian Lin²

¹Department of Civil Engineering and Engineering Informatics, Chung Hua University

²Hwa In Engineering Co., Ltd.

NSC Project No.: NSC94-2625-Z-216-001

Abstract

The objective of this paper is focus on the mechanisms of the hot spring seepage through sand stone stratum. The mathematical model is formulated by axially symmetric cylindrical coordinates. The transient closed-form solutions of the excess pore water pressure and temperature change of the stratum due to a deep point sink of the hot spring in a homogeneous isotropic saturated porous medium are obtained.

Keywords: hot spring, sand stone, point sink, closed-form solution

2006

徵求論文

東亞放射性廢棄物管理論壇研討會 East Asia Forum on Radwaste Management Conference (2006 EAFORM Conference)

時間與地點

技術研討：95年11月27-28日於原子能委員會核能研究所

技術參訪：95年11月29-30日參訪蘭嶼貯存場

主題內容

- A. 放射性廢棄物之處置技術
 - 處置母岩特性調查與選址
 - 工程障壁與處置場設計
 - 處置場的功能與安全評估
 - 法規與廢棄物接收標準
 - 透明化與公眾溝通
- B. 核能設施之除役技術
 - 設施除污與清理
 - 量測及分類與減量
 - 拆除與重整
 - 清潔標準與外釋再利用
 - 輻射劑量減低與量測
- C. 放射性廢棄物之處理技術
 - 減容與減量
 - 固化與安定化處理
 - 固定化包裝
 - 安全貯存
 - 新處理技術
- D. 用過核燃料乾式貯存技術
 - 貯存設施安全設計
 - 貯存設施建造運轉
 - 貯存設施安全評估
 - 輻射防護與環境監測
 - 保安與緊急應變

主辦單位：

行政院原子能委員會核能研究所

協辦單位：

日本原子力環境整備促進資金管理中心

日本電力中央研究所

日本原子能總署

韓國原子力研究所

韓國水力核能電力公司

台灣電力公司

國立清華大學

國立成功大學

工研院能源與環境研究所

技術支援：

美國桑迪亞國家實驗室

重要日期：

- 論文摘要截止日期：95年9月15日
- 摘要接受通知日期：95年9月20日
- 論文全文截止日期：95年10月25日
- 全文接受通知日期：95年10月31日
- 報名截止日期：95年11月20日止
- 研討會日期：95年11月27-28日二天
- 技術參訪日期：95年11月29日-30日二天

研討會語言：論文及宣讀均採用英文

摘要及論文請寄：桃園縣龍潭鄉佳安村文化路1000號

莊文壽 wschuang@iner.gov.tw

參加費用：新台幣1,000元整，提供午餐、手冊及論文報告光碟。

繳費方式：現金或即期支票於研討會當天現場繳納。

連絡人：黃慶村 電話：(03)4711400 分機 5600

E-mail: cthuangu@iner.gov.tw

莊文壽 電話：(03)4711400 分機 5634

E-mail: wschuang@iner.gov.tw

線上報名：<http://www.iner.gov.tw>

本論文已被 2006 EAFORM
Conference 接受，正由會
議籌備處排版印刷中，將於
2006/11/27 正式對外發表。

Theoretical Solutions for a Stratum Subjected to a Point Heat Source

John C.-C. Lu¹ and Feng-Tsai Lin²

¹Department of Civil Engineering and Engineering Informatics
Chung Hua University
Hsinchu 30012, Taiwan, ROC

²Department of Naval Architecture
National Kaohsiung Marine University
Kaohsiung 81157, Taiwan, ROC

ABSTRACT

The main objective of this paper is focus on the theoretical solutions for a homogeneous isotropic stratum subjected to a deep point heat source. The stratum is modeled as a poroelastic medium. Analytic solutions of the effective stresses, consolidation deformation, pore water pressure distribution and temperature changes of the stratum are obtained by using Hankel transform technique. Numerical results for effective stresses shown that the ratio of the radial normal stress σ'_{rr} to the vertical normal stress σ'_{zz} ranges from 0.5 to 2.0, and the ratio of the hoop normal stress $\sigma'_{\theta\theta}$ to the vertical normal stress σ'_{zz} ranges from 0.5 to 1.0. The results are helpful for the repository design of radioactive waste.

Keywords: Point heat source, Closed-form solution, Porous medium

1. Introduction

Heat source placed at a great depth leads to thermomechanical response of fluid saturated porous medium. The heat source such as a canister of radioactive waste can cause temperature rise in the soil. The solid skeleton and pore fluid expand due to the heat source, and the volume increase of pore fluid is greater than that of the voids of solid matrix. This leads to an increase in pore fluid pressure and a reduction in effective stress. Therefore, thermal failure of soil will occur as a result of losing shear resistance due to the decrease in effective

stress.

Repositories of nuclear waste are usually designed at a depth of 200-700 m below the ground surface (Ma and Hueckel, 1992). At such great depths, soil is in the state of full saturation with no air fraction. Also, water cannot vaporize at temperatures below 150°C due to high water pressure at such depth. Heremans *et al.* (1980) confirmed this hypothesis through an experiment consisting simulation of heating at such conditions.

Attention of this paper is focused on the closed-form solutions of a homogeneous

isotropic stratum due to a deep point heat source. The behavior of the soil was satisfactorily modeled by assuming as a thermoelastic porous continuum (Booker and Savvidou, 1985). It suggested that linear theory was adequate for a repository design based on technical conservatism. For example, Hueckel and Peano (1987) indicated that European guidelines require that temperature increments in the soil close to the heat source should not exceed 80°C while the temperature increments at the ground surface is limited to less than 1°C. Given these modest temperature increments, Hollister *et al.* (1981) observed that any significant non-linear behavior and/or plastic deformation of the soil would be confined to a relatively small volume of soil around the waste canister itself. In this case, a linear model can provide a reasonable approximation to the assessment of a proposed design (Smith and Booker, 1996).

Governing equations of a fluid-saturated poroelastic solid in an isothermal quasi-static state were developed by Biot (1941 and 1955). Booker and Savvidou (1984, 1985 and 1989) derived an extended Biot theory including the thermal effects and presented solutions of thermo-consolidation around the spherical and point heat sources. In their solutions, the flow properties are considered as isotropic or transversely isotropic, whereas the elastic and thermal properties of the soils are treated as isotropic. Nevertheless, the above studies did not include stresses responses of the stratum due to a point heat source in detail.

In this study, the soil mass is modeled

as an isotropic saturated elastic full space. If the heat source is buried at a great depth, the effects of the ground surface boundary on thermo-consolidation can be neglected. Long-term thermoelastic consolidation of soils is derived through the Hankel transform technique. The closed-form solutions of long-term consolidation deformation, temperature change of the soil mass, excess pore fluid pressure and effective stresses of the porous media due to a point heat source are evaluated. A numerical example of homogeneous isotropic soil is examined to provide better understanding of the thermal induced consolidation.

2. Mathematical Model

Basic Equations

The soil mass is considered as a homogeneous isotropic full space with a vertical axis of symmetry. The mechanical, seepage and thermal properties of the stratum are treated as isotropic. Therefore, the constitutive behaviors of the elastic soil skeleton for linear axisymmetric deformation in the cylindrical coordinates (r, θ, z) are:

$$\sigma'_{rr} = \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{u_r}{r} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{\partial u_z}{\partial z} - \beta\vartheta, \quad (1a)$$

$$\sigma'_{\theta\theta} = \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu} \frac{u_r}{r} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{\partial u_z}{\partial z} - \beta\vartheta, \quad (1b)$$

$$\sigma'_{zz} = \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{2G\nu}{1-2\nu} \frac{u_r}{r} + \frac{2G(1-\nu)}{1-2\nu} \frac{\partial u_z}{\partial z} - \beta \mathcal{G}, \quad (1c)$$

$$\sigma'_{rz} = G \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right), \quad (1d)$$

where σ'_{rr} , $\sigma'_{\theta\theta}$, σ'_{zz} , and σ'_{rz} are the effective stress components. The shear stress components $\sigma'_{r\theta}$ and $\sigma'_{\theta z}$ vanish with a vertical axis of symmetry. The quantity \mathcal{G} measures the temperature change of the soil mass. The variables u_r and u_z are displacements in the radial and axial directions, respectively. In addition, the parameters G and ν are the shear modulus and Poisson's ratio for the solid skeleton when the material is deformed under drained condition (i.e., the fluid pressure remains constant). The thermal expansion factor β is defined as $\beta = 2G\alpha_s(1+\nu)/(1-2\nu) = (2G+3\lambda)\alpha_s$. Here, λ is the Lamé constant of the isotropic soil mass and α_s denotes the linear thermal expansion coefficient of the isotropic soil skeleton.

According to Terzaghi's effective stress concept, the total stress τ_{ij} of a saturated porous material is given by

$$\tau_{ij} = \sigma'_{ij} - \frac{3(\nu_u - \nu)}{B(1-2\nu)(1+\nu_u)} p \delta_{ij}, \quad (2)$$

where ν_u is the undrained Poisson's ratio of the poroelastic soil. The excess pore fluid pressure p is positive for compression, and δ_{ij} is the Kronecker

delta.

The total stress must satisfy the equilibrium relations of $\tau_{ij,j} + b_i = 0$. By equations (1a)-(1d) and Terzaghi's effective stress concept (2), the equilibrium equations for axisymmetric deformation with vanishing body forces ($b_i = 0$) can be expressed in terms of displacements u_i , temperature change of the soil mass \mathcal{G} , and excess pore fluid pressure p as below:

$$G\nabla^2 u_r + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} - G \frac{u_r}{r^2} - \alpha \frac{\partial p}{\partial r} - \beta \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial r} = 0, \quad (3a)$$

$$G\nabla^2 u_z + \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} - \alpha \frac{\partial p}{\partial z} - \beta \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial z} = 0, \quad (3b)$$

where $\nabla^2 = \partial^2/\partial r^2 + 1/r \cdot \partial/\partial r + \partial^2/\partial z^2$ is the differential operator. The volume strain $\varepsilon = \partial u_r/\partial r + u_r/r + \partial u_z/\partial z$ and the parameter $\alpha = 3(\nu_u - \nu)/[B(1-2\nu)(1+\nu_u)]$.

Besides of equations (3a) and (3b), two other equations for the four variables u_r , u_z , p and \mathcal{G} are obtained from the conservations of mass and energy:

$$\nabla \cdot [n(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s)] + q_f = 0, \quad (4)$$

$$-\nabla \cdot \mathbf{h} + q_h = 0, \quad (5)$$

where n is the porosity of the porous medium. The quantities \mathbf{v}_f and \mathbf{v}_s are the velocities of fluid and solid, respectively. The values \mathbf{h} , q_f and q_h are the heat flux vector, the internal/external fluid and

heat sources, respectively.

The isotropic pore fluid flow and thermal flow are assumed to be governed by Darcy's law and Fourier's law as follows:

$$n(\mathbf{v}_f - \mathbf{v}_s) = -\frac{k}{\gamma_w} \left(\frac{\partial p}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{\partial p}{\partial z} \mathbf{i}_z \right), \quad (6)$$

$$\mathbf{h} = -\lambda_t \left(\frac{\partial \mathcal{G}}{\partial r} \mathbf{i}_r + \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial z} \mathbf{i}_z \right), \quad (7)$$

where k denotes the permeability of the isotropic soils. The value γ_w is the unit weight of pore water. The quantity λ_t is the thermal conductivity of the soil mass.

Let us consider a deep point heat source of strength Q located at the position of $(0,0)$ and neglect the action of fluid source. Substituting equations (6)-(7) into equations (4)-(5) lead to

$$\frac{k}{\gamma_w} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = 0, \quad (8)$$

$$\lambda_t \left(\frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial z^2} \right) + \frac{Q}{2\pi r} \delta(r) \delta(z) = 0, \quad (9)$$

where $\delta(x)$ is the Dirac delta function.

Equations (3a), (3b), (8) and (9) constitute the basic governing equations of the steady state axisymmetric thermoelastic consolidation of a saturated isotropic porous medium.

Boundary Conditions

The effect of point heat source vanishes at infinity ($z \rightarrow \pm \infty$). Therefore, the boundary conditions for the full space are

represented as:

$$\lim_{z \rightarrow \pm \infty} \{u_r(r, z), u_z(r, z), p(r, z), \mathcal{G}(r, z)\} = \{0, 0, 0, 0\}. \quad (10)$$

The basic equations (3a), (3b), (8), (9) and corresponding boundary conditions (10) constitute the mathematical model of the presented study.

3. Analytic Solution

The governing partial differential equations (3a), (3b), (8) and (9) can be reduced to ordinary differential equations by performing appropriate Hankel transforms (Sneddon, 1951) with respect to the radial coordinate r :

$$\left(\frac{d^2}{dz^2} - 2\eta\xi^2 \right) \tilde{u}_r - (2\eta - 1)\xi \frac{d\tilde{u}_z}{dz} + \frac{\alpha}{G} \xi \tilde{\mathcal{P}} + \frac{2(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu} \xi \tilde{\mathcal{G}} = 0, \quad (11a)$$

$$(2\eta - 1)\xi \frac{d\tilde{u}_r}{dz} + \left(2\eta \frac{d^2}{dz^2} - \xi^2 \right) \tilde{u}_z - \frac{\alpha}{G} \frac{d\tilde{\mathcal{P}}}{dz} - \frac{2(1+\nu)\alpha_s}{1-2\nu} \frac{d\tilde{\mathcal{G}}}{dz} = 0, \quad (11b)$$

$$\frac{k}{\gamma_w} \left(\frac{d^2}{dz^2} - \xi^2 \right) \tilde{\mathcal{P}} = 0, \quad (11c)$$

$$\lambda_t \left(\frac{d^2}{dz^2} - \xi^2 \right) \tilde{\mathcal{G}} + \frac{Q}{2\pi} \delta(z) = 0, \quad (11d)$$

where ξ is Hankel transform parameter; $\eta = (1-\nu)/(1-2\nu)$; and the symbols \tilde{u}_r , \tilde{u}_z , $\tilde{\mathcal{P}}$, $\tilde{\mathcal{G}}$ are defined as

$$\tilde{u}_r(z; \xi) = \int_0^\infty r u_r(r, z) J_1(\xi r) dr, \quad (12a)$$

$$\tilde{u}_z(z; \xi) = \int_0^\infty r u_z(r, z) J_0(\xi r) dr, \quad (12b)$$

$$\tilde{p}(z; \xi) = \int_0^\infty r p(r, z) J_0(\xi r) dr, \quad (12c)$$

$$\tilde{g}(z; \xi) = \int_0^\infty r g(r, z) J_0(\xi r) dr, \quad (12d)$$

in which $J_n(x)$ represents the first kind of Bessel function of order n . The Hankel inversions formula are denoted by

$$u_r(r, z) = \int_0^\infty \xi \tilde{u}_r(z; \xi) J_1(\xi r) d\xi, \quad (13a)$$

$$u_z(r, z) = \int_0^\infty \xi \tilde{u}_z(z; \xi) J_0(\xi r) d\xi, \quad (13b)$$

$$p(r, z) = \int_0^\infty \xi \tilde{p}(z; \xi) J_0(\xi r) d\xi, \quad (13c)$$

$$g(r, z) = \int_0^\infty \xi \tilde{g}(z; \xi) J_0(\xi r) d\xi. \quad (13d)$$

Taking Hankel transform for the far boundary conditions at $z \rightarrow \pm\infty$, Eq. (10), yield the transformed boundary conditions as following

$$\lim_{z \rightarrow \pm\infty} \{\tilde{u}_r(z; \xi), \tilde{u}_z(z; \xi), \tilde{p}(z; \xi), \tilde{g}(z; \xi)\} = \{0, 0, 0, 0\}. \quad (14)$$

where \tilde{u}_r , \tilde{u}_z , \tilde{p} and \tilde{g} follow the definitions of Eqs. (12a)-(12d).

After the tedious manipulation, the closed-form solutions of thermoelastic consolidation deformation, temperature change of the soil mass, excess pore water pressure, and effective stresses due to a

point heat source buried in an isotropic elastic full space can be obtained by using Hankel inversions and (1a)-(1d) as follows:

$$u_r = \frac{Q\alpha_s(1+\nu)r}{8\pi\lambda_t(1-\nu)R}, \quad (15a)$$

$$u_z = \frac{Q\alpha_s(1+\nu)z}{8\pi\lambda_t(1-\nu)R}, \quad (15b)$$

$$p = 0, \quad (15c)$$

$$g = \frac{Q}{4\pi\lambda_t R}, \quad (15d)$$

$$\sigma'_{rr} = -\frac{QG\alpha_s(1+\nu)}{4\pi\lambda_t(1-\nu)} \left(\frac{1}{R} + \frac{r^2}{R^3} \right), \quad (15e)$$

$$\sigma'_{\theta\theta} = -\frac{QG\alpha_s(1+\nu)}{4\pi\lambda_t(1-\nu)} \frac{1}{R}, \quad (15f)$$

$$\sigma'_{zz} = -\frac{QG\alpha_s(1+\nu)}{4\pi\lambda_t(1-\nu)} \left(\frac{1}{R} + \frac{z^2}{R^3} \right), \quad (15g)$$

$$\sigma'_{rz} = -\frac{QG\alpha_s(1+\nu)rz}{4\pi\lambda_t(1-\nu)R^3}, \quad (15h)$$

where the symbol $R = \sqrt{r^2 + z^2}$. From these solutions, the excess pore fluid pressure disappears under the steady state thermoelastic consolidation.

On the basis of equations (15a)-(15h), we found that all field quantities are functions of the distance from the heat source and are proportional to the linear thermal expansion coefficient. However, they are inversely proportional to the thermal conductivity. The solutions show that the shear modulus does not have influence on displacements and temperature change of the soils.

4. Numerical Results

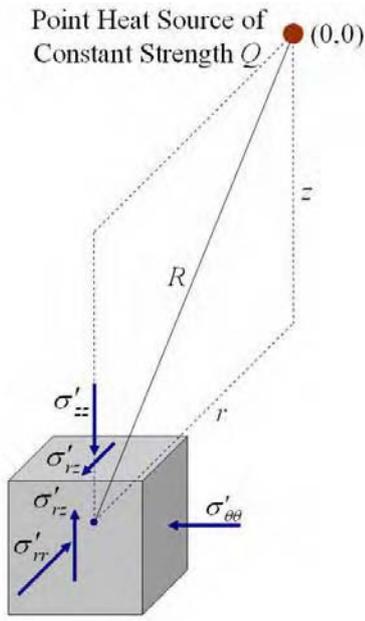


Figure 1. Stresses on soil element due to a deep point heat source Q .

Referring to the soil element in Figure 1, the numerical results of the effective stress distributions of σ'_{ij} are summarized in Figures 2-5. The assumed Poisson's ratio of the soil mass is $\nu = 0.3$, and the effective stresses were normalized by the factor $QG\alpha_s/4\pi\lambda_t$. As shown in the figures 2-5, the isobaric contours of effective stresses of soil mass σ'_{rr} , $\sigma'_{\theta\theta}$, σ'_{zz} , and σ'_{rz} near the point heat source are compressive, and it helps to prevent thermal failure of soil.

High-level radioactive waste generates heat, and it leads to temperature increase for the soil surrounding the canister. Hueckel and Peano (1987) indicated that European guidelines require that temperature increments in the soil close to the heat

source should not exceed 80°C while the temperature increments at the ground surface is limited to less than 1°C . In the previous studies, the heat outputs generated by canisters are assumed to be 224 W/m (Ma and Hueckel, 1993), 325 W/m (Ma and Hueckel, 1992), or 1000 W/m (Smith and Booker, 1996).

On the basis of equations (15a)-(15h), Table 1 gives the normalized values of the derived analytical solutions. The selected representative parameters of isotropic soil, Boom clay, are listed in Table 2 to verify the proposed solutions. At the distance of $r = 0\sim 10\text{ m}$ and $z = 0.3\text{ m}$ away from the heat source corresponding to the parameters listed in Table 2, the displacements, effective stresses and temperature increases of the stratum due to a deep point heat source are shown in Table 3. The maximum radial displacement u_r , vertical displacement u_z , radial stress σ'_{rr} , hoop stress $\sigma'_{\theta\theta}$, vertical stress σ'_{zz} , shear stress σ'_{rz} and temperature increase \mathcal{G} of the stratum shown in Table 3 are 1.86 mm , 1.86 mm , -1.35 MPa , -1.24 MPa , -2.48 MPa , -0.48 MPa and 51°C , respectively. The temperature increase is below 1°C at the soil 16 m away from the point heat source. Besides, the ratio of the radial normal stress σ'_{rr} to the vertical normal stress σ'_{zz} ranges from 0.5 to 2.0 , and the ratio of the hoop normal stress $\sigma'_{\theta\theta}$ to the vertical normal stress σ'_{zz} ranges from 0.5 to 1.0 .

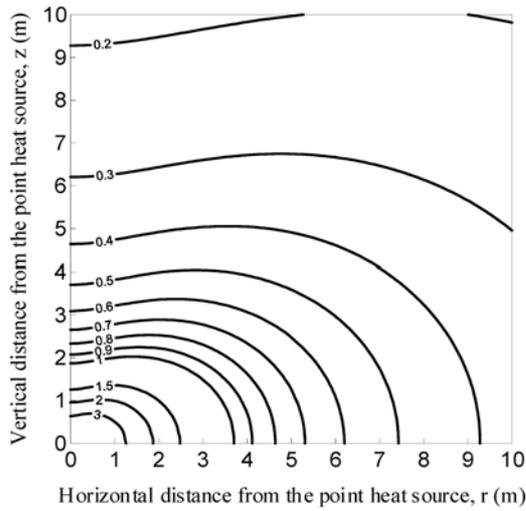


Figure 2. Isobaric contours of normalized effective radial stress $-\sigma'_{rr}/[QG\alpha_s/4\pi\lambda_t]$ due to a point heat source Q .

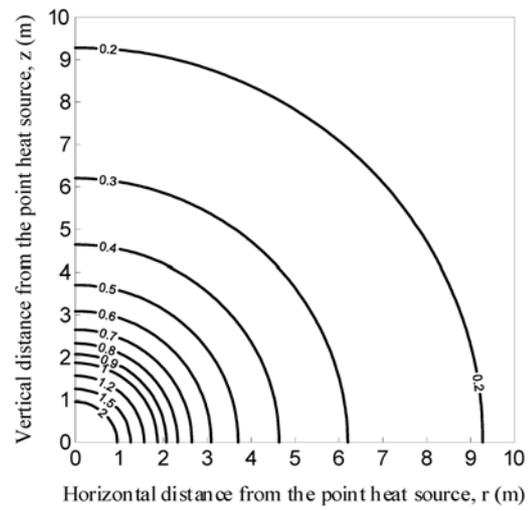


Figure 3. Isobaric contours of normalized effective hoop stress $-\sigma'_{\theta\theta}/[QG\alpha_s/4\pi\lambda_t]$ due to a point heat source Q .

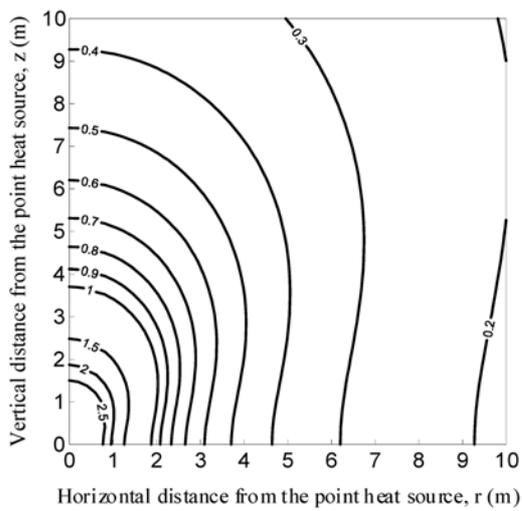


Figure 4. Isobaric contours of normalized effective vertical stress $-\sigma'_{zz}/[QG\alpha_s/4\pi\lambda_t]$ due to a point heat source Q .

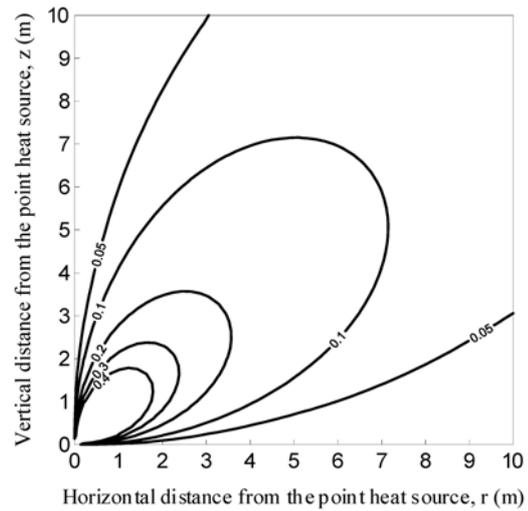


Figure 5. Isobaric contours of normalized effective stress $-\sigma'_{rz}/[QG\alpha_s/4\pi\lambda_t]$ due to a point heat source Q .

5. Conclusions

The closed-form solutions of thermoelastic consolidation due to a point heat source buried in an isotropic elastic full space were obtained using the Hankel transformation technique. The results were examined by the numerical results. All field quantities are functions of the distance from the heat

source and are proportional to the linear thermal expansion coefficient. However, they are inversely proportional to the thermal conductivity. The solutions also show that the shear modulus does not have influence on displacements and temperature change of the soils.

Based on the numerical results obtained

for the isotropic thermo-consolidation, the effective stresses of soil mass are compressive. At the distance of $r = 0\sim 10$ m and $z = 0.3$ m away from the heat source corresponding to the parameters listed in Table 2, the obtained maximum radial displacement u_r , vertical displacement u_z , radial stress σ'_{rr} , hoop stress $\sigma'_{\theta\theta}$, vertical stress σ'_{zz} , shear stress σ'_{rz} and temperature increase ϑ of the stratum are

1.86 mm, 1.86 mm, -1.35 MPa, -1.24 MPa, -2.48 MPa, -0.48 MPa and 51°C, respectively. The ratio of the radial normal stress σ'_{rr} to the vertical normal stress σ'_{zz} ranges from 0.5 to 2.0, and the ratio of the hoop normal stress $\sigma'_{\theta\theta}$ to the vertical normal stress σ'_{zz} ranges from 0.5 to 1.0. The results are helpful for the repository design of radioactive waste.

Table 1. Normalized values of the displacements, effective stresses and temperature change of the isotropic soil due to a deep point heat source Q

$\frac{r}{z}$	$\frac{u_r}{8\pi\lambda_t(1-\nu)} \frac{Q\alpha_s(1+\nu)}{z}$	$\frac{u_z}{8\pi\lambda_t(1-\nu)} \frac{Q\alpha_s(1+\nu)}{z}$	$\frac{-\sigma'_{rr}}{4\pi\lambda_t(1-\nu)z} \frac{QG\alpha_s(1+\nu)}{z}$	$\frac{-\sigma'_{\theta\theta}}{4\pi\lambda_t(1-\nu)z} \frac{QG\alpha_s(1+\nu)}{z}$	$\frac{-\sigma'_{zz}}{4\pi\lambda_t(1-\nu)z} \frac{QG\alpha_s(1+\nu)}{z}$	$\frac{-\sigma'_{rz}}{4\pi\lambda_t(1-\nu)z} \frac{QG\alpha_s(1+\nu)}{z}$	$\frac{\vartheta}{4\pi\lambda_t z} \frac{Q}{z}$
0.0	0.0000	1.0000	1.0000	1.0000	2.0000	0.0000	1.0000
0.5	0.4472	0.8944	1.0733	0.8944	1.6100	0.3578	0.8944
1.0	0.7071	0.7071	1.0607	0.7071	1.0607	0.3536	0.7071
1.5	0.8321	0.5547	0.9387	0.5547	0.7254	0.2560	0.5547
2.0	0.8944	0.4472	0.8050	0.4472	0.5367	0.1789	0.4472
2.5	0.9285	0.3714	0.6916	0.3714	0.4226	0.1281	0.3714
3.0	0.9487	0.3162	0.6008	0.3162	0.3479	0.0949	0.3162
3.5	0.9615	0.2747	0.5287	0.2747	0.2955	0.0726	0.2747
4.0	0.9701	0.2425	0.4708	0.2425	0.2568	0.0571	0.2425
4.5	0.9762	0.2169	0.4237	0.2169	0.2271	0.0459	0.2169
5.0	0.9806	0.1961	0.3847	0.1961	0.2037	0.0377	0.1961
5.5	0.9839	0.1789	0.3520	0.1789	0.1846	0.0315	0.1789
6.0	0.9864	0.1644	0.3244	0.1644	0.1688	0.0267	0.1644
6.5	0.9884	0.1521	0.3006	0.1521	0.1556	0.0229	0.1521
7.0	0.9899	0.1414	0.2800	0.1414	0.1442	0.0198	0.1414
7.5	0.9912	0.1322	0.2620	0.1322	0.1345	0.0173	0.1322
8.0	0.9923	0.1240	0.2462	0.1240	0.1259	0.0153	0.1240
8.5	0.9932	0.1168	0.2321	0.1168	0.1184	0.0136	0.1168
9.0	0.9939	0.1104	0.2195	0.1104	0.1118	0.0121	0.1104
9.5	0.9945	0.1047	0.2082	0.1047	0.1058	0.0109	0.1047
10.0	0.9950	0.0995	0.1980	0.0995	0.1005	0.0099	0.0995

Table 2. Selected representative parameters (Ma and Hueckel, 1992)

Symbol	Value	Unit
G	100	MPa
Q	325	J/s
α_s	1.17×10^{-4}	$^{\circ}\text{C}^{-1}$
λ_t	1.69	J/(s·m· $^{\circ}\text{C}$)
ν	0.35	Dimensionless

Note: The strength of the point heat source Q that simulates the high-level radioactive waste is obtained from an assumed 1 m length line heat source with the heat output strength of 325 W/m.

Table 3. Typical values of the displacements, stresses and temperature increase of the isotropic soil due to a deep point heat source Q at the distance of $r = 0\sim 10$ m and $z = 0.3$ m away from the heat source corresponding to the parameters listed in Table 2

r (m)	z (m)	u_r (m)	u_z (m)	σ'_{rr} (Pa)	$\sigma'_{\theta\theta}$ (Pa)	σ'_{zz} (Pa)	σ'_{rz} (Pa)	ϑ ($^{\circ}\text{C}$)	$\frac{\sigma'_{rr}}{\sigma'_{zz}}$	$\frac{\sigma'_{\theta\theta}}{\sigma'_{zz}}$
0.0	0.3	0.000000	0.001859	-1,239,572	-1,239,572	-2,479,144	0	51.0	0.50	0.50
0.1	0.3	0.000588	0.001764	-1,293,558	-1,175,961	-2,234,327	-352,788	48.4	0.58	0.53
0.2	0.3	0.001031	0.001547	-1,348,736	-1,031,386	-1,745,423	-476,024	42.4	0.77	0.59
0.3	0.3	0.001315	0.001315	-1,314,765	-876,510	-1,314,765	-438,255	36.1	1.00	0.67
0.4	0.3	0.001487	0.001116	-1,219,739	-743,743	-1,011,491	-356,997	30.6	1.21	0.74
0.5	0.3	0.001594	0.000957	-1,106,692	-637,755	-806,572	-281,362	26.2	1.37	0.79
0.6	0.3	0.001663	0.000832	-997,836	-554,354	-665,224	-221,741	22.8	1.50	0.83
0.7	0.3	0.001709	0.000732	-900,813	-488,291	-564,061	-176,795	20.1	1.60	0.87
0.8	0.3	0.001741	0.000653	-816,826	-435,243	-488,903	-143,094	17.9	1.67	0.89
0.9	0.3	0.001764	0.000588	-744,776	-391,987	-431,186	-117,596	16.1	1.73	0.91
1.0	0.3	0.001781	0.000534	-682,967	-356,188	-385,598	-98,034	14.7	1.77	0.92
1.5	0.3	0.001823	0.000365	-476,850	-243,100	-252,450	-46,750	10.0	1.89	0.96
2.0	0.3	0.001839	0.000276	-363,711	-183,879	-187,925	-26,975	7.6	1.94	0.98
2.5	0.3	0.001846	0.000222	-293,282	-147,689	-149,786	-17,471	6.1	1.96	0.99
3.0	0.3	0.001850	0.000185	-245,463	-123,342	-124,563	-12,212	5.1	1.97	0.99
4.0	0.3	0.001854	0.000139	-184,897	-92,708	-93,226	-6,914	3.8	1.98	0.99
5.0	0.3	0.001856	0.000111	-148,215	-74,241	-74,507	-4,438	3.1	1.99	1.00
6.0	0.3	0.001857	0.000093	-123,648	-61,901	-62,056	-3,087	2.5	1.99	1.00
7.0	0.3	0.001858	0.000080	-106,054	-53,076	-53,173	-2,271	2.2	1.99	1.00
8.0	0.3	0.001858	0.000070	-92,837	-46,451	-46,517	-1,739	1.9	2.00	1.00
9.0	0.3	0.001858	0.000062	-82,546	-41,296	-41,342	-1,375	1.7	2.00	1.00
10.0	0.3	0.001859	0.000056	-74,307	-37,170	-37,204	-1,114	1.5	2.00	1.00

6. Acknowledgement

The work is supported by the National Science Council of the Republic of China through grant NSC94-2625-Z-216-001.

References

1. Biot, M. A., "General theory of three-dimensional consolidation," *Journal of Applied Physics*, Vol. 12, No. 2, pp. 155-164 (1941).
2. Biot, M. A., "Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid," *Journal of Applied Physics*, Vol. 26, No. 2, pp.182-185 (1955).
3. Booker, J. R. and C. Savvidou, "Consolidation around a spherical heat source," *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 20, No. 11/12, pp. 1079-1090 (1984).
4. Booker, J. R. and C. Savvidou, "Consolidation around a point heat source," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 9, No. 2, pp. 173-184 (1985).
5. Heremans, R. H., A. Barbreau, P. Bourke and H. Gies, "Thermal aspects associated with the disposal of waste in deep geological formations," In *Radioactive waste management and disposal*, Edited by R. Simon and S. Orłowski, Harwood Academic Publishers, London, pp. 468-487 (1980).
6. Hollister, C. D., D. R. Anderson and G. R. Heath, "Seabed disposal of nuclear wastes," *Science*, Vol. 213, No. 4514, pp. 1321-1326 (1981).
7. Hueckel, T. and A. Peano, "Some geotechnical aspects of radioactive waste isolation in continental clays," *Computers and Geotechnics*, Vol. 3, pp. 157-182 (1987).
8. Ma, C. and T. Hueckel, "Stress and pore pressure in saturated clay subjected to heat from radioactive waste: a numerical simulation," *Canadian Geotechnical Journal*, Vol. 29, pp. 1087-1094 (1992).
9. Ma, C. and T. Hueckel, "Thermomechanical effects on adsorbed water in clays around a heat source," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 17, pp. 175-196 (1993).
10. Savvidou, C. and J. R. Booker, "Consolidation around a heat source buried deep in a porous thermoelastic medium with anisotropic flow properties," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 13, No. 1, pp. 75-90 (1989).
11. Smith, D. W. and J. R. Booker, "Boundary element analysis of linear thermoelastic consolidation," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 20, pp. 457-488 (1996).
12. Sneddon, I.N., *Fourier Transforms*. McGraw-Hill, New York: pp. 48-70 (1951).

Nomenclature

- | | |
|-------|--|
| b_i | body forces (Pa/m) |
| B | Skempton's pore pressure coefficient (Dimensionless) |

G	shear modulus of the porous medium when the material is deformed under drained condition (Pa)	ν	Poisson's ratio for the solid skeleton when the material is deformed under drained condition (Dimensionless)
\mathbf{h}	heat flux vector ($\text{J/s}\cdot\text{m}^2$)	ν_u	undrained Poisson's ratio of the porous medium (Dimensionless)
$\mathbf{i}_r, \mathbf{i}_z$	unit vector parallel to the radial/vertical direction (Dimensionless)	σ'_{ij}	effective stress components of the porous medium (Pa)
k	permeability of the porous medium (m/s)	τ_{ij}	total stress components of the porous medium (Pa)
n	porosity of the porous medium (Dimensionless)		
p	excess pore fluid pressure, positive for compression (Pa)		
q_f	internal/external fluid source (s^{-1})		
q_h	internal/external heat source ($\text{J/s}\cdot\text{m}^3$)		
Q	strength of the point heat source (J/s)		
(r, θ, z)	cylindrical coordinates (m, radian, m)		
R	parameter, $R = \sqrt{r^2 + z^2}$ (m)		
u_r, u_z	radial/axial displacement of the porous medium (m)		
$\mathbf{v}_f, \mathbf{v}_s$	velocity of fluid/solid (m/s)		
α	parameter, $\alpha = 3(\nu_u - \nu) / [B(1 - 2\nu)(1 + \nu_u)]$ (Dimensionless)		
α_s	linear thermal expansion coefficient for solid skeleton of the porous medium ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)		
β	thermal expansion factor of the porous medium, $\beta = (2G + 3\lambda)\alpha_s$ (Pa/ $^{\circ}\text{C}$)		
γ_w	unit weight of pore water (N/m^3)		
$\delta(x)$	Dirac delta function (m^{-1})		
δ_{ij}	Kronecker delta (Dimensionless)		
ε	dilatation of the porous medium (Dimensionless)		
ϑ	temperature change of the porous medium ($^{\circ}\text{C}$)		
λ	Lame constant (Pa)		
λ_i	thermal conductivity of the isotropic porous medium ($\text{J/s}\cdot\text{m}\cdot^{\circ}\text{C}$)		
μ	parameter, $\mu = \sqrt{\lambda_r / \lambda_z}$ (Dimensionless)		

第二部分

公路邊坡生態工法之 多媒體教材建構

註：此一部分是由張君平君協助完成

摘 要

隨著電腦暨網路科技的進步，網路多媒體教學已逐漸成為一種趨勢；近年來，生態工法的應用已相當盛行且政府亦正積極推動中。基於此，本研究以公路邊坡生態工法為案例探討對象，利用網路及多媒體設計的技術，將生態工法之定義、精神、工法的種類以及應用生態工法施作完成的公路邊坡案例等，製作成教材並發布在網路上，以供各界參考。藉由生態工法的案例學習，可使學習者瞭解生態工法的真正精神。研究內容是以台灣中、北部地區之十條國道、省道、縣道、鄉道及一般道路上，共十四處邊坡做為案例介紹對象，自行開發設計出網路化互動式多媒體教學系統。本教學系統是以Flash MX 2004為教材之主要編輯平台，並以Dreamweaver MX 2004為網頁編輯平台。本教學系統係結合文字、圖片、動畫及音訊等，使教學內容多媒體化，營造出活潑、有趣的互動式學習環境。最後，本教學系統設置了網路問卷以及網路試題測驗系統，此一設計方式旨在讓學習者進行自我評量，以瞭解學習成果，問卷結果則可做為本教學系統改善之依據。

關鍵詞：公路邊坡、多媒體教學、生態工法、遠距教學

目 錄

中文摘要	I
目錄	II
圖目錄	VI
表目錄	XI
第一章 緒論	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究動機與目的	2
1.3 研究內容	2
1.4 研究方法	2
1.5 本論文組織架構	3
第二章 文獻回顧	6
2.1 前言	6
2.2 多媒體教學之定義與特點	6
2.2.1 教學媒體之種類	6
2.2.2 多媒體教學的系統架構	7
2.2.3 多媒體對學習者的貢獻	8
2.3 多媒體遠距教學系統的發展與現況	9
2.3.1 簡述國內外網路多媒體教學之沿革	9
2.3.2 台灣地區網路多媒體教學現況	11
2.3.3 電腦網路與多媒體遠距教學的結合	12
2.4 生態工法概論	13
2.4.1 何謂生態工法	13
2.4.2 生態工法結構物設計原則	13

2.4.3	生態工法的內涵	14
2.4.4	生態工法的發展歷程	15
2.4.5	生態工法成功要件與檢討	16
2.4.6	檢討	17
2.5	公路邊坡生態工法	18
2.5.1	道路邊坡處理原則	18
2.5.2	邊坡植生工法設計原則	19
2.6	生態工法之工法介紹	20
2.6.1	擋土工程工法	20
2.6.2	植生工程工法	25
2.7	公路的編號與分類	32
2.7.1	公路的定義	32
2.7.2	公路編號的目的	32
2.7.3	交通部公路總局各級公路編號要點	33
2.8	結語	33
第三章 網路化互動式多媒體教材製作環境		46
3.1	前言	46
3.2	多媒體製作的目的	46
3.3	準備工作	46
3.3.1	軟硬體工具	46
3.3.2	其他	47
3.4	軟體介紹	47
3.5	結語	49
第四章 公路邊坡生態工法之網路互動式多媒體教學系統		53
4.1	前言	53

4.2	本教材應用範圍	53
4.3	教材編輯流程	54
4.4	教材系統環境導覽	54
4.4.1	首頁	54
4.4.2	課程內容說明－生態工法概論	55
4.4.3	課程內容說明－生態工法之工法介紹	56
4.4.4	課程內容說明－加擋土牆設計分析簡介	57
4.4.5	課程內容說明－工程斷面圖	58
4.4.6	課程內容說明－生態工法案例介紹	59
4.4.7	課程內容說明－邊坡植生植物介紹	60
4.4.8	課程內容說明－影音視訊	60
4.5	教學系統環境導覽－網路上試題測驗	61
4.6	教學系統環境導覽－網路上問卷調查	62
4.6.1	網路問卷調查的目的	62
4.6.2	網路問卷調查的編輯與內容	62
4.6.3	網路問卷調查的驗證	63
4.6.4	網路問卷調查的方法	63
4.7	教學系統環境導覽－參考文獻動畫製作	63
4.8	結語	64
第五章	問卷結果的分析與檢討	110
5.1	前言	110
5.2	試題測驗分析結果	110
5.3	問卷調查分析結果	117
5.4	結語	126
第六章	結論與建議	127

6.1 結論.....	127
6.2 建議.....	130
參考文獻.....	132
附錄.....	136
附錄 A 公路編號原則與性質.....	137
附錄 B 試題測驗與解答.....	139
附錄 C 網路問卷調查表.....	143

圖目錄

圖 1.1 本論文研究流程	4
圖 2.1 網路多媒體系統架構	35
圖 2.2 加勁擋土牆	35
圖 2.3 砌石擋土牆	36
圖 2.4 五圍砌	36
圖 2.5 六圍砌	37
圖 2.6 長徑垂直於坡面(正確堆砌法)	37
圖 2.7 四圍砌(錯誤堆砌法)	38
圖 2.8 八圍砌(錯誤堆砌法)	38
圖 2.9 橫砌(錯誤堆砌法)	39
圖 2.10 立砌(錯誤堆砌法)	39
圖 2.11 重疊砌(錯誤堆砌法)	40
圖 2.12 長徑不垂直於坡面(正確堆砌法)	40
圖 2.13 疊塊式模鑄面板擋土牆	41
圖 2.14 石籠擋土牆	41
圖 2.15 混凝土格框擋土牆	42
圖 2.16 格框客土袋護坡	42
圖 2.17 挖穴鋪網植生	43
圖 2.18 鋪設植生草帶植生	43
圖 2.19 植生鋼網框格	44
圖 2.20 掛網噴植法植生邊坡	44
圖 2.21 蜂巢式格框植生	45
圖 2.22 打樁編柵工法	45

圖 3.1	Flash MX 2004 作業環境	50
圖 3.2	Dreamweaver MX 2004 作業環境	50
圖 3.3	PhotoImpact 作業環境	51
圖 3.4	PowerDirector 作業環境	51
圖 3.5	Sound Forge 作業環境	52
圖 4.1	教材製作流程圖	65
圖 4.2	公路邊坡生態工法教學網站首頁	65
圖 4.3(a)	照片瀏覽器照片換頁變換圖:照片轉變前	66
圖 4.3(b)	照片瀏覽器照片換頁變換圖:照片轉變中	66
圖 4.3(c)	照片瀏覽器照片換頁變換圖:照片轉變後	67
圖 4.4	生態工程的範疇	67
圖 4.5	生態工法與環境破壞關聯	68
圖 4.6	生態工法概論主選單畫面	68
圖 4.7	生態工法發展歷程起始畫面	69
圖 4.7(a)	生態工法發展歷程的內容	69
圖 4.7(b)	生態工法發展歷程的結束畫面	70
圖 4.8	生態工法之工法介紹選單畫面	70
圖 4.9(a)	擋土工程工法書本封面	71
圖 4.9(b)	擋土工程工法書本封面目錄	71
圖 4.9(c)	示意圖、施工原則、優缺點比較	72
圖 4.9(d)	適用範圍、生態配合度、現場案例照片	72
圖 4.10(a)	植生工程工法書本封面	73
圖 4.10(b)	植生工程工法書本目錄	73
圖 4.10(c)	示意圖、施工原則、施工步驟	74
圖 4.10(d)	優缺點比較、適用範圍、現場案例照片	74

圖 4.11 生態工法介紹開頭動畫	75
圖 4-12(a) 先將滑鼠移到書的右下角並按滑鼠左鍵	75
圖 4-12(b) 按住滑鼠向左拖曳	76
圖 4-12(c) 放開滑鼠翻頁完成	76
圖 4.13(a) 加勁擋土牆設計分析簡介封面	77
圖 4.13(b) 加勁擋土牆設計分析簡介之目錄畫面	77
圖 4.14 台 110 縣道 32.7K 附近加勁擋土牆工程設計圖彙整表	78
圖 4.15 台 3 線省道 80.2K 附近打樁編柵工程設計圖彙整表	78
圖 4.16 台 3 線省道 80.2K 附近打樁編柵工程陡溝平面圖	79
圖 4.17 案例所屬地區選擇圖	79
圖 4.18(a) 北部地區案例	80
圖 4.18(b) 中部地區案例	80
圖 4.19 台北三峽案例大略位置圖	81
圖 4.20 案例選單畫面	81
圖 4.21 選項點選後之畫面	82
圖 4.22 案例照片說明(台北三峽案例)	82
圖 4.23 案例照片圖例說明(台北三峽案例)	83
圖 4.24 邊坡植物介紹開頭動畫	83
圖 4.25(a) 邊坡植物圖鑑封面	84
圖 4.25(b) 邊坡植物圖鑑內容	84
圖 4.26 網路試題測驗網頁畫面(試題測驗部分)	85
圖 4.27 網路試題測驗第一題畫面	85
圖 4.28 點選題號按鈕後所出現的畫面	86
圖 4.29 以鍵盤鍵入答案	86
圖 4.30 點選計分欄即可顯現成績	87

圖 4.31 錯誤題目訂正後所出現的畫面	87
圖 4.32 表單驗證編輯視窗	88
圖 5.1 試題測驗分數長條圖	111
圖 5.2 第一題答題情況百分比立體圓形圖	112
圖 5.3 第二題答題情況百分比立體圓形圖	112
圖 5.4 第三題答題情況百分比立體圓形圖	113
圖 5.5 第四題答題情況百分比立體圓形圖	113
圖 5.6 第五題答題情況百分比立體圓形圖	114
圖 5.7 第六題答題情況百分比立體圓形圖	114
圖 5.8 第七題答題情況百分比立體圓形圖	115
圖 5.9 第八題答題情況百分比立體圓形圖	115
圖 5.10 第九題答題情況百分比立體圓形圖	116
圖 5.11 第十題答題情況百分比立體圓形圖	116
圖 5.12 調查項目一之滿意度百分比立體圓形圖	118
圖 5.13 調查項目二之滿意度百分比立體圓形圖	118
圖 5.14 調查項目三之滿意度百分比立體圓形圖	119
圖 5.15 調查項目四之滿意度百分比立體圓形圖	119
圖 5.16 調查項目五之滿意度百分比立體圓形圖	120
圖 5.17 調查項目六之滿意度百分比立體圓形圖	120
圖 5.18 調查項目七之滿意度百分比立體圓形圖	121
圖 5.19 調查項目八之滿意度百分比立體圓形圖	121
圖 5.20 調查項目九之滿意度百分比立體圓形圖	122
圖 5.21 調查項目十之滿意度百分比立體圓形圖	122
圖 5.22 調查項目十一之滿意度百分比立體圓形圖	123
圖 5.23 調查項目十二之滿意度百分比立體圓形圖	123

圖 5.24 調查項目十三之滿意度百分比立體圓形圖.....	124
圖 5.25 調查項目十四之滿意度百分比立體圓形圖.....	124
圖 5.26 調查項目十五之滿意度百分比立體圓形圖.....	125
圖 5.27 調查項目十六之滿意度百分比立體圓形圖.....	125

表目錄

表 3.1 個人電腦基本與建議配備	52
表 4.1 本教學系統課程分類表	89
表 4.2 十四處邊坡案例說明表	91
表 4.2.1 北安路 501 巷雞南山邊坡整治工程	93
表 4.2.2 台 110 縣道 32K+700 段納莉颱風崩塌地修復工程	95
表 4.2.3 省台三線 80.2K 附近打樁編柵邊坡修復工程	97
表 4.2.4 木柵路五段西側擋土牆植栽工程	99
表 4.2.5 茄苳景觀大道 3K 附近景觀式重力擋土牆	100
表 4.2.6 茄苳景觀大道 4K 處格框客土袋植生	101
表 4.2.7 茄苳景觀大道附近公路邊坡	102
表 4.2.8 苗 61 線打樁編柵工法	103
表 4.2.9 苗 58 線石籠護坡	104
表 4.2.10 台 149 縣道 18K 附近掛網噴植法邊坡整治	105
表 4.2.11 台 149 乙線 6K+250~500 打樁編柵植生工程	106
表 4.2.12 台 149 甲線 36.1K 附近石籠護坡	107
表 4.2.13 台 149 甲線 44.5K 附近石籠護坡	108
表 4.2.14 嘉義梅山 149 甲縣道 54.5K 附近砌石擋土牆	109
表 5.1 試題測驗分數原始統計表	110
表 5.2 各題答題情況統計表	111
表 5.3 16 項滿意度調查項目原始回傳統計結果	117
表 A 公路編號標誌與分類	138
表 B 問卷調查表	144

第一章 緒論

1.1 研究背景

早期於電腦科技及資訊傳播技術尚未發達前，課程教學方式多半是老師以口述及配合利用黑板與粉筆等傳統教學方式，將知識傳授給學生。而學生們必須在學校教室盯著黑板，聆聽老師傳授課業。可是，部分因某些原因而無法到校上課的學生因沒有聽到課，課業就可能趕不上進度；有時候是某課程性質比較艱深或枯燥乏味，以致傳統的教導方式無法引起學生的學習興趣，連帶影響了學習效果。

故隨著電腦網路科技進步，網路多媒體教學已可以改善這些問題。藉由電腦軟硬體的應用，不但可以將教材設計得更活潑化，使學生產生學習興趣，增加學習效果，更可以將課程教材放置於網路上，不管何時何地，只要有電腦及網路都可以聽課學習。

由於近年來生態環境保育意識抬頭，土木工程在發展過程中亦逐漸導入生態保育的概念，所建造的結構物除了需考量安全以外，更要有「生態保育」的觀念，因而有了「生態工法」一詞。將原屬自然的東西回歸自然，以減低對自然界的傷害。

1.2 研究動機與目的

近年來，生態工法的應用相當盛行。政府也正積極推動中。在這種情形下，利用網路多媒體方式，將生態工法的定義與精神、生態工法的工法種類、以及利用生態工法施作完成的公路邊坡案例等製成教材後，發佈於網路上，以供學習者參考，應有助於使學習者了解生態工法的真正精神。

另外，在網路上設置學習成效問卷，可瞭解學習者對本網路教學教材的編製使用情況與滿意度；另外，本研究亦編製試題測驗，以了解使用者的學習成果，希望能夠達到網路互動學習的目標，並可作為網路多媒體教材補充改進之依據。

1.3 研究內容

本文研究內容是以公路邊坡生態工法為研究主題，共選取台灣中、北部地區之 9 條公路及 1 條一般道路上之十四處邊坡作為案例介紹對象。並以 Flash MX 2004、Dreamweaver MX 2004 以及其他輔助軟硬體，製作出網路化互動式多媒體教學教材。

1.4 研究方法

1. 案例蒐集與現場造訪

本研究共蒐集台灣中、北部地區之 9 條公路及 1 條一般道路上之

十四處邊坡案例，各案例均親自走訪現場作數位影像記錄，再經過數位影像之篩選、編輯及美工等，以作為多媒體教材之編輯材料。

2. 文獻蒐集與探討

關於文獻資料之蒐集，係先於生態工法官方網站、及全台各公路工程單位之網站尋找資料；此外，亦參加各大學院校及學術單位所主辦之生態工法研討會等，蒐集最近之相關研究成果；圖書館中之書籍期刊等，亦可作為重要的文獻資料之來源。基於此，擬定教材編輯題材及建立本研究之理論基礎。

3. 軟體學習與應用

本文作者需學習使用 Flash MX 2004、Dreamweaver MX 2004 及其他各種輔助設計軟體，並需融會貫通各軟體之優缺點，以製作出最合用之多媒體教學教材。

4. 成果驗收

將問卷回覆與測驗題的測驗結果作歸納整理，以瞭解本教材之教學成效，並據以時改進部分缺失。圖 1.1 是本論文的研究流程。

1.5 本論文組織架構

第一章為「緒論」，其內容為本研究的研究背景、研究動機與目的、研究內容、研究方法及本論文組織內容等。

第二章為「文獻回顧」，其內容為介紹網路互動式多媒體教學的定義與特點、沿革、種類、現況以及生態工法的涵義、應用範疇、發展沿革與現況、生態工法概論、公路邊坡生態工法之內涵、公路的編號與分類等。

第三章為「網路化互動式多媒體教學環境製作」，其內容為多媒體製作的目的、編輯前準備工作、與編輯軟體的簡介。

第四章為「公路邊坡生態工法之網路互動式教學系統」，本章內容說明本教材的應用範圍、教材編輯的流程、教學系統環境導覽、網上問卷調查方式、網路上試題測驗項目、參考文獻等及其相關之動畫製作成果。

第五章為「問卷結果的分析與檢討」，其內容為說明本教學系統問卷內容，以及問卷回傳後，作問卷統計結果之分析與檢討。

第六章為「結論與建議」，其內容為說明本論文的研究成果及後續研究的延伸方向。

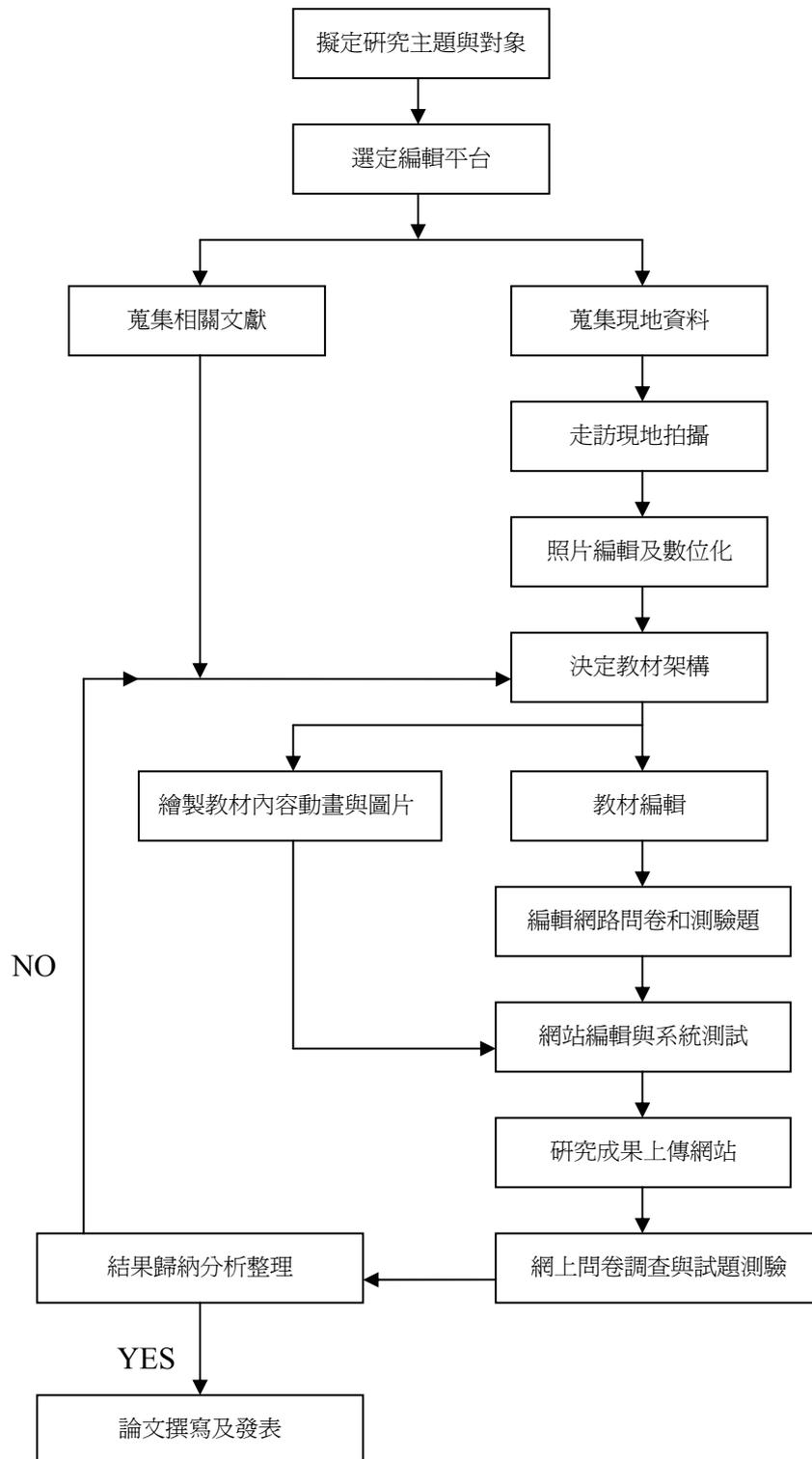


圖 1.1 本論文研究流程

第二章 文獻回顧

2.1 前言

本章內容為文獻的回顧，在本章第二節中首先敘述多媒體的定義與特點，而第三節部分則敘述多媒體遠距教學系統的發展與現況。另外，本章第四節將介紹生態工法概論，包含定義、設計原則、內涵、發展歷程、成功要件與檢討等項目，第五節為公路邊坡生態工法之內涵，第六節是生態工法工法介紹，第七節為公路的編號與分類，最後是本章之結語。

2.2 多媒體教學之定義與特點

多媒體(Multimedia)是指色彩、文字、圖形、影像以及聲音等多種資訊媒體的綜合表現和傳播方式。多媒體技術是以電腦技術為核心，將多種資訊進行處理的一種技術。多媒體技術與其他媒體相比，擁有交互性強、傳輸訊息量大、速度快、使用便利和多重感官刺激等的優勢。將多媒體技術應用於教學，可使教學更具有直觀、交互、集成、可控制、及可編輯性等特點。

2.2.1 教學媒體之種類

教學媒體主要是應用於教與學之過程中承載各類教學資源的實物載體、及傳遞和呈現教學資訊的載體。中國的中央廣播電視大學將教學媒體分為傳統媒體和現代媒體，其分類方法如下：

1. 傳統媒體

- (1) 印刷媒體：指各類教學資源的印刷產品。
- (2) 視聽媒體：又稱作電教媒體，主要指廣播、電視等教學媒體。
- (3) 其他：黑板、投影機、幻燈片等。

2. 現代媒體

- (1) 電腦媒體：包含電腦輔助教學、電腦輔助學習。
- (2) 網路媒體：指各種類型的電子通訊、資料傳輸，也包括各種類型的電腦網路。
- (3) 其他：混合媒體，如衛星電視、電話及網路三種媒體混合應用之結果。

而本研究屬於電腦媒體和網路媒體之結合。

2.2.2 多媒體教學的系統架構

多媒體教學的系統架構，是以課程為單元組織。其課程建設資源包括媒體素材庫(含文本、圖形/圖像、音頻、視頻、動畫等)、案例庫、試題庫、課件庫和網路課程庫的集合體等，網路上的資源庫和網路多

媒體教學平台應有一體化的設計思想。關於網路多媒體系統架構如圖

2.1 所示。

2.2.3 多媒體對學習者的貢獻

媒體對學習者的貢獻有下列八點 (Jerrold *et al.* 1989 , 謝瑜萱 2004) :

1. 內容選擇與組織可更精緻

於計畫製作一套教學媒體前，在檢視選擇教學媒體時，教師必須事先對內容給予詳細的思考。

2. 教學實施可更標準化

每個教師在不同情境下對同樣教材內容可能有不盡相同的說明。然而，使用教學媒體可減低不同情境下的差別，因為教學媒體內涵蓋標準化的訊息。

3. 教學可更有趣

媒體的特徵之一是能夠引起學習者注意並保持敏銳的學習狀態，如將比較艱深或是抽象的科目或課程多媒體化，以繁化簡，可大大提升學習者學習興趣及學習效果。

4. 藉適當學習理論的應用可更具互動性

經過良好的設計，教學媒體內容的組織與呈現可以導致更好的教

學，藉由教材之互動性設計，學習會變得更有興趣。

5. 減少需求的學習時間

相對於傳統教學，大部分的多媒體教材均呈現以較短的時間來傳遞訊息。但是在這較短的時間裡，有大量的訊息傳達給學習者，並被順利吸收。

6. 提高學習品質

只要能將圖像、聲音、文字等媒體加以妥善組合，教學媒體可以將知識有調理的傳播給學習對象。

7. 教學可以依需要隨時進行

如果教學媒體是為了個別學習而設計，那麼學習者可以依個人需求而不受時間與地點的限制來進行學習。

8. 個人可加強學習過程與內涵的正面態度

學習者若能感受到媒體學習的樂趣與滿足，並給予正面的評價，則可加強學習效益。

2.3 多媒體遠距教學系統的發展與現況

2.3.1 簡述國內外網路多媒體教學之沿革

網際網路發展以後，結合網際網路應用的數位化教學也成為一種趨勢。而且，網路教學的發展始於遠距教學，與傳播媒體密不可分。

1833 年「瑞典最早利用報紙媒體的廣告欄提供學習者寫作練習。隨著電訊傳播科技的進步，廣播、電視融入生活中，遠距教學緊緊抓住傳播媒體特性，將教學與媒體結合。」；1934 年「愛荷華州立大學首先使用電視製作教學課程」；時至 1996 年「已發展四百種對外播放的教育課程。」；1970 年代「英國開放大學實施遠距教學並有效的整合教學媒介，成績斐然，各國風起雲湧效仿之。(施大偉等人，2003)」；1960 至 1980 年代「伊利諾大學率先利用電腦播放教學畫面，開啟了電腦輔助教學發展時期。同時期，源於美國國防部的網路建設也由於它的便利性，擴展成無遠弗屆的全球資訊網。」；90 年代「電腦的普及與網際網路的蓬勃發展，將傳播與遠距教學推向網路與多媒體結合之新紀元。」(遠距教學國際學術研討會論文集 2)

在國內方面自 1994 年「成立國家資訊通信基礎建設(NII)推動小組專案，規劃高速網路、應用實驗平台及三套遠距教學(Distance Teaching)實驗系統」；1997 年「實施為期四年的『遠距教學中程發展計畫』」；2001 年「頒布『專科以上學校實施遠距教學作業規範』」。網路教學(E-learning, Network Teaching)逐漸成為各校發展之重點工作(遠距教學國際學術研討會論文集 2)。

2.3.2 台灣地區網路多媒體教學現況

台灣地區有不少大學院校建立起數位教學系統，例如：

- (1)元智大學－「台灣古典漢詩多媒體網路教學系統」，將唐詩宋詞等一些古典文學建立成全文資料庫，提供學習者自我學習的功能。
- (2)大葉大學－「多媒體網路教學系統」，可協助師生依各課程撰寫不同的腳本，角色扮演、拍攝影片、幕後非線性剪輯、製作多媒體動畫網頁，乃至影片的完成。其中，多媒體動畫網頁的製作是使用 Macromedia 公司出版的 Flash 與 Dreamweaver 軟體進行開發。
- (3)其他大學院校，如世新大學「遠距離教學系統」；台灣師範大學洪志明教授指導的「電腦動畫融入教學對國中生電話學學習成就影響之研究」；(4)高雄師範大學傅昭銘教授的「使用網際網路動態媒體對提升高中物理學習興趣之探討－以幾何光學單元教學為例」；(5)暨南大學黃國禎教授「智慧型個人化網路學習、測驗與診斷服務平台之研究」整合型計畫，及(6)交通大學曾憲雄教授「智慧型多媒體學習內容管理系統之研製、應用與評估」等等皆是（遠距教學國際學術研討會論文集 2）。

2.3.3 電腦網路與多媒體遠距教學的結合

利用電腦網際網路和遠距教學所形成的教學環境特性如下(鄭建良 1995, 謝瑜萱 2004)：

1. 學習途徑開放化

建立多種的傳播管道，可提高學習的開放性。

2. 學習方式多樣化

透過多媒體及互動式學習，可增進學習效果。

3. 資訊流通全球化

無線播送與有線傳輸結合，由區域學習網路發展為全球資訊體系，加速知識的流通與取用。

4. 學習進度個別化

由傳播及網路系統形成學習資料庫，或電子資訊網(Electronic Information Network)，學習者可依教材結構或個人需求彈性學習，達到個別學習的理想。

5. 教學對象普遍化

教學對象多元及普及化，學習者數量可以更眾多。

6. 學習空間普遍化

學習者散佈於各地區，不受空間的限制。

7. 學習時間即時化

學習者可掌握適合自己的學習時間，不受時間的限制。

2.4 生態工法概論

2.4.1 何謂生態工法

為了保持某地區的生態環境之完整，及維持該區域生物的多樣性，於該地區建造結構物或施建公共設施時，除了應考慮結構物的安全性以外，並需考慮現地生態與景觀。盡量以自然的材料取代混凝土，並尊重當地自然條件，在不違背安全考量下，使人工設施與環境生態不致相互衝突。依此所發展出來的工程方法可稱之為「生態工法」。

2.4.2 生態工法結構物設計原則

1. 表面粗糙化

傳統工法主要是以混凝土施作，致邊坡少有生物的棲息空間。表面粗糙化可使邊坡獲得多孔隙的優點，能讓植物或小型動物有生存的空間，而達到生態的多樣性。

2. 坡度平緩化

邊坡坡度平緩可以增加邊坡的穩定性，邊坡植生亦較為容易。

3. 材質自然化

利用自然的材料(如砌石、邊坡植生等等)施作，可以使結構物與自然環境協調，並提供生物的生存空間。

4. 施工經濟化

任何工程應以經濟化為原則，生態工程亦不例外。生態工程應以安全為基礎，減少破壞自然生態，朝向施工經濟化的目標(邱明源，2002)。

2.4.3 生態工法的內涵

1. 學術研究之定義

(1) 廣義內涵

以天然資材為主要材料，以融合周邊地形自然景觀，減少生態環境的衝擊為設計理念，構築可供動植物棲息的空間與營造生物的多樣性，創造兼具防災及生態復育功能的工法(2004 台日治山防災與環境生態研討會)。

(2) 狹義內涵

對於環境中各種自然生態與生物棲地的尊重，所作的環境保存、維護、永續利用、復舊及改良工程，包含以生物與非生物材料之最適當應用，以達到工程與環境之和諧性(2004 台日治山防災與環境生態研討會)。

2. 政府機關之定義

行政院公共工程委員會生態工法諮詢小組曾於 2002 年 8 月研擬生態工法之定義，其內容為：「基於對生態系統之深切認知與落實生物多樣性保育及永續發展，而採取以生態為基礎、安全為導向的工程方法，以減輕對自然環境所造成的傷害。」

2.4.4 生態工法的發展歷程

1. 國外—源自於歐洲德國與瑞士，推行已有數十年

1938 德國 Seifert 首先提出「近自然河溪整治」概念

1962 Odum 首度提出「生態工程(Ecological Engineering)」一詞

1971 Schlueter 提出「近自然治理 (Near Nature Control)」之目標

1989 Mitsch 與 Jorgensn 所撰寫的「生態工程 (Ecological Engineering)」一書發行

1992 科學期刊「Ecological Engineering」問世

1993 國際生態工法協會(International Ecological Engineering Society, IEES)於荷蘭成立

1994 美國 NAS(National Academy of Sciences)所主辦的生態工法研討會中對生態工法所作之定義，其內容為「自然環境融入人為環境以達永續生存之互利」

1995 於瑞典召開生態技術會議、美國生態協會於猶他州召開第一

次生態工法研討會，及在愛沙尼亞召開有關生態工法的座談會等等大型會議

1996 在丹麥首都哥本哈根召開生態高峰會議，將生態工法列入生態學新領域中

(洪維志等人 2003 及黃秋煌等人 2004，本論文整理)

2. 國內一推行僅有數年，只在起步階段

1998 生態工法正式引進國內

1999 舉辦水資源保育技術生態工法研討會

2000 成立生態工法推動小組

2001 成立生態工法諮詢小組，輔導中央及地方政府成立

2002 以生態工法相關議題為主題舉辦幾次大型研討會活動

2003 農委會與地方政府共同主辦生態工法博覽會

2004 積極推動生態工法國家型科技計畫

(2004 台日治山防災與環境生態研討會)

2.4.5 生態工法成功要件與檢討

行政院公共工程委員會副主委郭清江曾經提出生態工法成功要件如下：

1. 觀念及心態需作調整(尊重自然的心態工法)

2. 不需要做的不做，以減少資源之消耗
3. 需作整體性的系統考量
4. 對現有生態環境的認知
5. 讓生態系統能自我調適、自我設計
6. 將營建工程對生態之衝擊程度減少到最小
7. 研究造成安全問題之因子，從源點將因子去除
8. 因地制宜、就地取材

2.4.6 檢討

生態工法起源於歐洲，且在歐美及日本已有數十年的發展與推行經驗，但生態工法在台灣推動不過數年而已，只在起步階段。有許多迷思尚待破除，並需建立以下所示之正確觀念：

1. 生態工法並非是絕對安全的

世界上沒有一種構造物或是工法是絕對安全的、不會損壞的。再多麼完美的設計與施工，最後還是可能經不起大自然的考驗。因此，工程師務必要改變『工程萬能、人定勝天』的觀念，應該要順應自然，避開災害潛在高風險地區，才是上策。

2. 生態工法不是完全否定混凝土

混凝土並不是完全被否定的，而是採取減少使用的原則，混凝土也不是構築結構物的唯一材料。其實它還是增強結構物強度的最佳材

料，適時的利用它也可以達到安全與生態的目標。

3. 生態工法不是萬靈丹

生態工法絕非就是萬能的，在台灣也有許多失敗的案例，但這並不代表生態工法是不好的工法。工程人員應該利用『因地制宜、就地取材』的概念，視當地地質條件決定運用何種工法，以達到安全的目標。

2.5 公路邊坡生態工法

公路邊坡包括山區道路、一般道路及高速公路路堤等，而公路生態工法之內涵主要是擬達成道路邊坡之穩定、維護生態之多樣性、盡量採用當地之自然材料、以及需考慮邊坡的綠化美化。

2.5.1 道路邊坡處理原則

以下是行政院公共工程委員會所提出之處理原則(公路局 第二養工處)：

1. 最少的開挖及回填量。
2. 避開不穩定地質區域。
3. 避免以高填土路堤邊坡方式興建道路。
4. 避免破壞邊坡生態系統的連貫性及整體性。

5. 地區環境整體考量，避免在別處造成二次環境傷害。
6. 最少的混凝土，盡量採就地取材原則。
7. 將生態及景觀納入坡面及坡趾擋土設施考量。
8. 妥適處理邊坡排水問題，以強化邊坡，減少坡面整治。

2.5.2 邊坡植生工法設計原則

1. 一般性原則

(1) 安全性原則

道路是大眾運輸系統，植物的栽植是否構成安全上的顧慮，應於設計時予以研判。

(2) 經濟性原則

考量經濟性原則，即以最少之經費發揮最大效能。

(3) 整體性原則

道路規劃設計期間，應檢討線形，以地貌改變最小為原則，建構符合生態並與環境共生之道路建設。

2. 植生樹種之選定

(1) 植栽綠化的目的

綠化地點決定後，要考慮栽種樹種。因目的不同，所要栽種植物的種類亦異。

(2) 植栽樹種的適應性

部分樹種之適應性良好，在不同的環境下均能生長很好，如臺灣欒樹、臺灣二葉松等。

(3) 植栽樹種的體型

樹木的體型是指樹木生長發育到成熟階段時，整株樹的外貌輪廓。

(4) 植物本身的習性

如常綠潤葉樹為良好綠蔭樹種，部分樹根部隆起地面，形成所謂的板根。若植物之水平根系發達，種植於屋邊、路邊，或下水道邊等時，會破壞房屋基礎、路面與下水道。

2.6 生態工法之工法介紹

2.6.1 擋土工程工法

1. 加勁擋土牆(如圖 2.2)

(1) 施工原則

利用加勁材料，如：鋼片、鋼筋網、土工格網、土工織物等土工合成材埋置於土壤內，以提供邊坡內部穩定能力。

(2) 優缺點比較

優點：具柔性、無侵蝕問題、低建造費、施工步驟簡單及快速，具優

良的工作性，例如：工址不須有過多的前期準備工作。

缺點：(a) 土工合成材須注意抗紫外線保護。

(b) 其回填土以顆粒性土壤為佳；若採用黏土，則須特別注意排水設施。

(3) 適用範圍

本工法適用於坡度較陡之邊坡、施工場地較小、施工高度較高、邊坡高度大於 10 公尺的邊坡等。

(4) 生態配合度

土工合成物具網眼者，可噴植草種；且於施工時，層間種植具發根、發芽能力之活枝條，待植物成長，綠化效果佳，並可提供生物棲息空間。

2. 砌石擋土牆 (如圖 2.3)

(1) 施工原則

藉由堆砌石塊之摩擦力及砌石牆本身自重，以提供抵抗水平土壓力之阻抗能力。另外，砌石堆砌的方法方面，常用的堆砌方法有五圍砌(圖 2.4)、六圍砌(圖 2.5)、七圍砌(尚可使用)等，且石塊較長直徑部分須垂直於坡面(圖 2.6)。而錯誤的堆砌方法有四圍砌(圖 2.7)與八圍砌(圖 2.8)及橫砌(圖 2.9)、立砌(圖 2.10)與重疊砌(圖 2.11)等，且石塊較長直徑的部分不垂直於坡面(圖 2.12)等等錯誤的堆砌方法。

(2) 優缺點比較

優點：(a) 利用當地石材，可節省材料搬運等費用。

(b) 因牆高一般小於 3m，故使用 60cm 以下之石塊即可。(註：最大牆高可達 6m。)

缺點：由於是類似重力式擋土牆結構，因此為避免結構不穩定，牆身必須設置在堅固的基礎上。

(3) 適用範圍

本工法適用於陡坡及緩坡的坡趾保護，且工址附近有大量大塊石材可取用。

(4) 生態配合度

牆之材料及外觀具天然型態，石縫中利於動物與植物生存，極符合生態工法的精神。

3. 疊塊式模鑄面板擋土牆(如圖 2.13)

(1) 施工原則

使用加勁材穩定邊坡，牆面可以植栽或以造型變化加以美化。

(2) 優缺點比較

優點：(a) 施工迅速、且容易。

(b) 對於高度較高及高度較陡的邊坡有較高的適用性。

缺點：本工法是以多個疊塊堆疊而成，疊塊間介面可能會因後方土壓力推動而造成錯動，須注意疊塊間介面摩擦力之問題。

(3) 適用範圍

本工法適用於邊坡坡度大於 60° 且邊坡高於 5 公尺時之邊坡。

(4) 生態配合度

本工法雖非自然材料，但疊塊造型係為融合週遭視覺景觀而設計，且本工法與一般混凝土檔土牆相比，擁有了較多間隙的空間，植物有機會從空隙中伸長而出。

4. 石籠擋土牆(如圖 2.14)

(1) 施工原則

以鉛線或鍍鋅鋼線編成長方形空籠，並填入直徑 10~30cm 的卵石後，將石籠逐層堆疊而成之堆疊式擋土牆。

(2) 優缺點比較

優點：(a) 石籠牆可設之牆高較砌石牆為高，如欲增加石籠牆高度，於第一層石籠上再堆疊石籠。

(b) 具柔性與透水性佳。

缺點：(a) 為使石籠不易分離，須以鐵絲連結。因而常被批為不美觀，但於其上植生，可以改善此問題。

(b) 於沖刷嚴重及會造成石籠破損之虞處不適用。

(3) 適用範圍

本工法適用於陡坡、緩坡之坡趾、坡面保護及工址附近只有小尺寸石材無法建築砌石牆時，本工法為不錯的替代方法。

(4) 生態配合度

(a) 石籠牆為具有孔隙之結構物，因可種植發根植物於其內，可用以美化景觀。

(b) 石籠牆之縫隙中，可作為生物棲息之場所。

5. 格框擋土牆(如圖 2.15)

(1) 施工原則

由大量之小樑組合而成的盒狀構造物，內部填充土壤或石塊所構築而成之重力式擋土牆，設計分析上可採重力式擋土牆設計分析原則。

(2) 優缺點比較

優點：(a) 具柔性。

(b) 透水性佳，可適用於崩積土之護坡等。

缺點：(a) 木格框不適合用於水面線以下，尤其是在水面線高低落差的部分最易腐敗。

(b) 木框易老舊及生苔，在美觀方面大打折扣。

(c) 混凝土格框雖可改善木框的缺點但相較於木框，在環境配

合上較不協調。

(3) 適用範圍

適用於河岸邊坡或道路邊坡坡度過大時。

(4) 生態配合度

(a) 木格框較具有自然的感覺，較易與環境相配合。

(b) 無論是木框或混凝土框，均具有多孔隙的特性，可使動植物有生存空間。

2.6.2 植生工程工法

1. 鋼筋混凝土格樑植生(如圖 2.16)

(1) 施工原則

利用混凝土格樑配合支撐工以穩定邊坡，框內置客土袋，填沃土植草並可以砌卵石保護坡面。其施工步驟為(a)邊坡修坡完成後，進行放樣；(b)打設錨筋並綁紮鋼筋及組立模板；(c)澆注混凝土；(d)格框內填土植草。

(2) 優缺點比較

優點：(a) 混凝土品質較易控制且價格低。

(b) 框內可填沃土植草以增加美觀。

(c) 施工迅速。

缺點：(a) 不適用於崎嶇不平的坡面。

(b) 與自由型格樑相較施工較不具彈性。

(c) 不適用於高度大且較陡之邊坡。

(3) 適用範圍

本工法適用於坡面岩質風化程度較緩且有地下水、平整坡面者，不適合植生處為開挖面屬薄砂頁岩互層、逆向坡、層面傾角較小者。

(4) 生態配合度

本工法係以混凝土格框中的客土袋的植生草種作植物生長來源。而植物生長之後可以稍遮蓋混凝土格樑，其視覺景觀尚有加分效果。

2. 挖穴鋪網植生(如圖 2.17)

(1) 施工原則

藉鑽穴及坡面之客土及種子噴植以穩定邊坡以達到水土保持效果。其施工步驟是挖穴鑽孔且置入肥料、鋪設外包 PVC 之鋼線網，再將之錨筋固定，之後噴客土再鋪設稻草蓆。

(2) 優缺點比較

優點：(a) 配合植生綠化效果佳，利於景觀。

(b) 不須裝設洩水管。

(c) 成本低廉。

(d) 植生存活率高。

缺點：(a) 需鑽孔施肥，施工較複雜。

(b) 養護較費力費時，較不易發揮邊坡穩定效果。

(3) 適用範圍

適用於較緩且平整之岩坡、植物附著及生長困難處、或穩定之厚層砂岩與硬質土。

(4) 生態配合度

本工法係植物由所挖的生長穴中生長而出，因而存活率較高，配合植生綠化效果佳，景觀視覺上良好。

3. 鋪設植生草帶植生(如圖 2.18)

(1) 施工原則

植生草帶容易覆蓋，可防止雨水沖刷坡面，且施工迅速。其施工步驟為先作邊坡表面修整，夯實後鋪植生草帶，並以 U 型釘固定之。

(2) 優缺點比較

優點：(a) 施工迅速、單價低廉。

(b) 植生綠化覆蓋結果較佳。

(c) 可防止坡面風化與沖蝕。

缺點：(a) 較不易發揮邊坡穩定作用。

(b) 植生草帶容易脫落。

(c) 養護較費時。

(3) 適用範圍

適用於廣大面積填方植生、坡面狀況凹凸較少、地層硬度不大、欲保持原有開挖面、表層剝落情況輕微、較緩或填方邊坡等情況。

(4) 生態配合度

植物生長係於植生草帶上生長而出，植生綠化覆蓋結果較佳並可防止坡面風化與沖蝕。

4. 植生鋼網框格(如圖 2.19)

(1) 施工原則

本工法多用於原屬穩定邊坡且坡面植生不易時。又本工法配合植生，綠化效果佳，利於景觀。其施工步驟是先鑽孔後插入鋼筋，鋪鍍鋅菱形鋼網後客土植生，然後再鋪稻草蓆。

(2) 優缺點比較

優點：(a) 配合植生綠化效果佳，利於景觀。

(b) 不須裝設洩水管。

(c) 成本低廉。

缺點：(a) 養護較費時。

(b) 須購買專利才能應用。

(c) 不容易配合邊坡穩定施工。

(3) 適用範圍

適用於穩定之厚層砂岩、凹凸較少之坡面、岩層出露之坡面、欲保持原有開挖面、坡面風化嚴重及較緩且平整之邊坡，其坡度比(V:H)約為 1:1.5。

(4) 生態配合度

本工法的植物生長方式係藉由鋼網格框中的客土生長而出，植物長出後，其視景觀上有加分效果。

5. 掛網噴植工法(如圖 2.20)

(1) 施工原則

藉表層覆蓋穩定土配合植生，以達水土保持效果。網上可附加肥料包，以延長綠化效果。將立體網固定於坡面，再將植生基材拌合，利用高壓吹附機噴附於立體網上，厚度約 3~5cm。其施工步驟為邊坡修整後，掛尼龍網或鍍鋅鋼線網，並打設固定用錨筋，噴穩定土後鋪稻草蓆。

(2) 優缺點比較

優點：(a) 配合植生綠化效果佳，利於景觀。

(b) 不須裝設洩水孔。

(c) 施工迅速。

缺點：(a) 較不易發揮邊坡穩定作用。

(b) 養護較費時。

(c) 膠結作用差。

(3) 適用範圍

一般用於岩坡保護及崎嶇坡面和較陡岩坡。如坡度在 1:0.7(V:H)左右、開挖面屬薄砂頁岩互層者、逆向坡或層面傾角較小者、植物附著及生長困難處、凹凸較小且表層剝落或沖蝕較輕微者。

(4) 生態配合度

本工法係以植生基材利用高壓吹附機噴附於立體網上並配合植生綠化效果佳，於整個景觀視覺上相當良好。

6. 蜂巢式格框植生(如圖 2.21)

(1) 施工原則

本工法適用於穩定邊坡且坡面植生不易時，藉由不織布與蜂巢式格框客土植生。其施工步驟為先鑽孔打設錨筋再鋪設不織布與蜂巢式格框並將之固定，之後客土再鋪稻草蓆。

(2) 優缺點比較

優點：(a) 配合植生綠化效果佳，利於景觀。

(b) 不須裝設洩水管。

(c) 可防止坡面風化與沖蝕。

缺點：(a) 養護費時。

(b) 整體植生效果不佳。

(c) 較不易發揮邊坡穩定作用。

(3) 適用範圍

本工法適用於較緩的平整岩石邊坡、坡面凹凸情況較少、岩層出露之坡面與邊坡表面有嚴重風化者。

(4) 生態配合度

本工法的植物生長方式係藉由蜂巢式格框中的客土生長而出，植物長出後，其視景觀上有加分效果。

7. 打樁編柵工法(如圖 2.22)

(1) 施工原則

使用萌芽樁、木樁或其他材料製成的樁打入土中，並採用鐵絲網編織成柵，以穩定坡面。

(2) 優缺點比較

優點：於陡峭之崩塌地區，可配合進行打樁編柵以增其土壤穩定性。

缺點：對於有深層滑動面之邊坡不適用！

(3) 適用範圍

本工法適用於邊坡坡度小於 45° 及一般土壤挖填方坡面、崩積土及淺層崩塌坡面等。

(4) 生態配合度

- (a) 待枝條發芽後除具美觀效果外，也可提供額外的抗侵蝕力，且枝條選自適宜當地氣候及環境之植物種類，更易生長。
- (b) 可固定不穩定土石，造成有利於植物生長的環境。

2.7 公路的編號與分類

因本論文研究主題是公路邊坡生態工法的教學，在生態工法案例中有提到各條公路的編號(如省台 3 線 80K)，了解其意義為何。未來作現地造訪時，可依據公路編號以迅速達到目的地。故本節說明公路編號的一些基本原則，可讓學習者作參考之用。

2.7.1 公路的定義

「公路」的定義是指供公眾交通工具使用且在土地上所作之設施。公路與一般道路的不同在於它不僅指特定對象外(如：高速公路只適於四輪以上之車輛)，並且有一定的設計標準。道路的含義是比較廣泛的，凡供各種車輛或是行人通行之路，皆可稱為「道路」。而我國將「公路」定義為：凡國道、省道、縣道、鄉道等，均可稱為「公路」。(交通部公路總局)

2.7.2 公路編號的目的

公路編號的目的有二(交通部公路總局)：

1. 公路主管機關方便管理

對於公路資訊的傳輸或轉述必須以簡短明確為原則。例如：在豪雨期間山區道路如發生坍方時，常以公路編號與里程標示坍方位置，如此工程單位可以迅速處理，簡捷方便。如果路名冗長就容易造成誤解，並容易混淆及無法簡短正確描述坍方地點。所以，公路編號的目的是使公路主管機關或工程單位方便管理。

2. 用路人便於利用

公路建設乃為提供交通服務，所以一切的制度規定，均應以用路人之方便為前題，公路予以編號可以幫助用路人得以迅速、正確與安全的到達目的地。如果公路不予編號，則用路人選擇費時，且難以察知公路等級與方向，易造成錯誤的選擇。

2.7.3 交通部公路總局各級公路編號要點

公路邊號的原則要點與性質是由交通部公路總局所制定，其詳細內容將於附錄 A 中作詳細介紹。

2.8 結語

網路多媒體教學，不但可以將教材設計得更活潑化，使學生產生

學習興趣，增加學習效果；更可以將課程教材放置於網路上，不管何時何地，只要有電腦及網路都可以聽課學習。需善用網際網路傳輸之便利性，可造福學習者。

生態工法在台灣僅推行數年，仍然有很大的進步空間。可吸取他國長處，但不能照單全收。最重要的是必須要破除本章所述的三大迷思。如此一來，生態工法應用於道路工程或是河溪工程時，便兼具了安全、生態、景觀這三大重要原則。

在公路邊坡生態方面，因近年來環境保育意識抬頭，在邊坡擋土牆設計方面，需加入生態環境保育的概念，故在安全的考量下，慎選適合當地的工法，需要有「因地制宜、就地取材的觀念」。另外，道路是大眾運輸系統，植物的栽植是否構成安全上的顧慮，應於設計時予以研判，必須兼顧安全與視覺景觀上的原則。另外，公路的編號與里程的制定也是相當重要的一環，良好的公路編號與里程制定，可以幫助工程單位迅速找到工址位置，並有助於規劃施工機具進駐工址的路線。

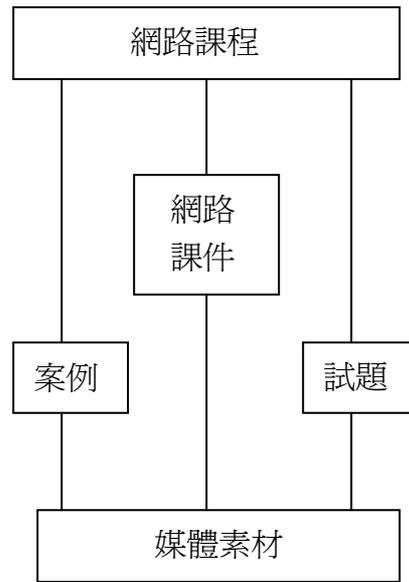


圖 2.1 網路多媒體系統架構



圖 2.2 台 110 縣道 32.7K 加勁擋土牆

(拍攝於 94.04 台北三峽)



圖 2.3 砌石擋土牆

(拍攝於 94.03 嘉義梅山)

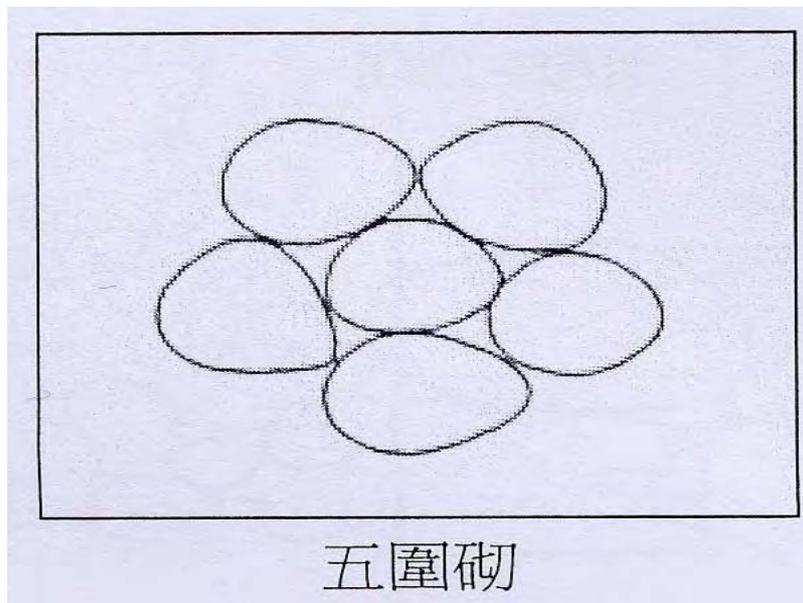
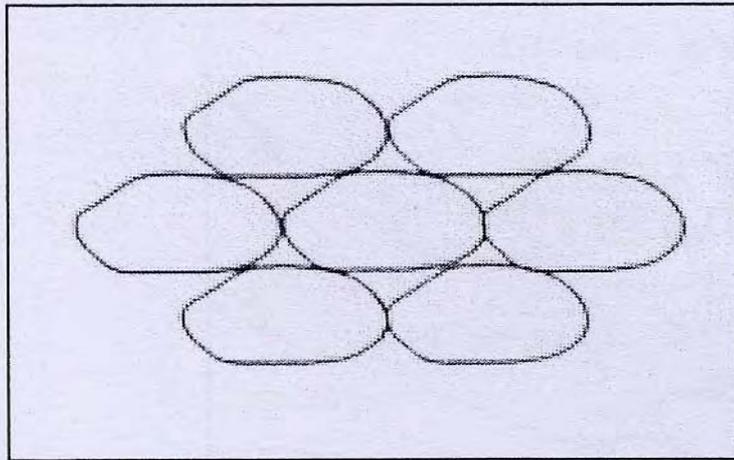


圖 2.4 五圍砌 (正確堆砌法)

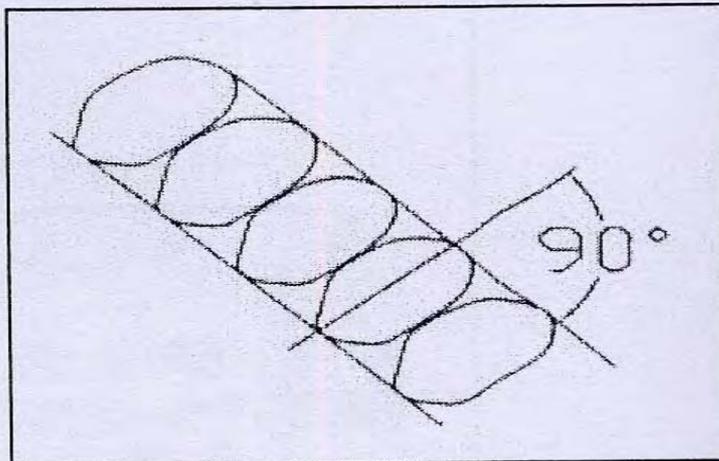
(2004 台日治山防災與環境生態研討會)



六圍砌

圖 2.5 六圍砌(正確堆砌法)

(2004 台日治山防災與環境生態研討會)



長徑垂直於坡面

圖 2.6 長徑垂直於坡面(正確堆砌法)

(2004 台日治山防災與環境生態研討會)

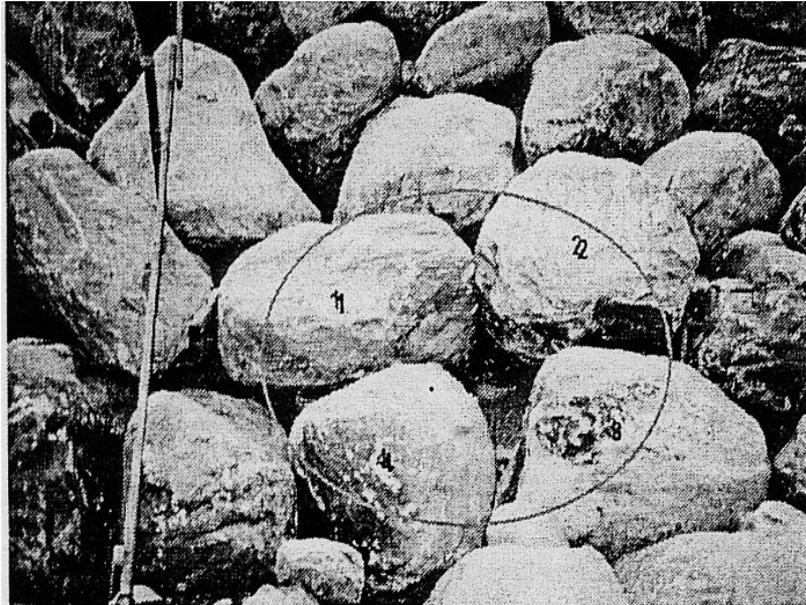


圖 2.7 四圍砌(錯誤堆砌法)

(2004 台日治山防災與環境生態研討會)

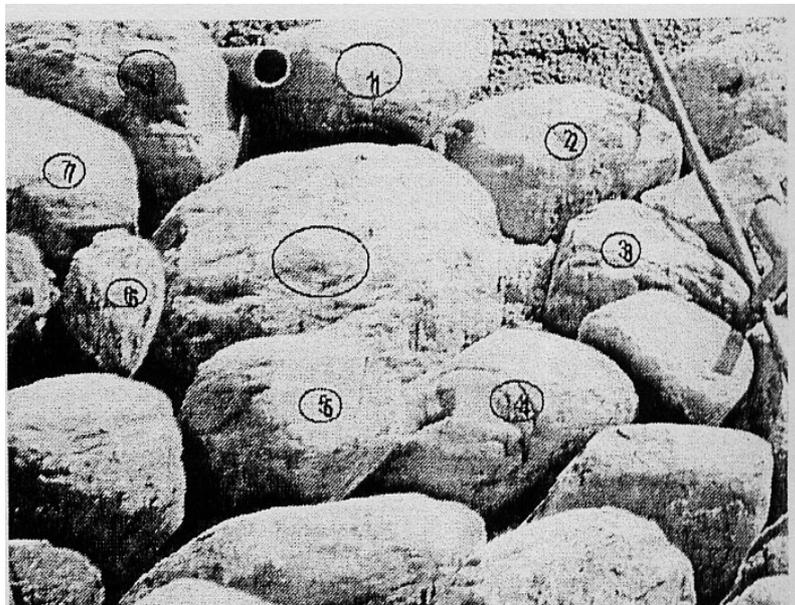


圖 2.8 八圍砌(錯誤堆砌法)

(2004 台日治山防災與環境生態研討會)

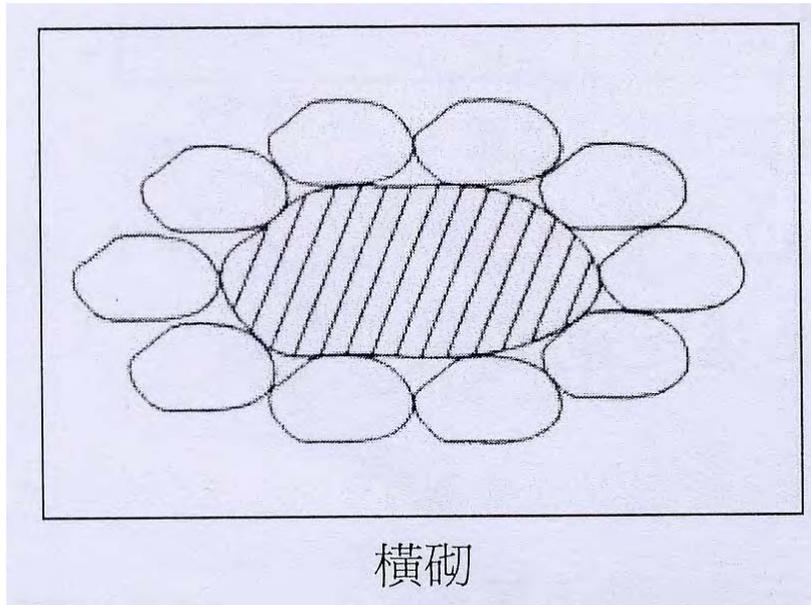


圖 2.9 橫砌(錯誤堆砌法)

(2004 台日治山防災與環境生態研討會)

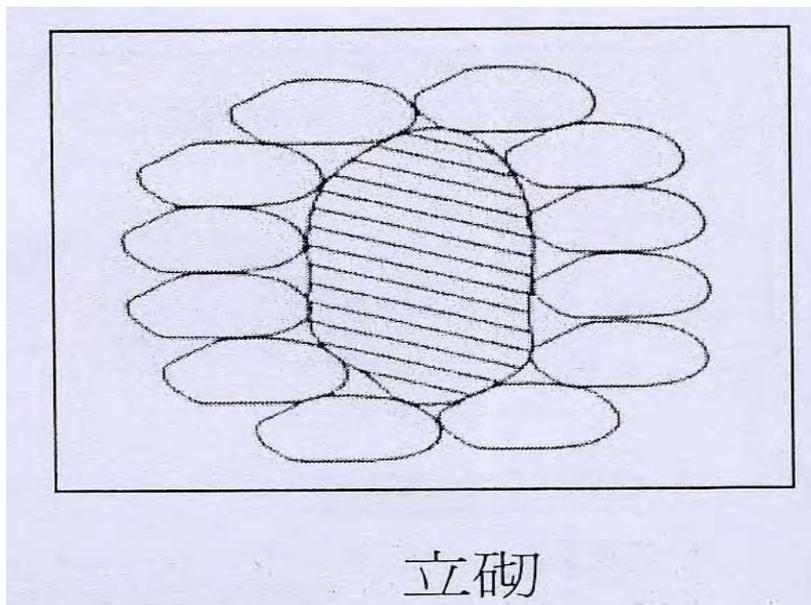


圖 2.10 立砌(錯誤堆砌法)

(2004 台日治山防災與環境生態研討會)

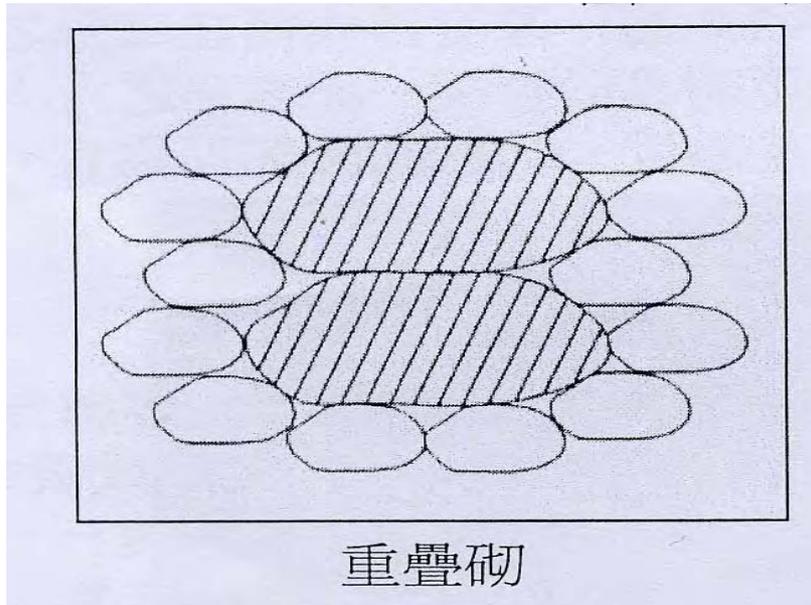


圖 2.11 重疊砌 (錯誤堆砌法)

(2004 台日治山防災與環境生態研討會)

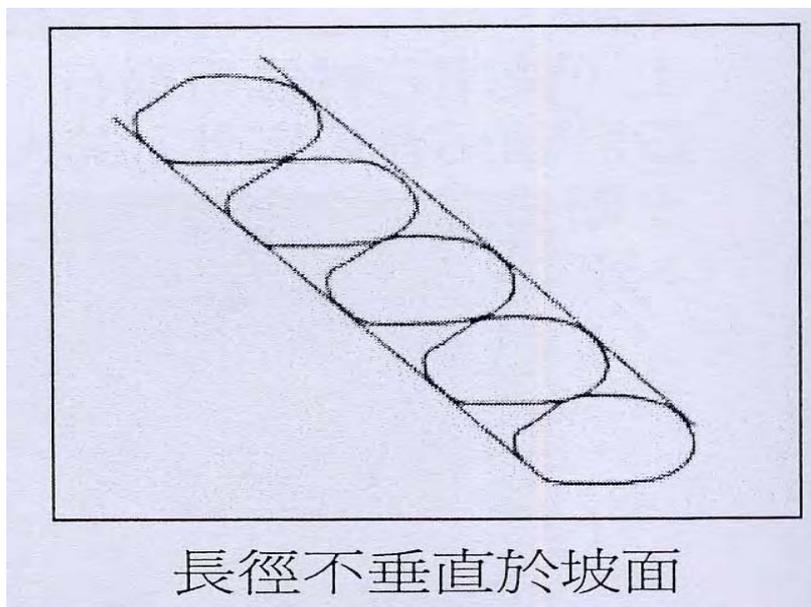


圖 2.12 長勁不垂直坡面(錯誤堆砌法)

(2004 台日治山防災與環境生態研討會)



圖 2.13 疊塊式模鑄面版擋土牆
(拍攝於 93.12 台北 北安路)



圖 2.14 石籠擋土牆
(拍攝於 94.03 雲林 古坑)



圖 2.15 混凝土格框擋土牆

(照片來源：公路局第二養工處)



圖 2.16 格框客土袋護坡

(拍攝於 93.12 台北 木柵)



圖 2.17 挖穴鋪網植生

(照片來源：公路局第二養工處)



圖 2.18 鋪設植生草帶植生

(照片來源：國道新建工程局)



圖 2.19 植生鋼網框格

(照片來源：公路局第二養工處)



圖 2.20 台 149 縣道 18K+340 噴穩定土植生邊坡

(拍攝於 94.03 南投 竹山)



圖 2.21 蜂巢式格框植生

(照片來源：國道新建工程局)



圖 2.22 打樁編柵工法

(拍攝於 93.07 苗栗 泰安)

第三章 網路化互動式多媒體教材製作環境

3.1 前言

關於教學教材的製作，首先是編輯教材所需資料之蒐集，之後是使用各種編輯軟體作為教材編輯工具。本章第二節為多媒體製作的目的，第三節為編輯前準備工作，第四節為編輯軟體簡介，最後是本章結語。

3.2 多媒體製作的目的

「多媒體製作」指的是將文字、圖形、語音、影像等過去呈現資訊的各式媒介加以整合的技術。它之所以能夠呈現，係依賴兩方面的因素：一是數位化資訊（Digital Data）處理技術的進步；二是電腦儲存媒介之容量的擴大。

多媒體的目的在於提供充分的溝通管理，適應學習者認知上之個別差異，並以最佳的呈現方式將教學內容表達出來；同時，教學策略經由多媒體教學，可提供不同的溝通管理，使學習者獲得最佳效果。

3.3 準備工作

3.3.1 軟硬體工具

- 個人電腦：其配備最基本需求如表 3.1。
- 數位相機與攝影機
- 編輯軟體

本研究所引用之主要編輯軟體包括：

1. Flash MX 2004
2. Dreamweaver MX 2004
3. PhotoImpact
4. Power Director
5. Sound Forge

3.3.2 其他

- 網路傳輸—作為網頁上傳、下載等之媒介
- 公路地圖—作為現地案例造訪的指南和依據

3.4 軟體介紹

1. FLASH MX 2004

本軟體是由Macromedia公司所開發的動畫編輯軟體，是以時間軸為基礎的軟體，其作業環境如圖3.1所示。它是本教學系統於編輯中之最主要的應用軟體，它的特性是檔案小、學習與編輯容易、及可在網路上傳輸，因而造就了近幾年之流行風潮。FLASH軟體所完成之

多媒體教材也可以製作成網頁、多媒體光碟等，還具有可以搭配資料庫的應用等功能。

使用本軟體製作動畫影片時，可依循一般工作流程，有條不紊的順利完成影片創作。但此軟體尚待改進的地方在於設計面板過多以及啟動時間過長等。

2. Dreamweaver MX 2004

本軟體亦是Macromedia公司所開發的網頁編輯軟體。此軟體是用來設計、撰寫和開發網站、網頁及網路應用程式的專業HTML編輯器，其人性化之設計元素，可快速完成幾近所有的網路應用技術之編輯。其作業環境如圖3.2所示。

3. PhotoImpact

這是數位照片編輯軟體，可將數位照片編輯成所要的情況。利用視覺縮圖的方式，可快速編輯影像。其作業環境如圖3.3所示。

4. PowerDirector

威力導演(PowerDirector)是一套簡單易學、但功能強大的影片編修軟體，係由訊連科技公司所開發完成，約四個月前該公司才推出威力導演第四版。第四版最令人印象深刻的是影片雜訊的去除功能、以及影片配樂功能，使用者可以在很短的時間內完成影片之編輯。

然而，所有高水準的藝術作品除了要有創意以外，不可避免的，一定都要投入相當多的時間，才能完成精緻感人的作品，影片之創作亦不例外。根據影片創作專家的說法，從影片拍攝至影片剪輯配樂等工作的完成，約需花費所完成影片長度的兩百倍時間，也就是說，若欲完成 5 分鐘的影片，約需耗費 1,000 分鐘的時間！第三版的威力導演之作業環境如圖 3.4 所示。

5. Sound Forge

要編輯動畫教材，音樂這部分是為重要一環。有此一說：「音樂或音效是影片的靈魂」。Sound Forge 軟體可用以編輯音樂或音效，以作為動畫之配樂或音效。本軟體可以將音樂作淡出、淡入等特效，並可以作音樂的剪輯，操作方式與一般文件的剪下、複製、貼上相同，既簡單又方便。通常所錄製的聲音或音樂都需作適當之剪輯及特效處理後，方能使用。最常使用的特效就是淡入淡出，其作業環境如圖 3.5 所示。

3.5 結語

工欲善其事，必先利其器。在教材系統編輯以前，務必先要將編輯工具準備齊全，之後再進一步熟悉並瞭解各樣工具的特性，才能提升教材編輯或製作的效率。

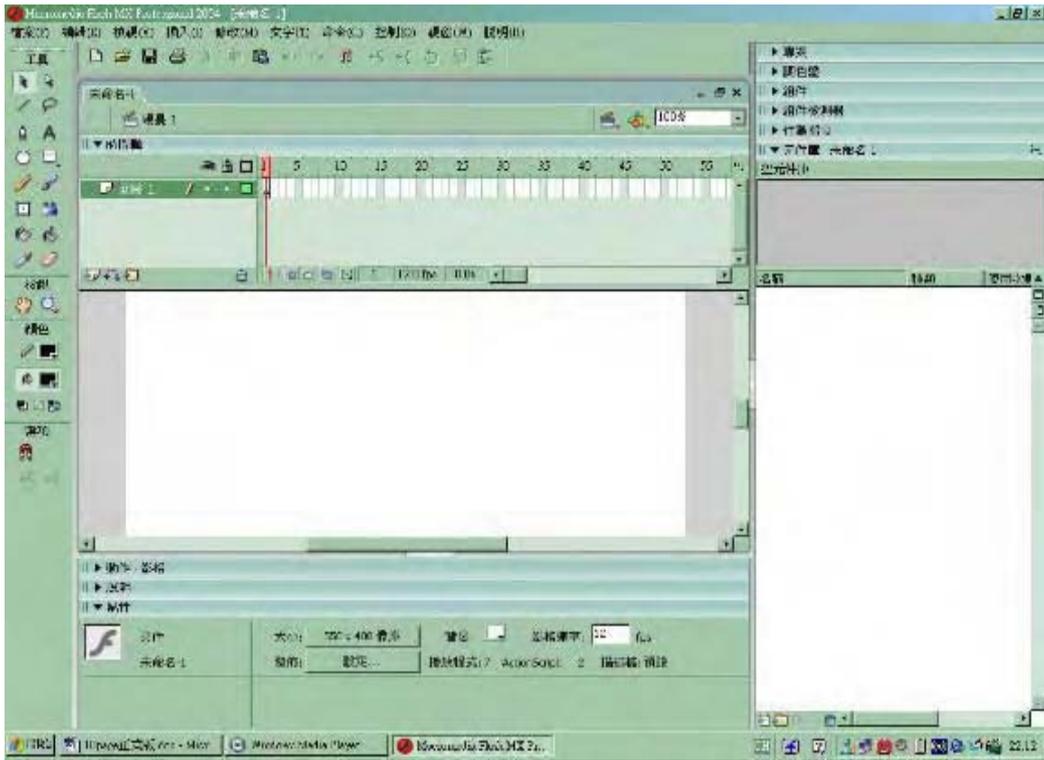


圖 3.1 Flash MX 2004 作業環境

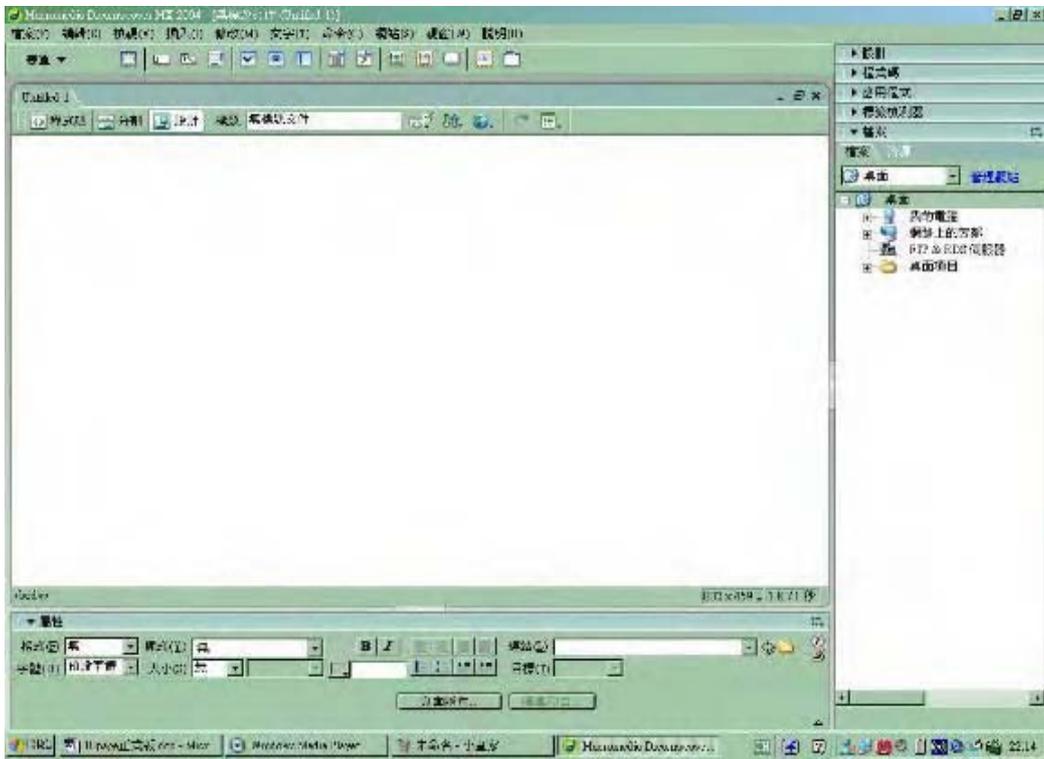


圖 3.2 Dreamweaver MX 2004 作業環境

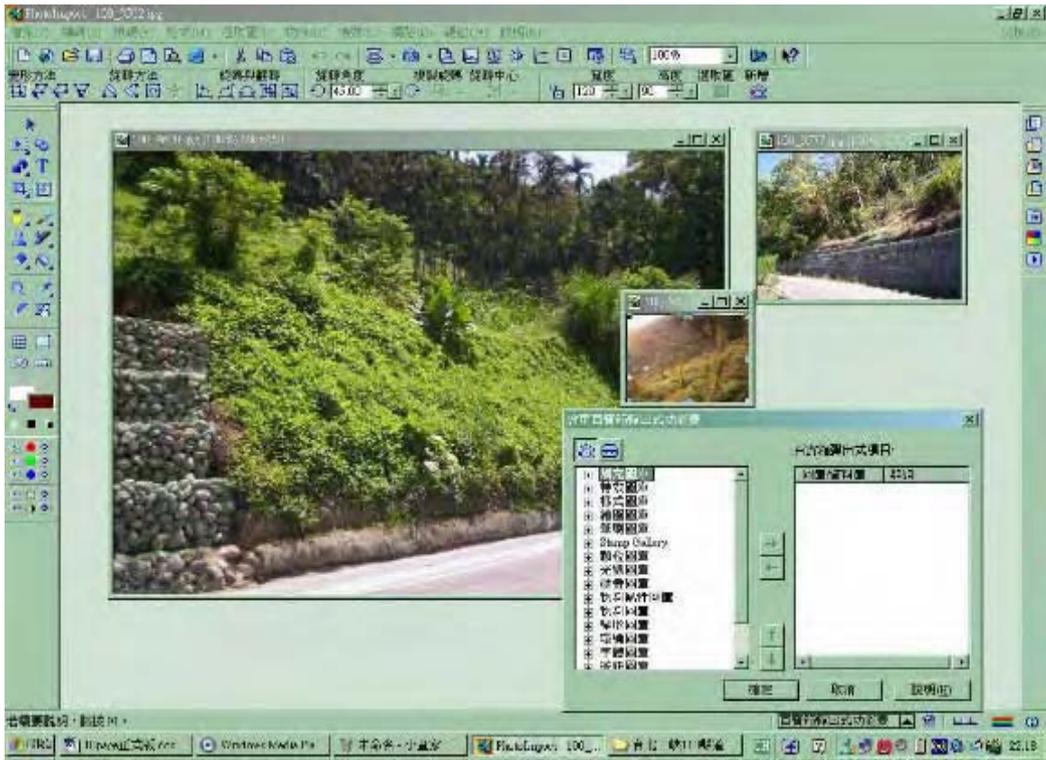


圖3.3 PhotoImpact 作業環境

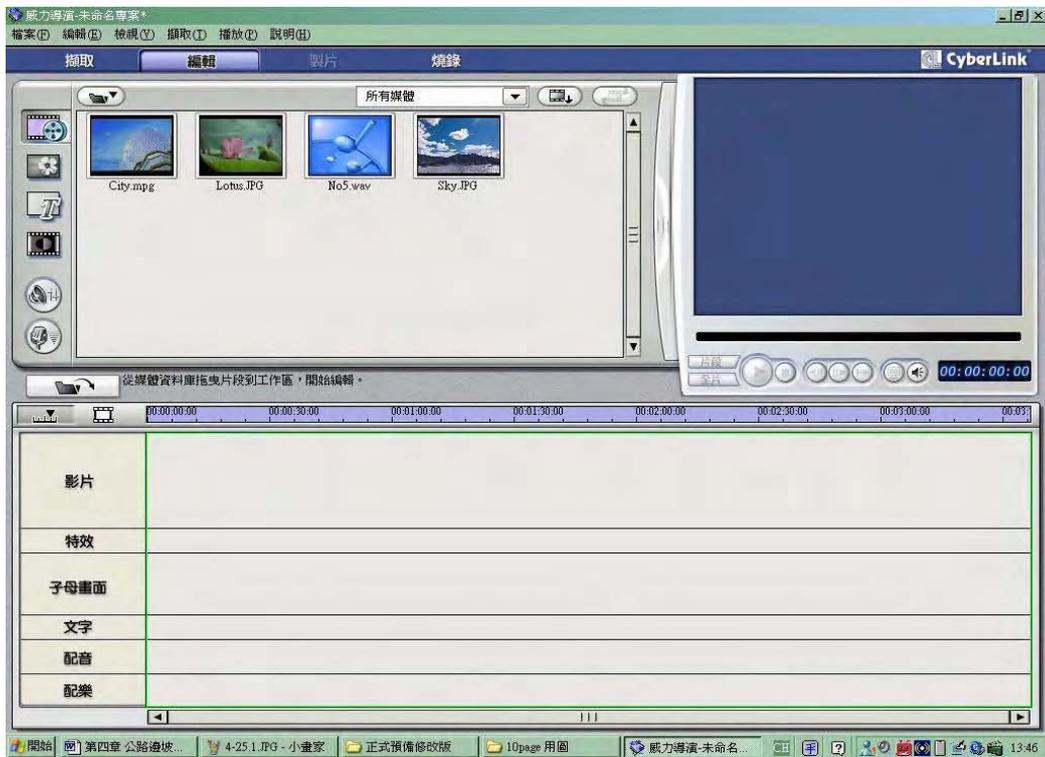


圖3.4 PowerDirector 作業環境



圖3.5 Sound Forge作業環境

表3.1 個人電腦基本配備

配備需求	基本配備
作業系統	Win98 SE 以上
CPU	PIII 600MHz 等級以上之中央處理器
記憶體	128MB 以上記憶體
硬碟空間	190MB 以上空間
顯示器	256 色，1024 × 768 像素顯示器
繪圖周邊	光碟機及繪圖數位板

第四章 公路邊坡生態工法之網路互動式多媒體教學系統

4.1 前言

「教學」就是要循序漸進，故建立教學系統時要先勾勒出系統架構，此一方式可幫助設計者提升教材建構的效率，對於學習者而言，更可以提升學習成效。由此可見，教材製作的架構是相當重要的。本單元是擬說明本教學系統的架構，本章第二節說明本教材的應用範圍，第三節是教材編輯的流程，第四節為課程的教學系統環境導覽，第五節為網路上試題測驗介紹，第六節為網上問卷調查說明，第七節為參考文獻動畫製作，最後是本章結語。

4.2 本教材應用範圍

1. 使用對象

本教材適用對象為對邊坡工程有初步概念或認知之一般大眾(含非土木相關科系的大學生與研究生)，以及有修習過土木工程相關學科的學生。

2. 學習主題

本研究以公路邊坡生態工法為主題，共選擇台灣中、北部地區9條公路及1條一般道路上共14處邊坡案例加以介紹。希能藉此數位化

教材之建構，讓學習者了解生態工法之概念、基本精神、及生態工法之設計原則等等。

4.3 教材編輯流程

網路化互動式多媒體教學教材的建構，包括資料分析、腳本撰寫、場景編輯、動畫製作、組織架構設定、效果與指令設定、影片測試、內容勘誤、網路問卷、網頁製作、測驗題設置、與測驗結果分析等步驟。如網路問卷結果不佳，影片測試與內容有誤，則需回到場景編輯階段繼續做修改，直到滿意為止，如圖 4.1 所示。

4.4 教學系統環境導覽

4.4.1 首頁

啟動 IE 瀏覽器，輸入網址：<http://www.cc.chu.edu.tw/~m9204030/>之後，即可進入本教學系統的首頁，如圖 4.2 所示。在主頁框部分是標題小動畫與照片瀏覽器。本照片瀏覽器是以 Flash 製作，並採用百葉窗的方式串場，其呈現方法如圖 4.3(a)-(c)。如圖 4.4 所示，第一張圖片內容是說明生態工程的範疇；而第二張圖片之內容為生態工法與環境破壞之關聯性說明，如圖 4.5 所示。之後的第 3 張到第 16 張照片是所選擇之十四處邊坡案例的現地照片。照片瀏覽器下方為背景音樂

撥放器。

在首頁的課程清單部分共列出九大項目，內容分別為：生態工法概論、生態工法介紹、加勁擋土牆設計分析簡介、工程斷面圖、生態工法案例介紹、邊坡植生植物介紹、影音視訊、網路問卷與試題測驗、以及參考文獻等。

在課程內容方面，本教學系統的課程分為主要課程教學、課外補充教學及課後成果驗收等三大部分。在主要課程教學內容部分，包含生態工法概論、生態工法介紹、加勁擋土牆設計分析簡介、工程斷面圖、生態工法案例介紹等；而課外補充內容部分則包括邊坡植生植物介紹、影音視訊等。表 4.1 是本教學系統課程分類表。

4.4.2 課程內容說明－生態工法概論

課程編號：A

1. 內容

本課程包含何謂生態工法、生態工法發展歷程、道路邊坡生態工法的內涵與原則、及生態工法成功要件與檢討等四項主題，如圖 4.6 所示。

2. 編輯背景描述

動畫開始時是有個老師在黑板寫出此四項主題，再以選按瓢蟲按鈕方式進入此四項主題個別的詳細內容。其中在生態工法發展歷程方面，擊點此項按鈕後就會在黑板前出現鴨子工讀生將電視拉出，並顯示該項目的詳細內容，如圖 4.7 所示。點選電視的「上一幕」或「下一幕」按鈕就會顯示所安排之畫面內容，如圖 4.7(a)所示。如果按下「跳出」按鈕，就會顯示如圖 4.7(b)的畫面，按下「REPLAY」按鈕則重新撥放本動畫片段，而按下黑板上的字即會跳到主選單畫面。

4.4.3 課程內容說明－生態工法介紹

課程編號：B

1. 內容

此部分是介紹一般公路邊坡治理常用的工程方法，吾人將之歸納為擋土工程工法與植生工程工法兩部分作說明，如圖 4.8 所示。

(1) 擋土工程工法

內容介紹包括：(a) 加勁擋土牆，(b) 砌石擋土牆，(c) 石籠擋土牆，(d) 格框擋土牆。

各項擋土牆的介紹包含：示意圖、施工原則、優劣點、適用範圍、生態配合度與現場案例照片等，如圖 4.9(a)-(d)所示。

(2) 植生工程工法

內容介紹包括：(a) 格框客土袋植生，(b) 挖穴鋪網植生，(c) 鋪設植生草袋植生，(d) 植生鋼網框格，(e) 掛網噴植法，(f) 蜂巢式格框植生，(g) 打樁編柵工法。

在各項擋土牆的介紹項目包含有：示意圖、施工原則、施工步驟、優劣點、適用範圍與現場案例照片等項目，如圖 4.10(a)-(d)所示。

2. 編輯背景描述

動畫開始時是顯示在一個生態圖書館內，學生正要尋找生態工程方面的書籍，找到之後在他的研究室開始閱讀，如圖 4.11 所示。而在他桌上有擋土工程工法及植生工程工法兩本書，選擇以後開始以滑鼠翻頁閱讀。而滑鼠翻頁方法如圖 4.12 (a)-(c)所示。如要看另一個選項內容，就點選書本左下方的跳出按鈕，即可回到如圖 4.8 的畫面。

4.4.4 課程內容說明—加勁擋土牆設計分析簡介

課程編號：C

1. 內容

此部分內容包含加勁擋土牆的簡介、設計分析所用到的各項參數解說、分析步驟與習題講解等部份。

2. 編輯背景描述

編輯背景描述部分是先進入一小段文字動畫，之後出現一本印有「加勁擋土牆－設計分析手冊」字樣的書，如圖 4.13(a)-(b)所示，並可以滑鼠翻頁閱讀。

4.4.5 課程內容說明－工程斷面圖

課程編號：D

此部份的內容是針對台北三峽110縣道32K+700段納莉颱風災害崩坍地修復工程，以及台3線省道80.2K附近納莉颱風災害崩坍地打樁編柵修復工程所繪製之工程斷面圖。前者的工程設計圖內容包含擋土牆的標準斷面圖、施工步驟示意圖、格網轉角及末端回包示意圖、圓型與扁型速排籠基本施工法、複合式加勁植生格網毯標準圖、複合式加勁植生格網剖面圖、複合式加勁植生格網毯施工圖等，如圖4.14所示。

而後者包含工址示意圖、掛網噴植草種及打樁編柵標準展開圖、崩塌面編柵植生工法示意圖、坡頂蝕溝施工斷面示意圖、陡溝平面圖及其斷面圖、乾式噴植草種示意圖、鋪網平面圖、及打樁編柵工法示意圖等，如圖4.15(a)所示。若以台3線省道80.2K附近納莉颱風災害崩坍地打樁編柵修復工程案例之陡溝平面圖選項為例，點選灰色松鼠後就會顯示如圖4.16的畫面。藉由本項課程之設計安排，可讓學習者獲得前人之工程設計經驗。

4.4.6 課程內容說明－生態工法案例介紹

課程編號：E

1. 內容

本單元介紹台灣中北部地區9條公路及1條一般道路上共十四處邊坡之案例資料，道路之詳細資料如表4.2所示。教材呈現盡量標準化，其內容包含工址位置及所屬公路等級、治理緣起、施工概述、目前現況、及案例照片等。

2. 編輯背景描述

動畫開始時會先進入文字動畫，並出現一張台灣地圖，選擇地區（包括台灣北部與中部）如圖4.17所示，點選以後就會出現該地區各個案例的按鈕，如圖4.18(a)-(b)所示，只要點選就可以呈現該案例的資料。茲以台北三峽案例為例加以說明，點選進入之後就會出現該案例所在的大略位置之畫面，如圖4.19所示，等待片刻就自動轉入選單畫面，如圖4.20所示。選單內容包含案例位址、治理緣起、施工概述、施工材料、案例照片及回主選單等選項，每個選項點選之後就會顯現該項的內容，如圖4.21所示。而在案例照片選項點選以後就進入照片說明部分，如圖4.22所示。使用者可以點選上一頁或下一頁的方式，選看您要觀看的照片。在某些照片的左上方有圖解的按

鈕，點選以後就會出現針對該照片的重點所作說明的畫面，如圖 4.23 所示。

4.4.7 課程內容說明－邊坡植生植物介紹

課程編號：F

1. 內容

本單元內容為一般邊坡植生所用的植物，以植物圖鑑的方式作介紹。植生植物在生態工法中是相當重要的一環，藉由此教材的學習就可以了解一般邊坡植生所用的植物為何。

2. 編輯背景描述

動畫開始畫面為出現一個學生對邊坡植物的研究有興趣，就到學校圖書館尋找植物圖鑑的書，如圖4.24。動畫撥放完畢後，即開始以滑鼠翻頁閱讀，如圖4.25(a)-(b)所示。

4.4.8 課程內容說明－影音視訊

課程編號：G

1. 內容

在影音視訊部分，係針對新竹茄苳景觀大道上，利用生態工法施作成功的邊坡案例，以最真實最完整的畫面呈現給學習者觀看，讓學習者瞭解這種工法的使用情況。

2. 編輯背景描述

此部分主要是利用數位攝影機，於該地拍攝完成後，利用Power Director 軟體，作剪輯、修片、配樂等。而拍攝的地點是在茄苳景觀大道上之3K及4K處，也包括國道3號茄苳交流道的邊坡施作情形。

4.5 教學系統環境導覽－網路上試題測驗

為了瞭解學習本課程後的學習成效，課程後有根據課程內容所安排的網路試題測驗。利用網路上試題測驗可以知道學習者使用本教學系統以後，對於公路邊坡生態工法的認識情況。而試題類型是選擇題，需從四個選項中挑出一個最適合的答案，其命題範圍是生態工法概論、生態工法的工法介紹、加勁擋土牆的設計分析原則、生態工法案例介紹部份、及邊坡植生所用的植物等範圍。本測驗共10題，每題10分，總分為100分，答錯不倒扣。

本測驗系統的作答方式如下：1. 在首頁的左頁框找到網路問卷與試題測驗項目，點選以後即會出現如圖4.26的畫面。2. 在第一部分，就是以Flash軟體所作的測驗系統，按下開始測驗按鈕以後就進入第一題的畫面，如圖4.27所示。3. 在題目下方有題號按鈕，測驗者可以選擇題號作答，按下該題題號按鈕時，就會出現該題的題目，如圖4.28所示。4. 在題號按鈕的下方有答案欄，將您認為的答案以鍵盤

輸入的方式鍵入該題選項號碼，如圖4.29所示。5. 最後，點選計分欄，即可以顯示出您的成績，如圖4.30所示。本系統還有一種功能是，當使用者按下計分欄顯示出成績後，可以在您答錯的題目上作更正，如果更正後的答案是正確的，計分欄會自動增加分數，如此可讓接受測驗者都有得到滿分的機會，惟更正過的題號有打「✓」和打「✗」兩種符號，能夠使您印象更深刻，如圖4.31所示。關於題目內容與解答請詳見附錄B。

4.6 教學系統環境導覽－網路上問卷調查

4.6.1 網路問卷調查的目的

由於網路與資訊科技的蓬勃發展、普及，使各級學校之教學方式逐漸改變。面對環境的快速變遷，欲透過數位學習環境的幫助，有效達成學習目標，故本研究對自行開發設計之網路化互動式多媒體教學系統進行網路問卷調查。

4.6.2 網路問卷調查的編輯與內容

本研究對自行開發設計之網路化互動式多媒體教學系統進行網路問卷調查，此問卷調查共分為17個調查項目，等級由「非常同意」至「非常不同意」，共分為5個等級，詳見附錄C。本網路問卷編擬方式是以採用字簡單、定義清楚為原則，且涵蓋調查數位學習及對生態

工法認知有關的所有範圍。

4.6.3 網路問卷調查的驗證

為提升問卷的有效性與正確性，網路問卷的驗證是相當重要的。使用者在填寫問卷時，難免會有漏答或跳題的現象，致影響問卷的準確性及有效性，故以Dreamweaver 軟體編輯網路問卷時，可下載一套名叫checkform.mxp的程式，此程式為Dreamweaver的擴充程式，檔案大小僅19KB，係免費下載使用的軟體，其主要的功能是作表單驗證的工作。使用此程式時，使用者在答題過程中如有發生漏答的情形，按下送出鈕以後，系統就會告知何題尚未作答，如此可改善題目漏答的情形，進而增加問卷的準確性。圖4.32是說明本問卷驗證的流程。

4.6.4 網路問卷調查的方法

本問卷調查方法可以有幾種方式，例如：可以請本校計算機中心向全校學生發出E-mail、或是利用BBS通知全校學生甚至全國各級學校學生等等這些方式，使用本教學系統，以進行網路問卷調查。

4.7 教學系統環境導覽－參考文獻動畫製作

這是本教學系統的最後一個部分，內容主要是本教學系統各項文獻資料的出處，讓使用者在課後想更進一步瞭解時，有找尋訊息資料

的線索，其編輯背景是如同首頁中之照片瀏覽器的呈現方式編輯。

4.8 結語

本網路化互動式多媒體教學系統，係根據使用者為學習過程之核心的設計理念加以完成，希望藉由活潑的方式，引導學習者認識公路邊坡生態工法。另外，本系統設置有網路問卷調查部分，其中共安排17個問卷項目，以瞭解本教學系統各項使用滿意度情況，問卷結果可做為本教學系統現階段暨下一階段修正之依據。本系統另設置有網路試題測驗部分，可讓學習者進行自我評量，以瞭解自我學習成果。

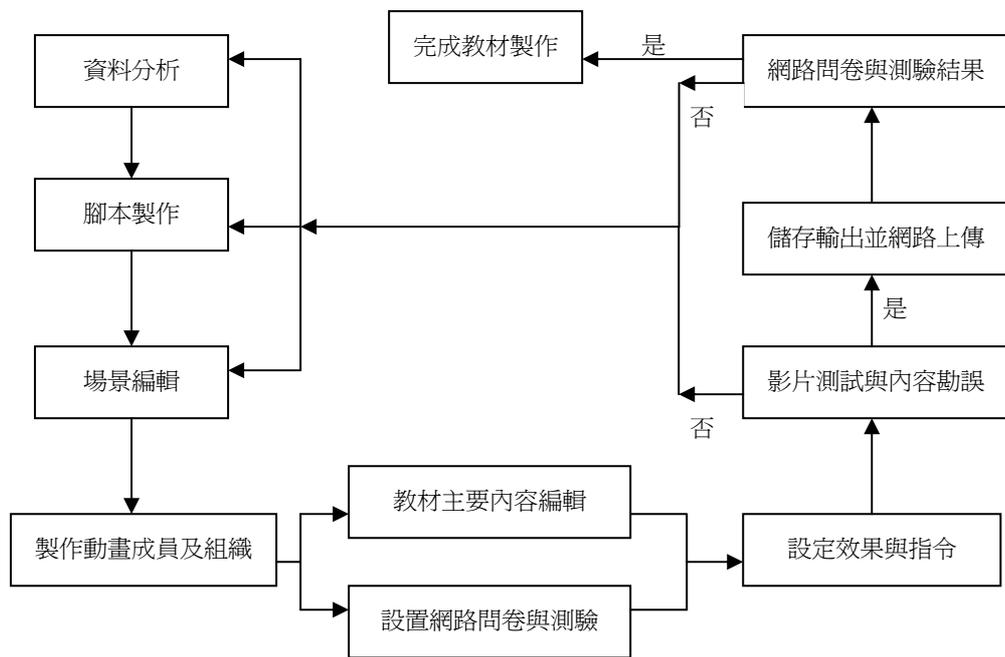


圖 4.1 教材製作流程圖



圖4.2 公路邊坡生態工法教學網站首頁



圖4.3(a) 照片瀏覽器換頁變換圖：照片轉變前

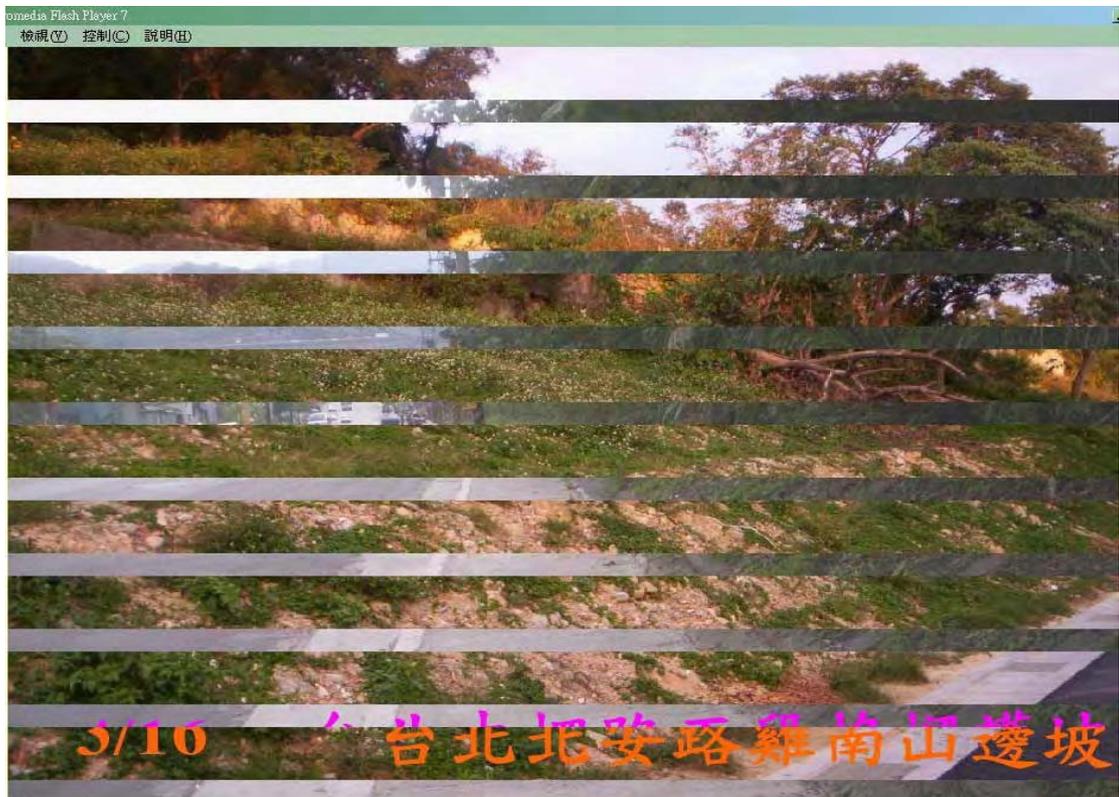


圖4.3(b) 照片瀏覽器換頁變換圖：照片轉變中



圖4.3(c) 照片瀏覽器換頁變換圖：照片轉變後



圖4.4 生態工程的範疇(林鎮洋，2003)

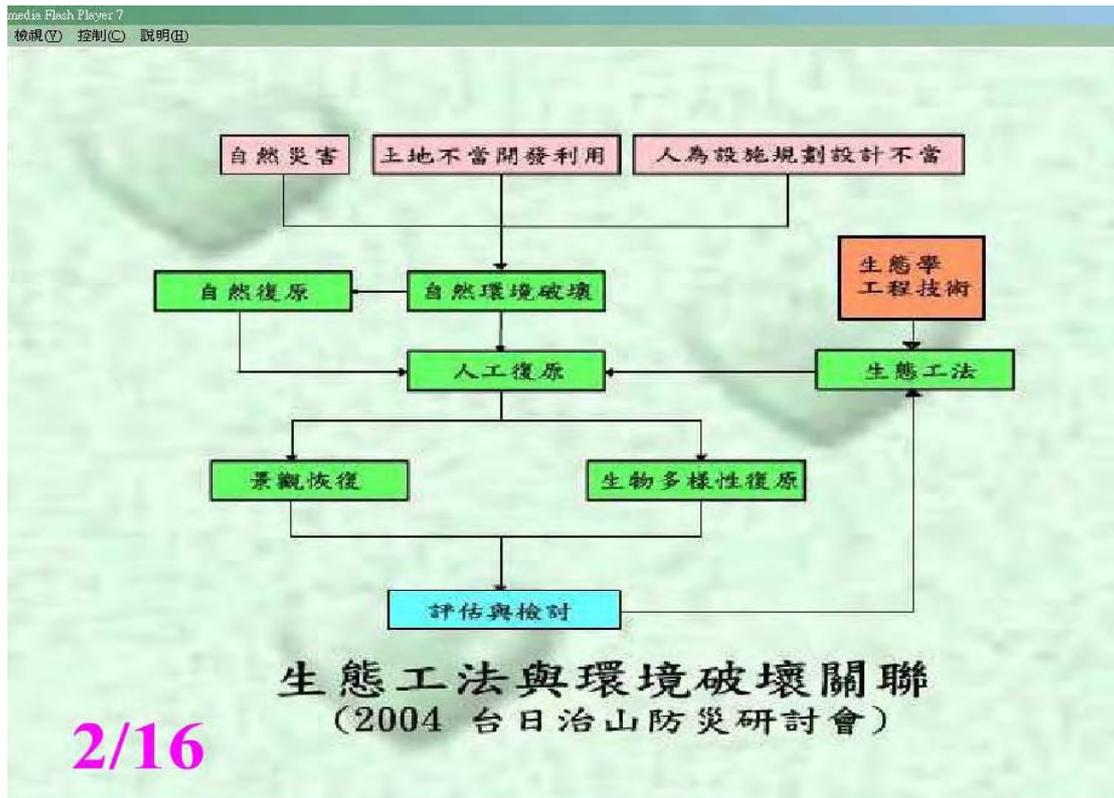


圖4.5 生態工法與環境破壞關聯(2004台日治山防災研討會)

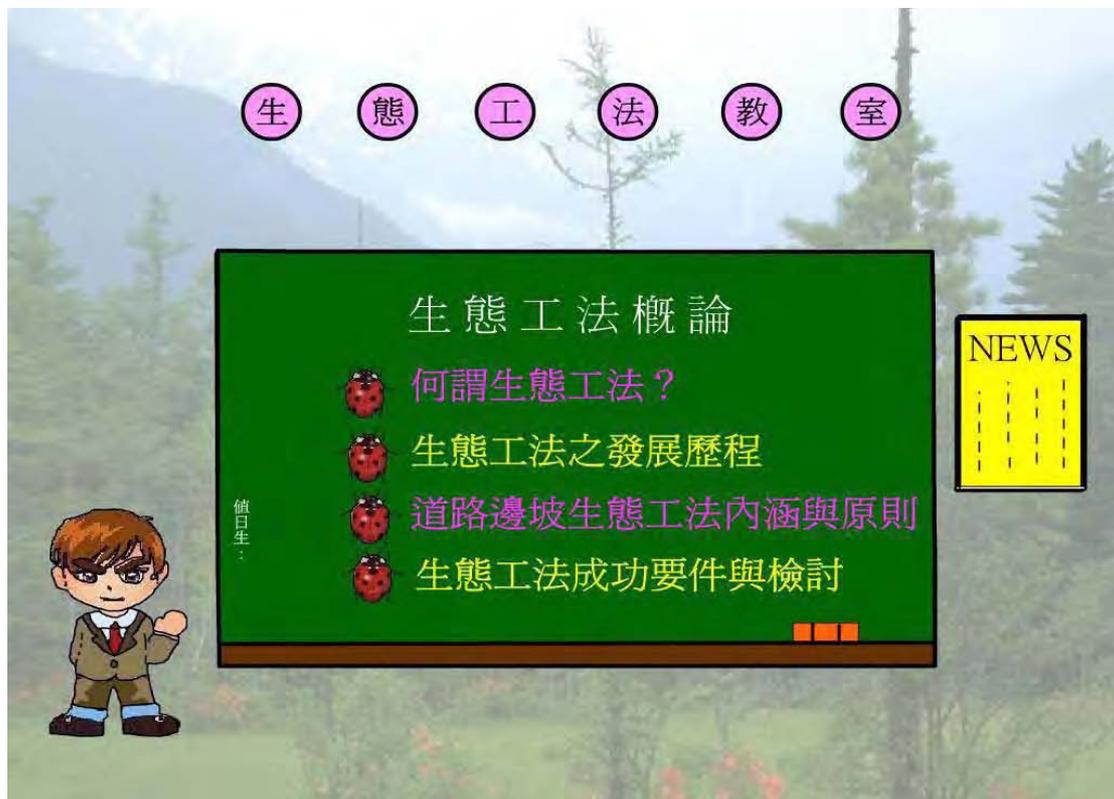


圖4.6 生態工法概論主選單畫面

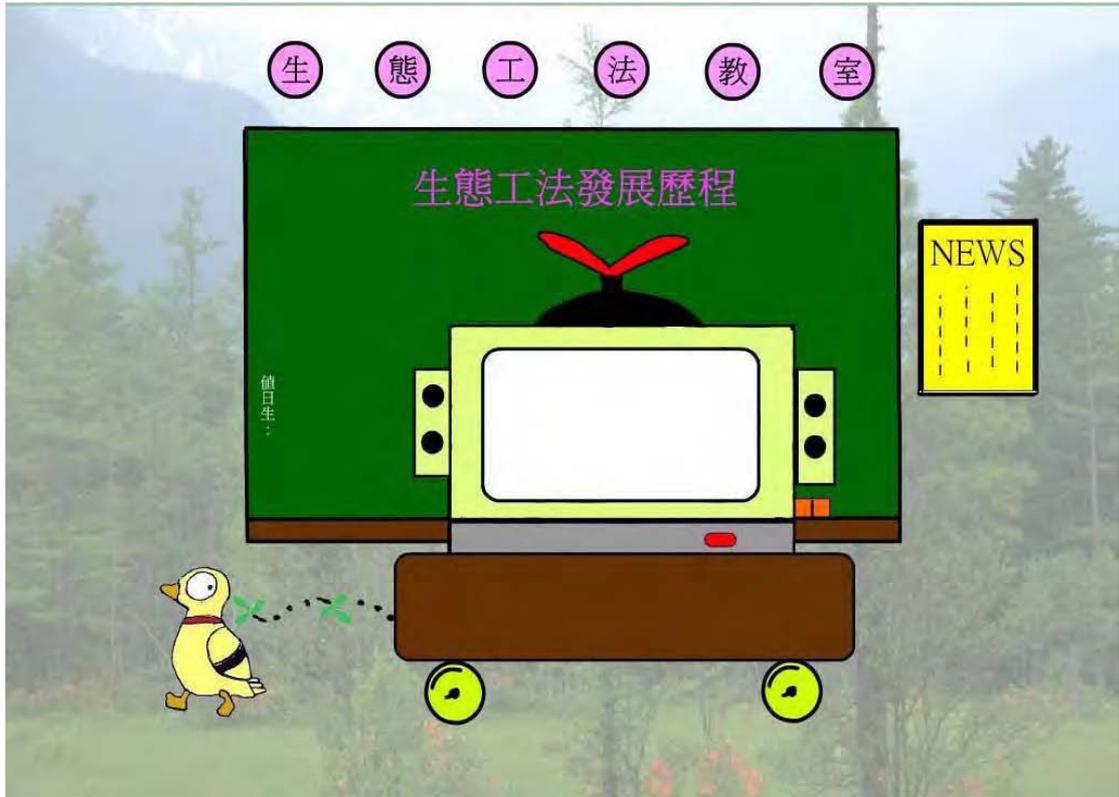


圖4.7 生態工法發展歷程起始畫面

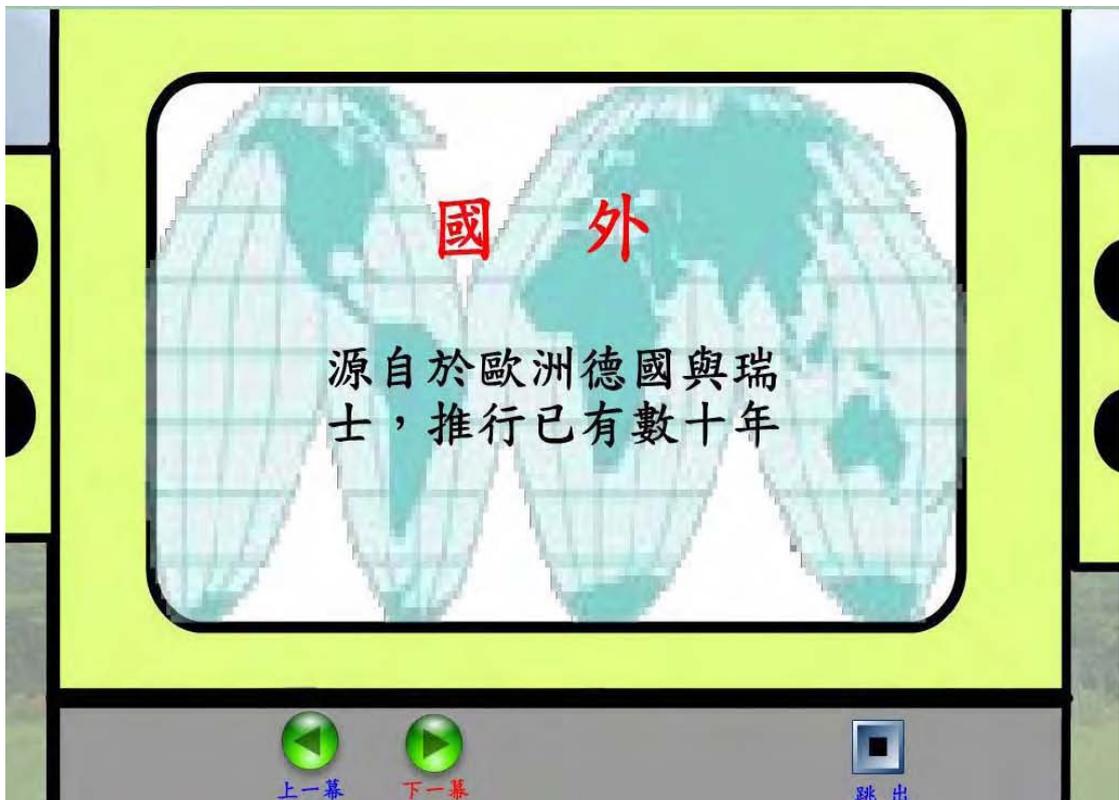


圖4.7(a) 生態工法發展歷程的內容



圖4.7(b) 生態工法發展歷程的結束畫面



圖4.8 生態工法介紹選單畫面



圖4.9(a) 擋土工程工法書本封面



圖4.9(b) 擋土工程工法書本目錄

media Flash Player 7
檢視(V) 控制(C) 說明(H)

加勁擋土牆

加勁擋土牆示意圖
(Gray & Sotir, 1996)

. 3 .

施工原則：

利用加勁材料，如：鋼片、鋼筋網、土工格網、土工織物等土工合成材埋置於土壤內，以提供邊坡內部穩定能力。

優缺點比較：

優點：
具柔性、無侵蝕問題、低建造費、施工步驟簡單及快速與優良的工作性，例如：工址不須有過多的前期準備工作。

缺點：
1. 土工合成材須注意抗紫外線保護。
2. 其回填土以顆粒性土壤為佳；若採用黏土，則須特別注意排水設施。

. 4 .

T 跳出

圖4.9(c) 示意圖、施工原則、優缺點比較

Macromedia Flash Player 7
檔案(F) 檢視(V) 控制(C) 說明(H)

適用範圍：

本工法適用於坡度較陡之邊坡、施工場地較小、施工高度較高、邊坡高度大於10公尺的邊坡等。

生態配合度：

土工合成物具網眼者，可噴植草種；且於施工時，層間種植具發根、發芽能力之活枝條，待植物成長，綠化效果佳，並可提供動物棲息空間。

現場案例照片：

台110縣道32.7K加勁擋土牆
(拍攝於94.04 台北三峡)

. 5 .

. 6 .

T 跳出

圖4.9(d) 適用範圍、生態配合度、現場案例照片



圖4.10(a) 植生工程工法書本封面

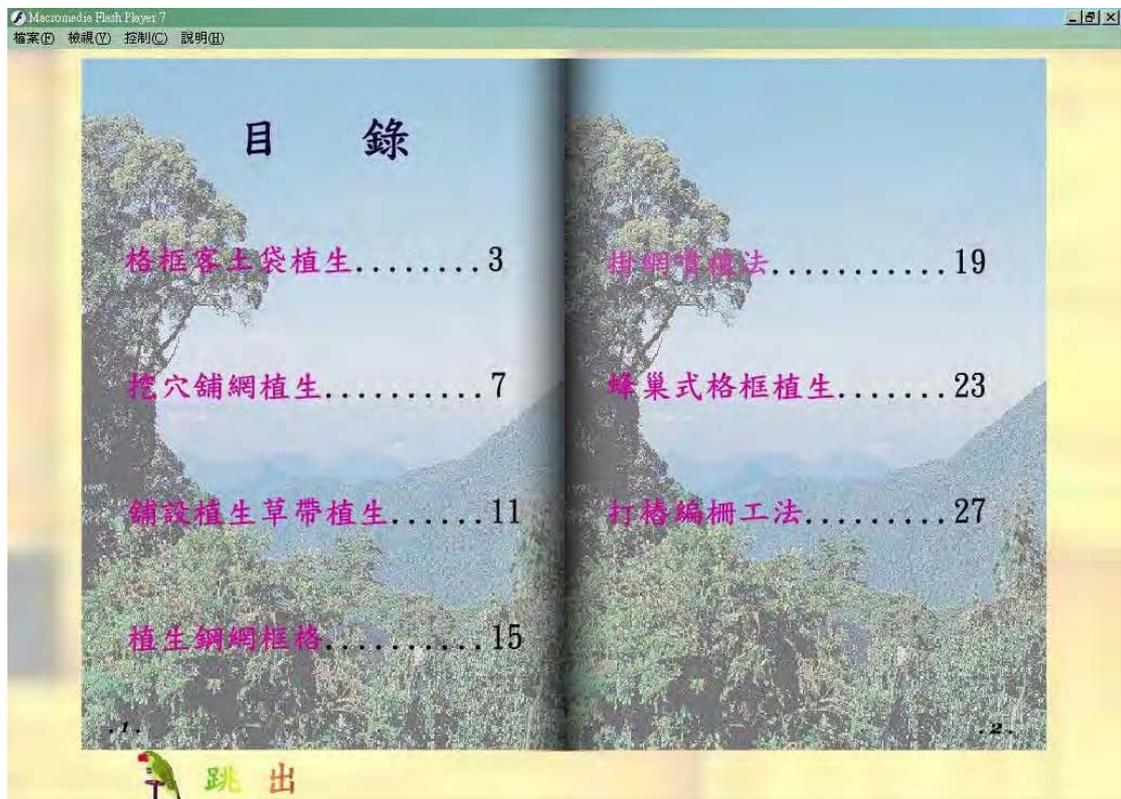


圖4.10(b) 植生工程工法書本目錄

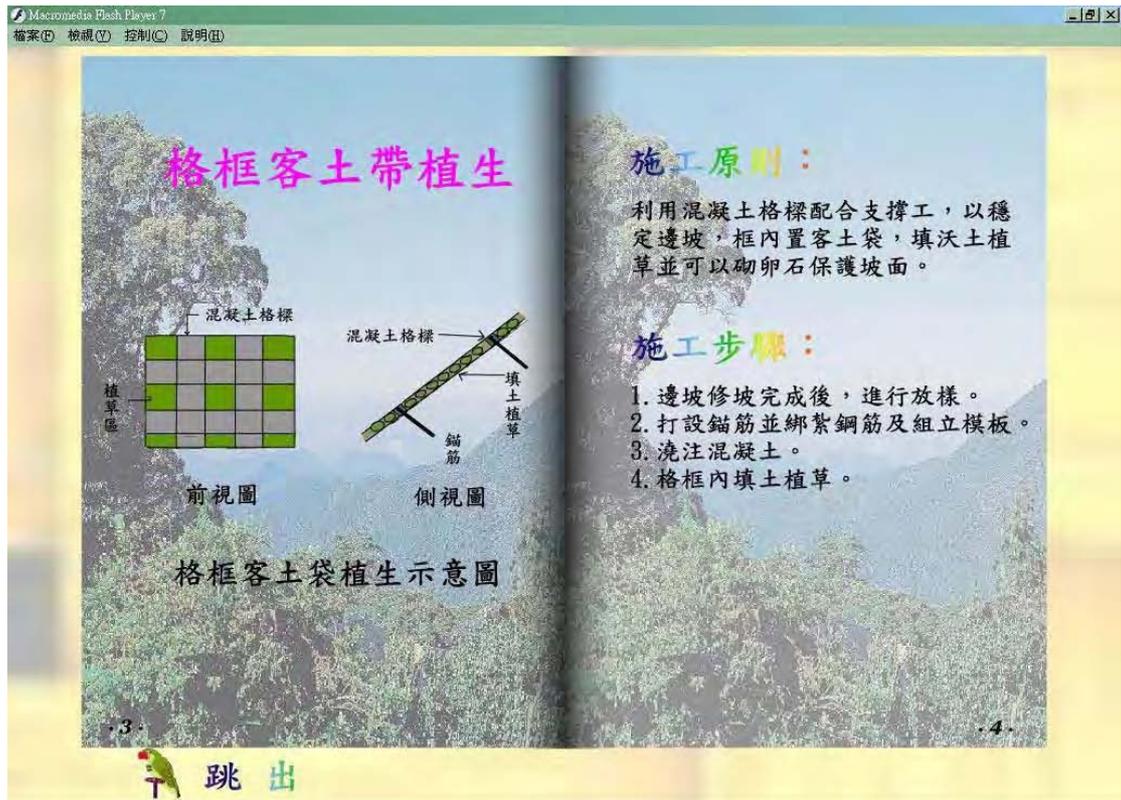


圖4.10(c) 示意圖、施工原則、施工步驟



圖4.10(d) 優缺點比較、適用範圍、現場案例照片



圖4.11 生態工法介紹開頭動畫

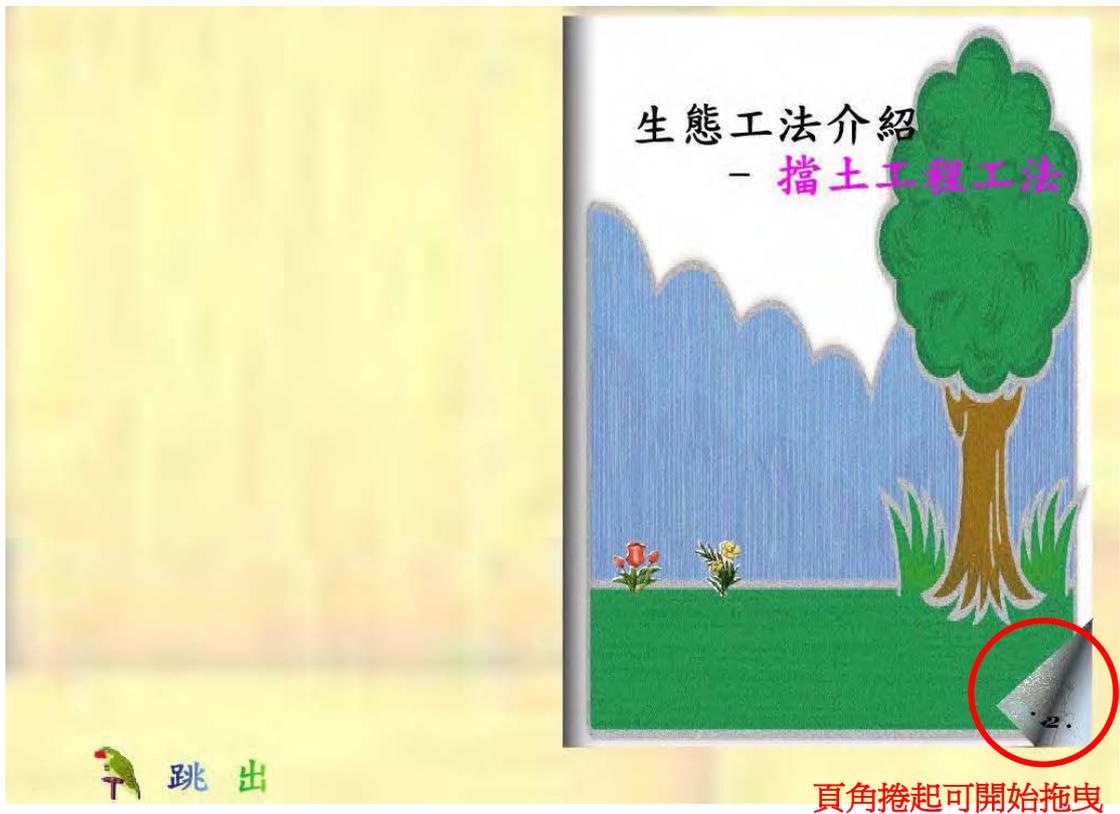


圖4.12 (a) 先將滑鼠移到書的右下角並按滑鼠左鍵



圖4.12(b) 按住滑鼠向左拖曳(往前翻頁則向右拖曳)



圖4.12(c) 放開滑鼠翻頁完成

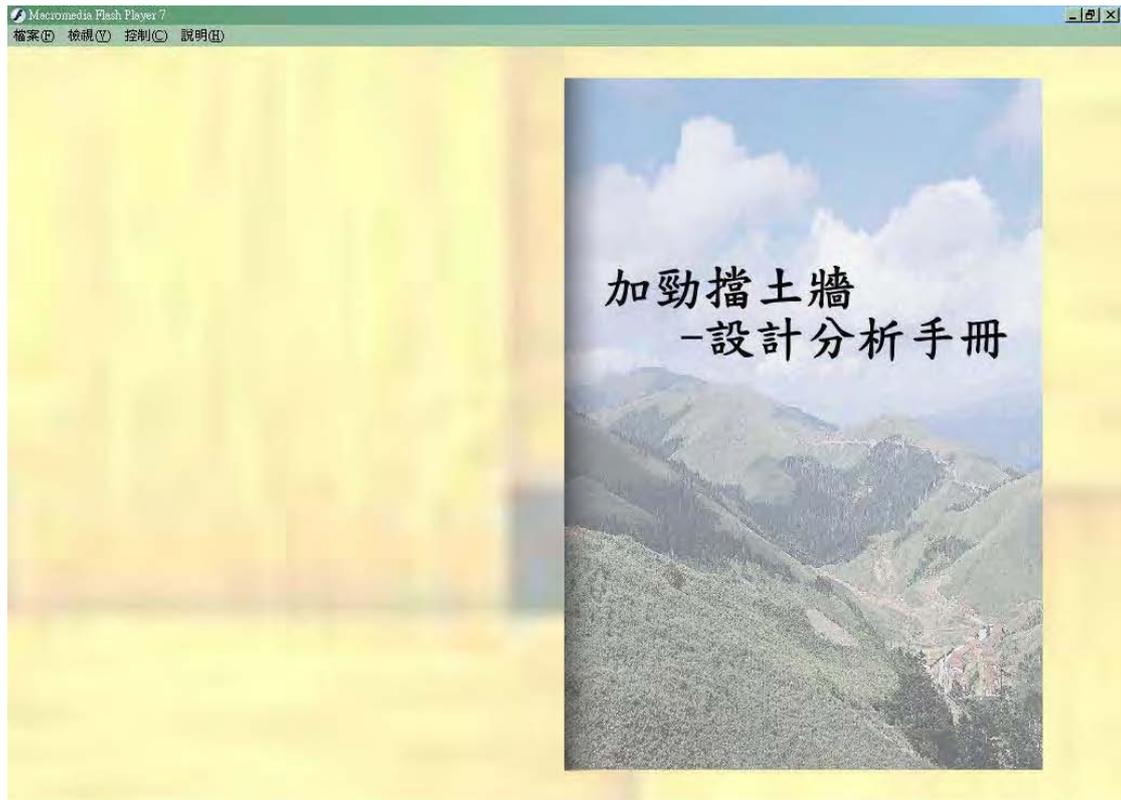


圖4.13(a) 加勁擋土牆設計分析簡介封面

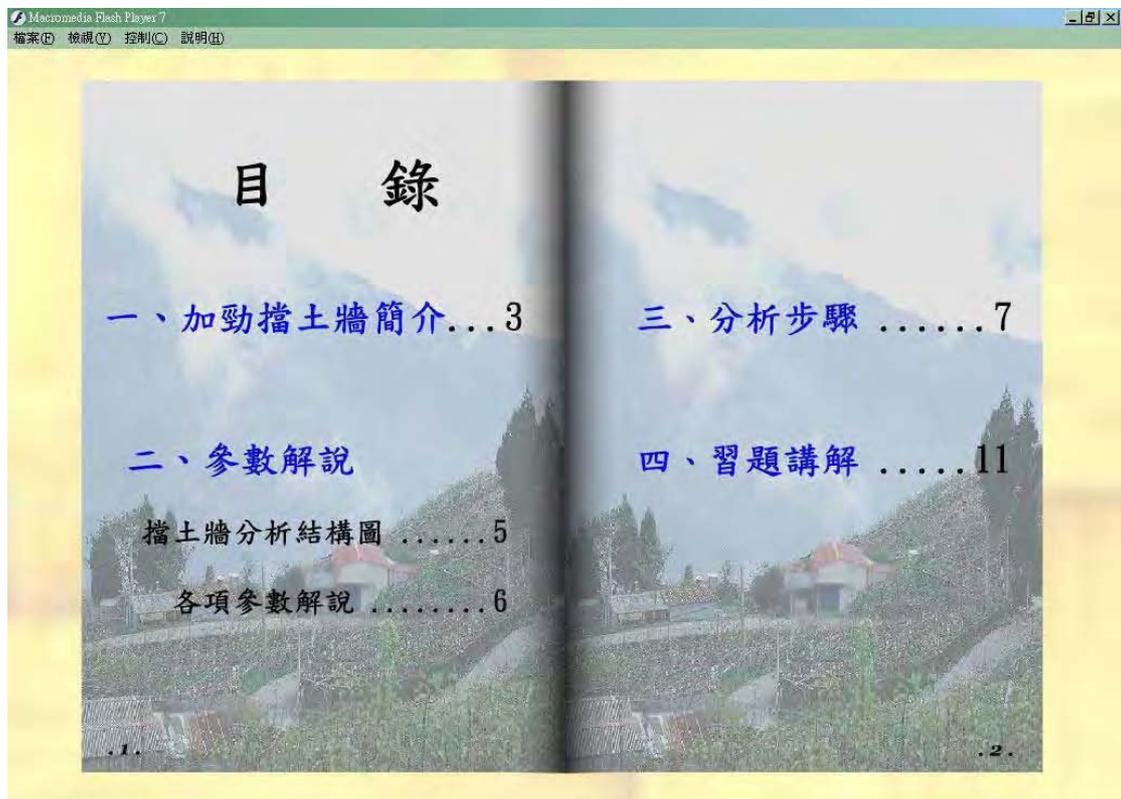


圖4.13(b) 加勁擋土牆設計分析簡介之目錄畫面

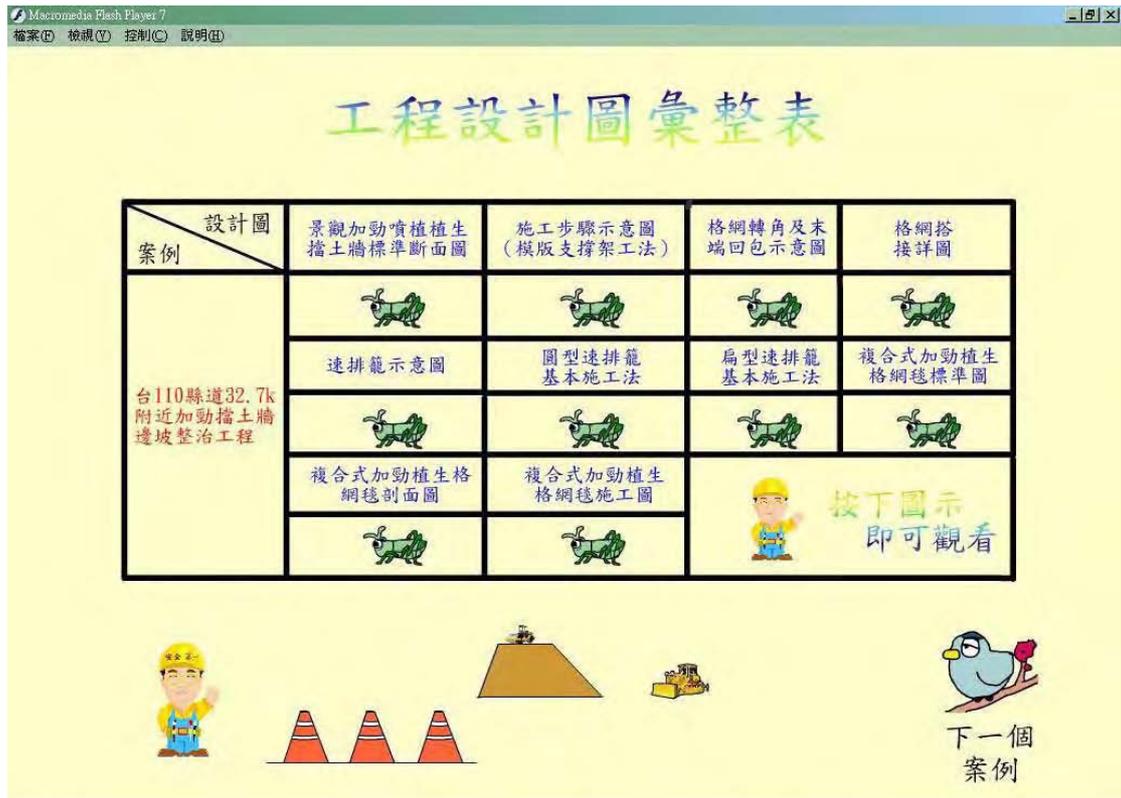


圖4.14 台110縣道32.7K附近加勁擋土牆工程設計圖彙整表

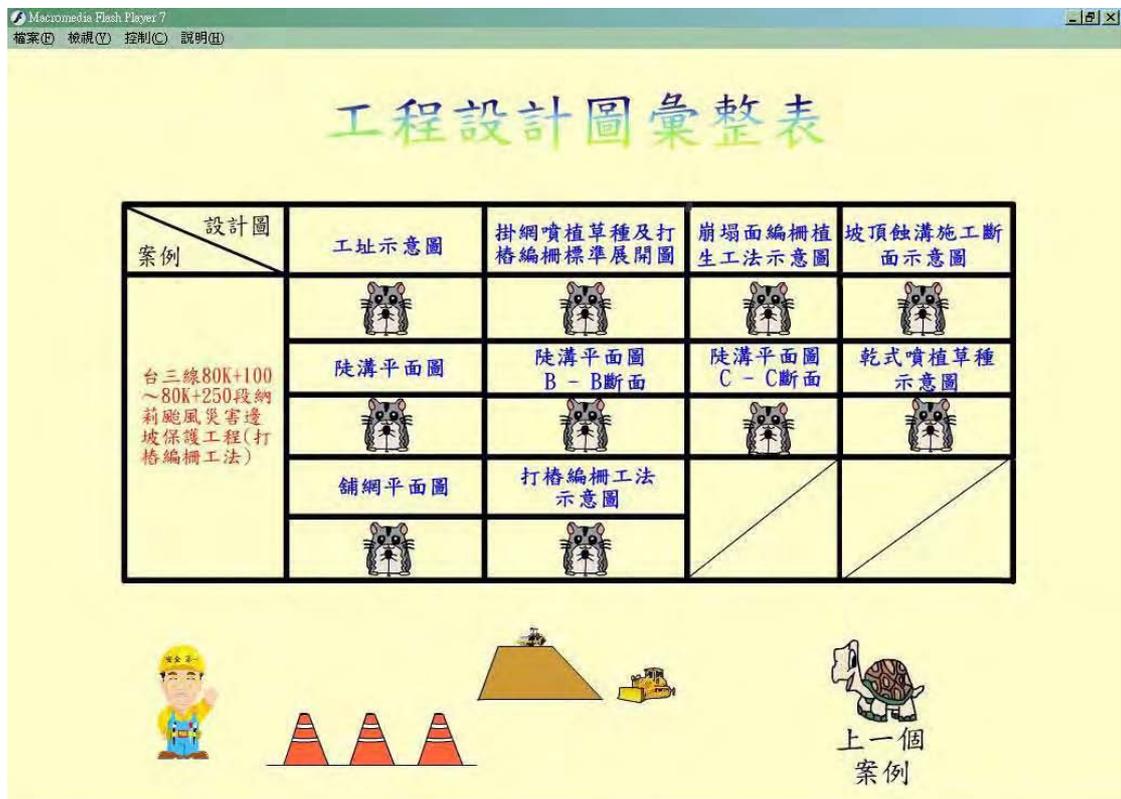


圖4.15 台3線省道80.2K附近打樁編柵工程設計圖彙整表

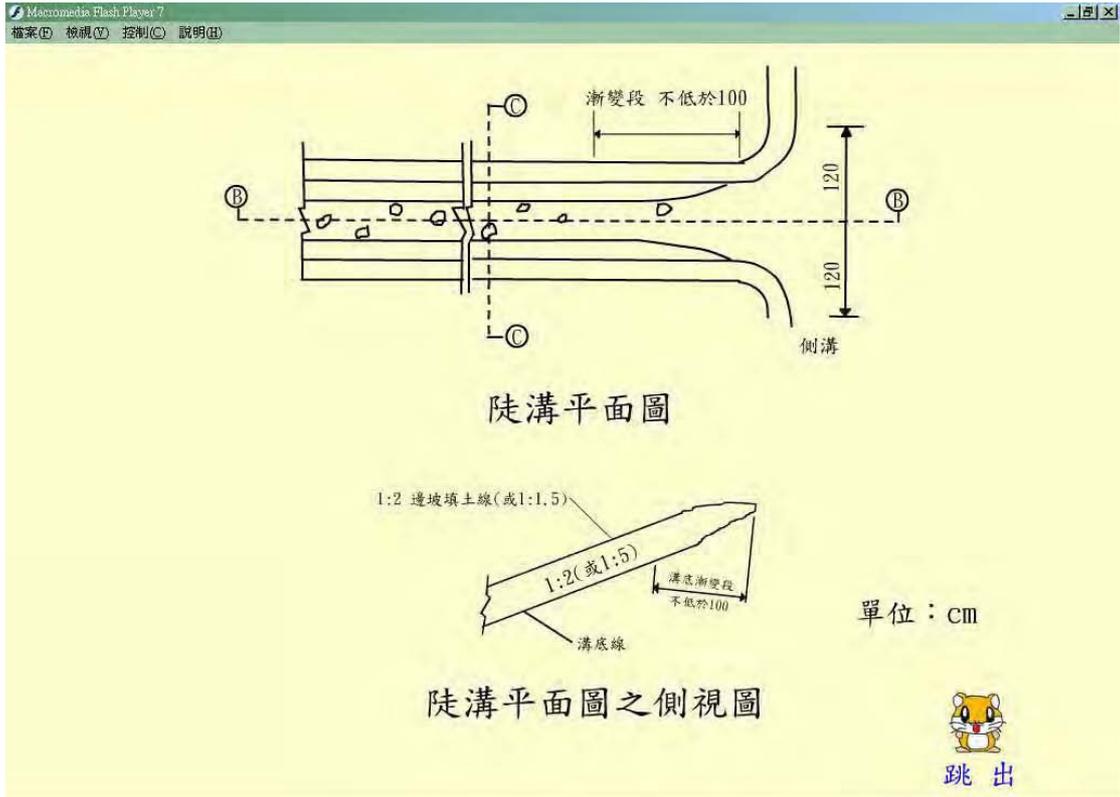


圖4.16 台3線省道80.2K附近打樁編柵工程陡溝平面圖

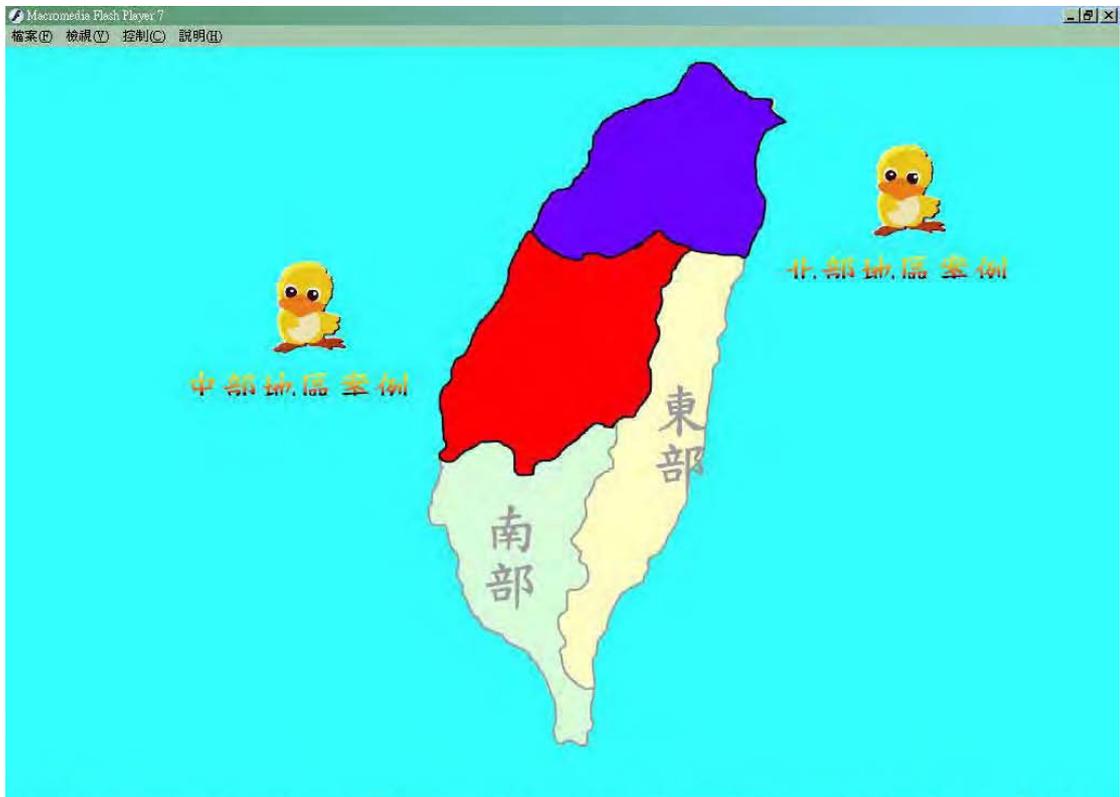


圖4.17 案例所屬地區選擇圖

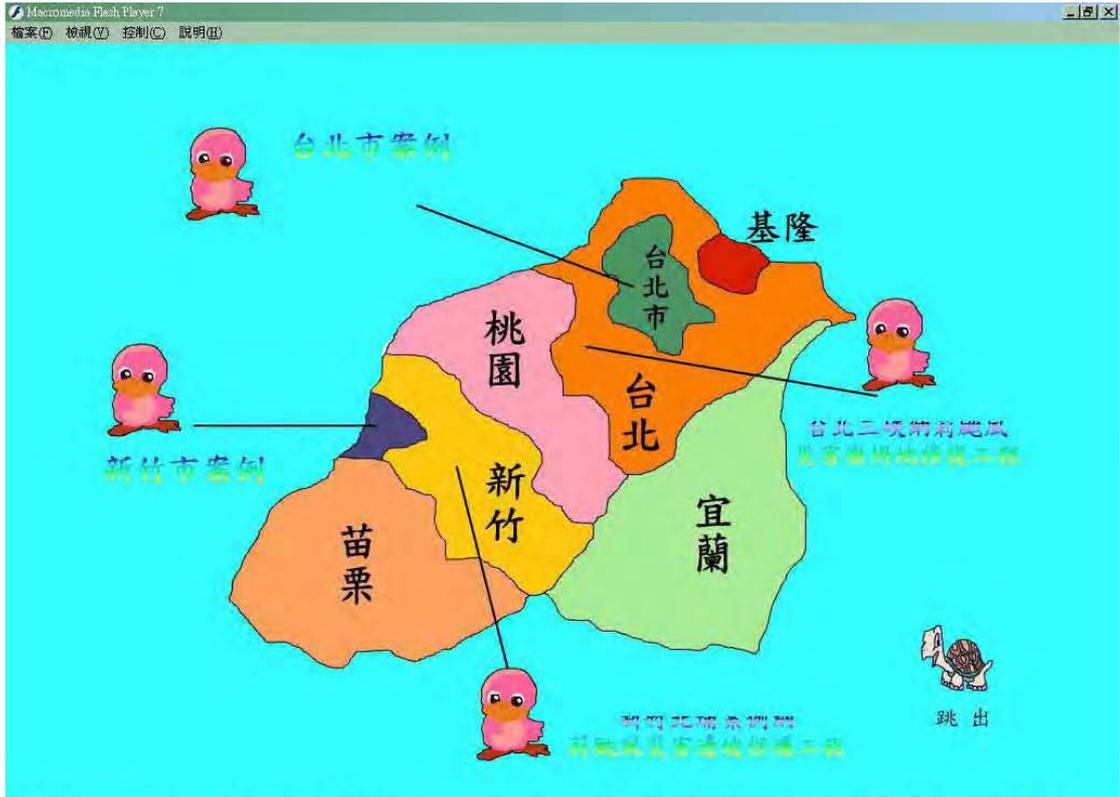


圖4.18(a) 北部地區案例

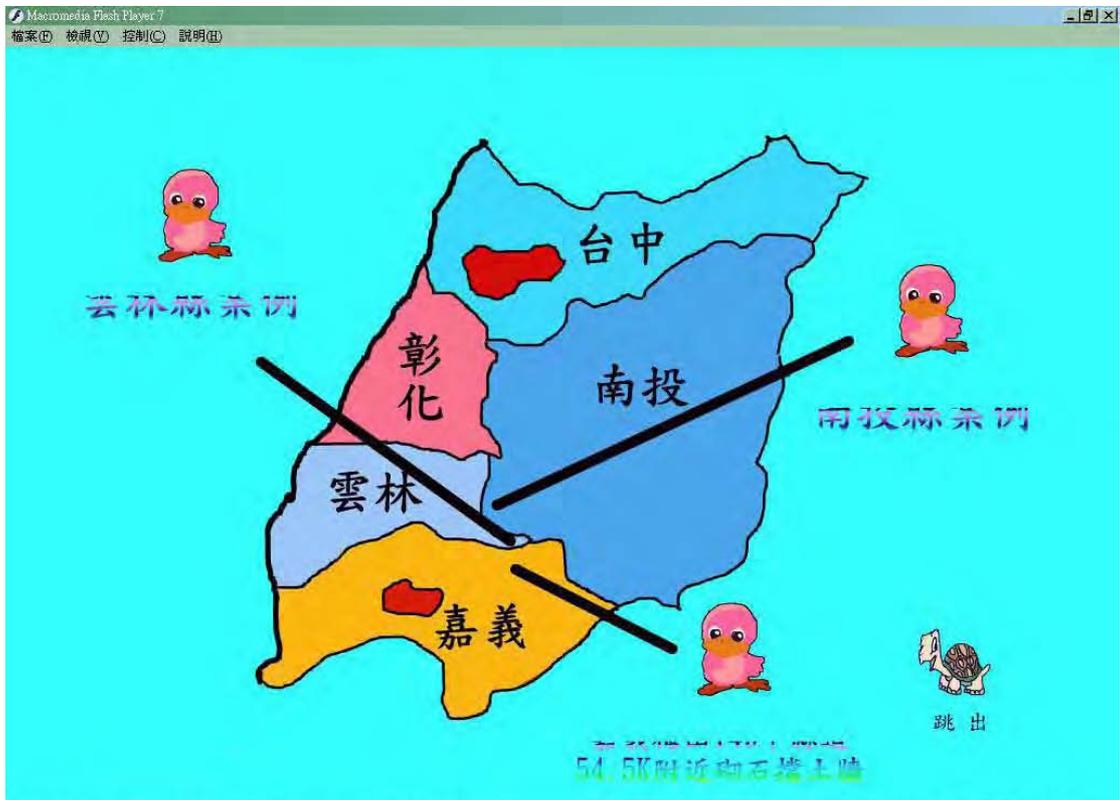


圖4.18(b) 中部地區案例

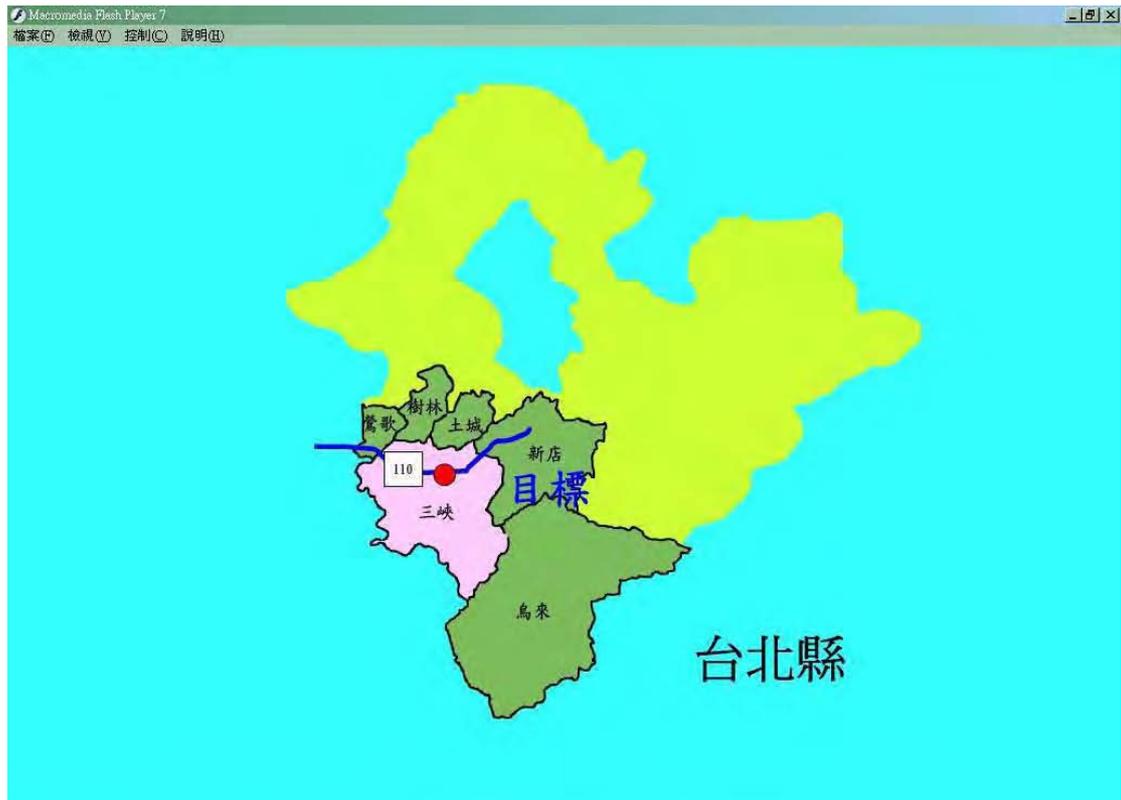


圖4.19 台北三峽案例大略位置圖



圖4.20 案例選單畫面 (台北三峽案例)



圖4.21 選項點選後之畫面



圖4.22 案例照片說明(台北三峽案例)



圖4.23 案例照片圖例說明(台北三峽案例)



圖4.24 邊坡植物介紹開頭動畫



圖4.25(a) 邊坡植物圖鑑封面



圖4.25(b) 邊坡植物圖鑑內容

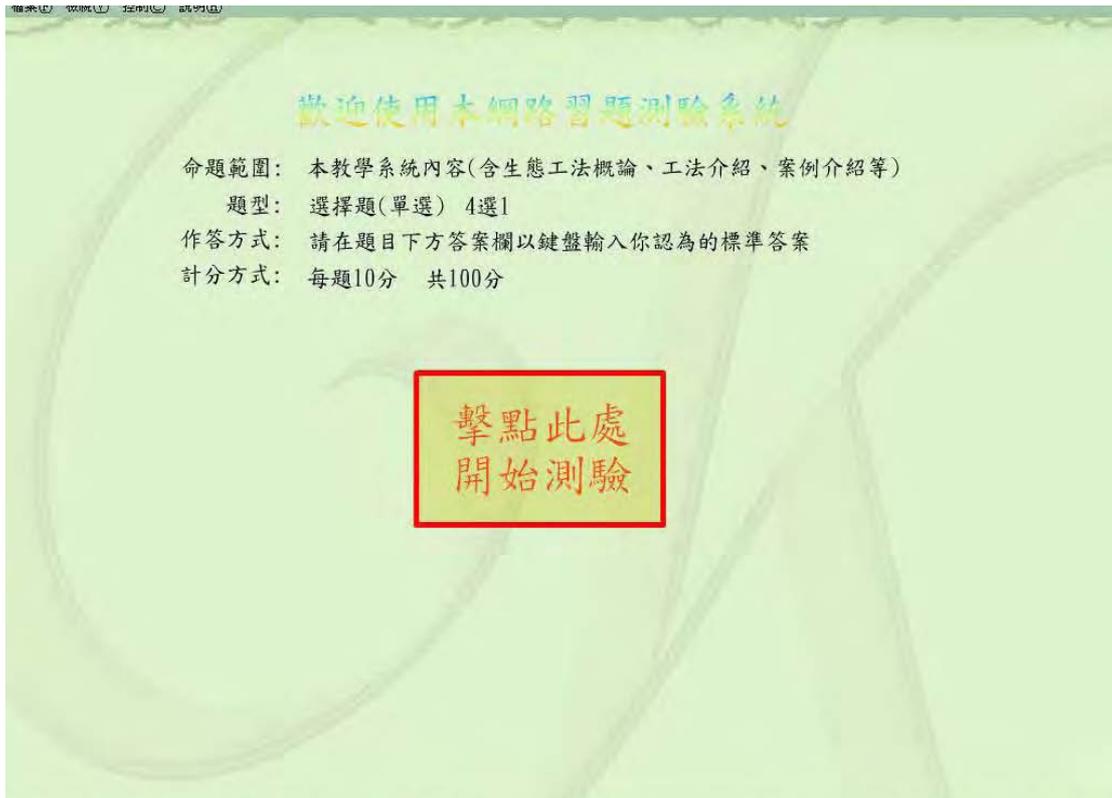


圖4.26 網路試題測驗網頁畫面(試題測驗部分)

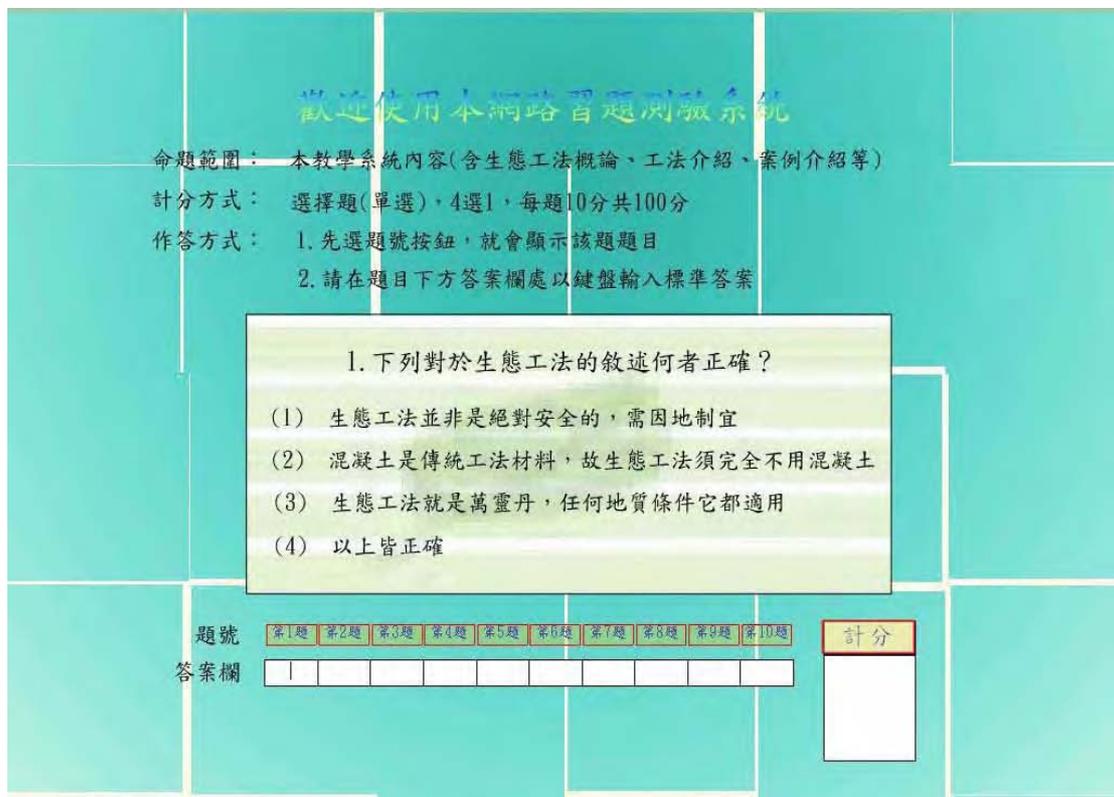


圖4.27 網路試題測驗第一題畫面

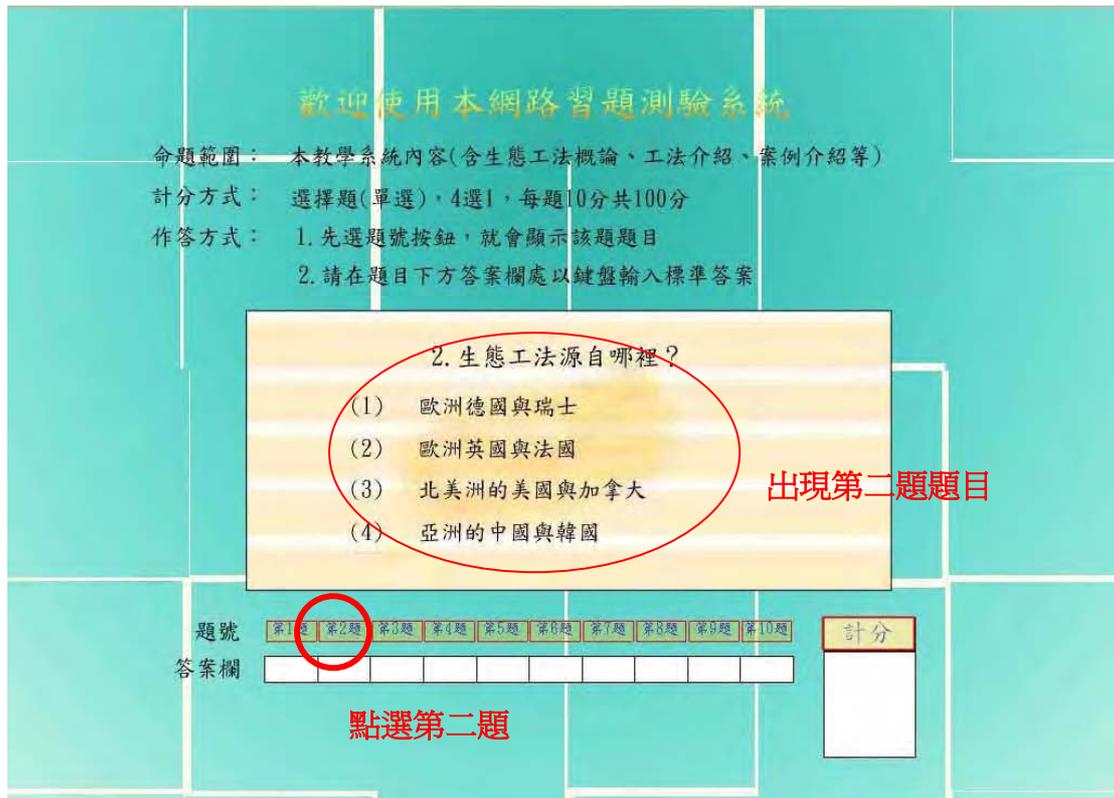


圖4.28 點選題號按鈕後所出現的畫面

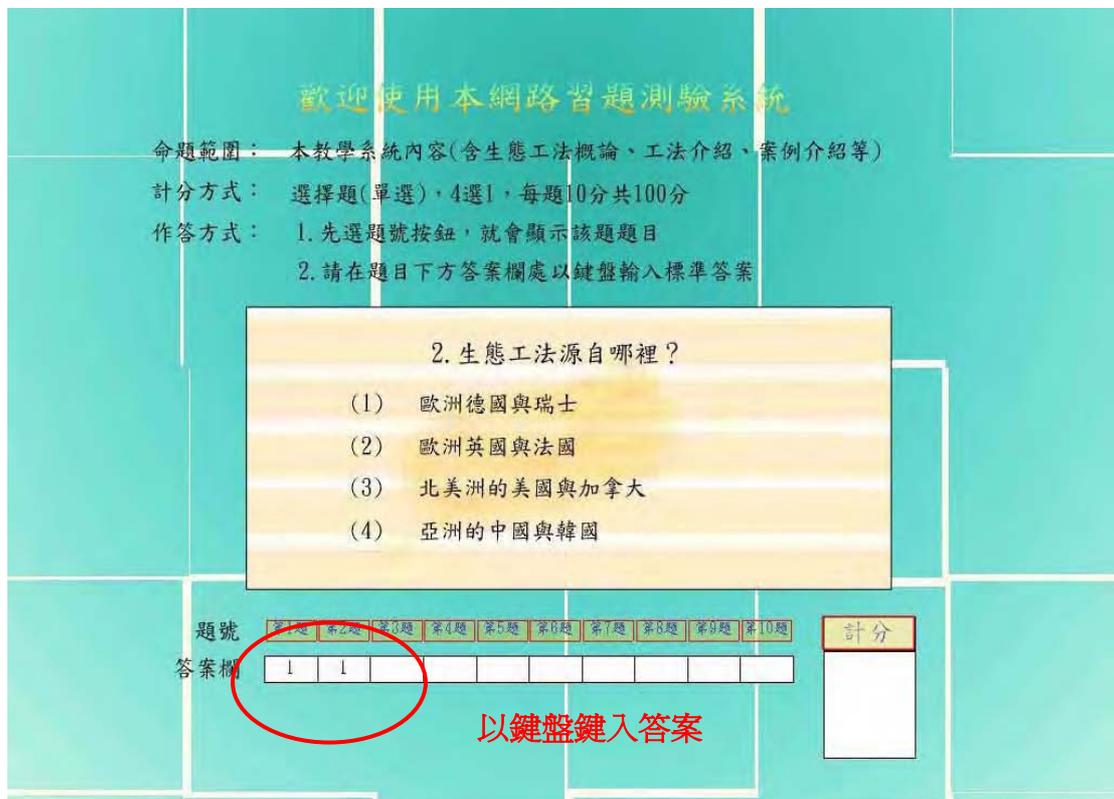


圖4.29 以鍵盤鍵入答案

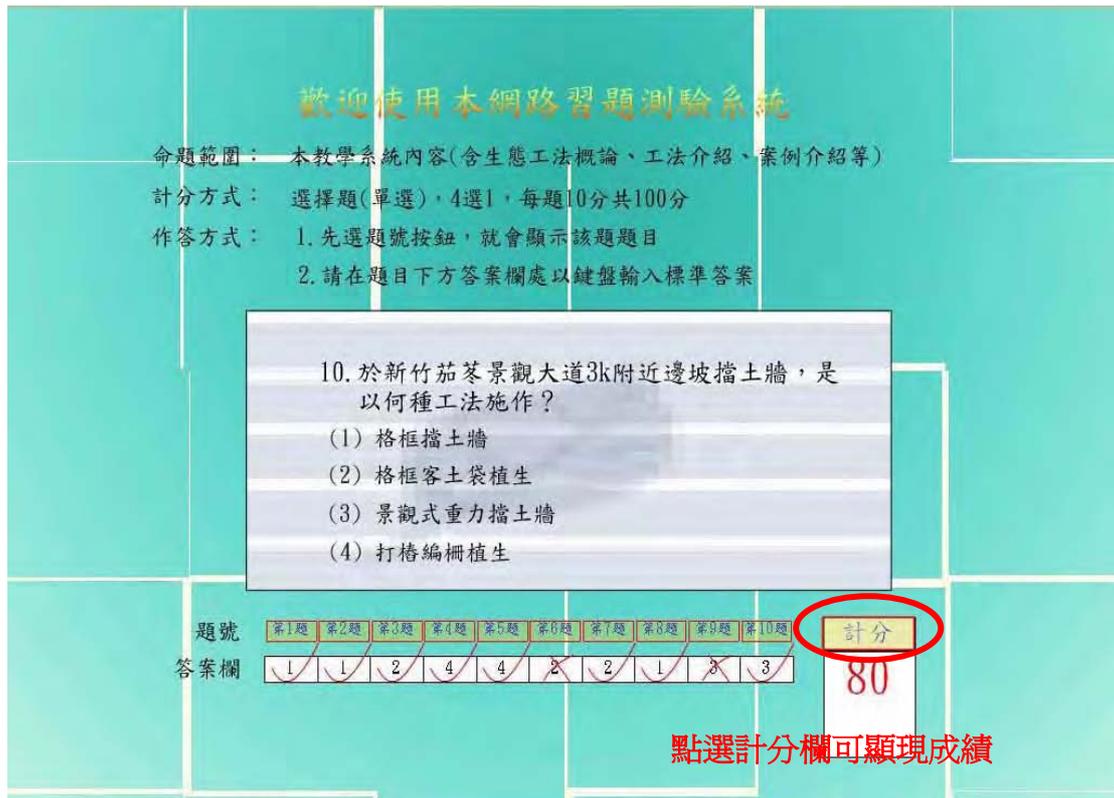


圖4.30 點選計分欄即可顯現成績

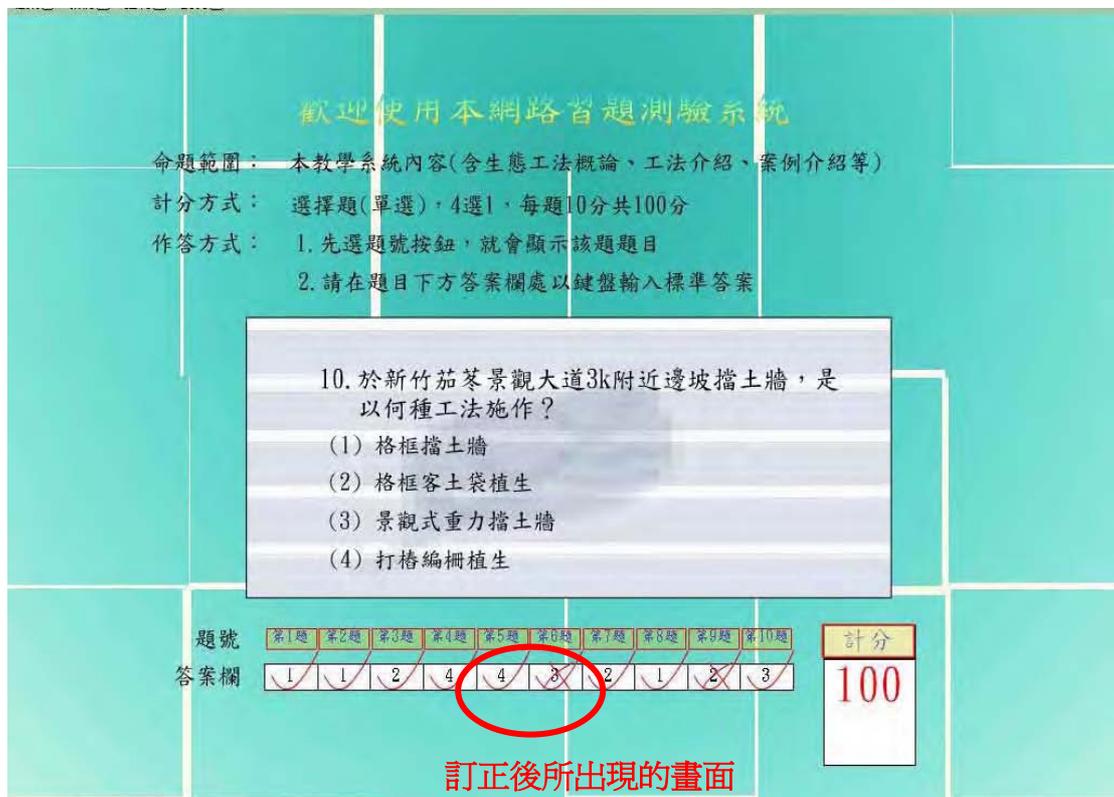


圖4.31 錯誤題目訂正後所出現的畫面

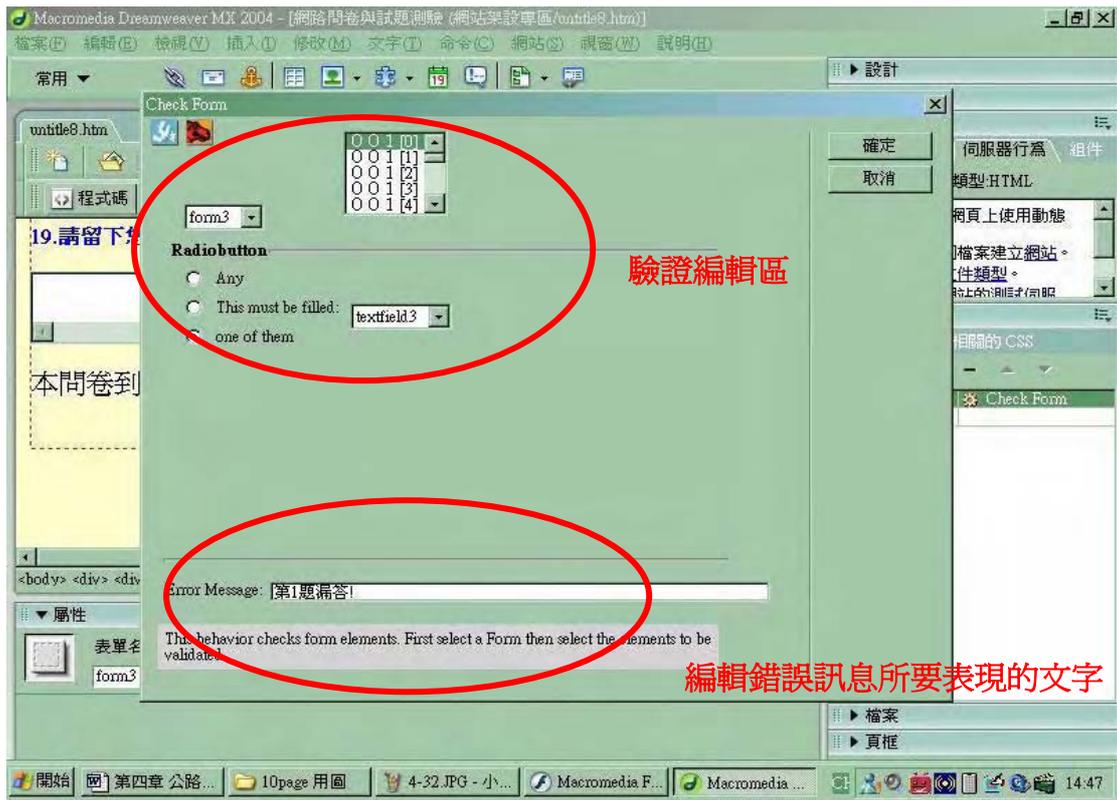


圖4.32 表單驗證編輯視窗 (中間小視窗部分)

表4.1 本教學系統課程分類表

課程性質 分類	課程項目名稱	編輯背景主題	背景音樂
主要教學課程	A.生態工法概論	以生態工法教室為背景，並以黑板呈現內容，以點選按鈕作為內容畫面的切換。	提卡爾 (節錄) (紫林-最HI的廣告音樂)
	B.生態工法介紹	動畫開始是在一個有關生態的圖書館內，一個學生要找生態工程的書籍，之後在他的研究室開始閱讀。	卡農 (節錄) (韓國電影-我的野蠻女友主題曲)
	C.加勁擋土牆設計分析簡介	編輯背景是首先進入一小段文字動畫，之後出現一本印有「加勁擋土牆－設計分析手冊」字樣的書，並以滑鼠翻頁閱讀。	龍圖霸業 (霹靂布袋戲主題曲)
	D.工程斷面圖	動畫開始為工程斷面圖表，並點選圖示即顯示該項目的工程斷面圖。	自由 (節錄) (紫林-最HI的廣告音樂)
	E.生態工法案例介紹	動畫開始為先進入文字動畫之後，出現一張台灣地圖，選擇地區，之後顯現該地區的案例選項，進而點選您要看的案例。	欲蒼穹 (霹靂布袋戲主題曲)

表4.1 本教學系統課程分類表(續)

課程性質分類	課程項目名稱	編輯背景主題	背景音樂
課外補充教學	F.邊坡植生植物介紹	動畫開始為一個學生對於邊坡植物的研究有興趣，就到學校圖書館尋找植物圖鑑的書，動畫撥放完畢後，即開始以滑鼠翻頁閱讀。	森森狂想曲 (紫林-最HI的廣告音樂)
	G.影音視訊	此部分主要是利用數位攝影機，於該現地拍攝完成後，利用Power Director 軟體，作剪輯、修片、配樂等動作。	櫻花雨 (紫林-最HI的廣告音樂)
課後成果驗收	H.網路問卷與試題測驗	以Flash 作測驗試題及使用 Dreamweaver 作問卷表單以了解本教學系統的教學成果。	無配樂
其他	參考文獻	以百葉窗動畫方式呈現	霹靂封靈島 片尾曲 (霹靂布袋戲主題曲)

表4.2 十四處邊坡案例說明表

圖表編號 說明	案例名稱	所在公路	所在縣市	施工方法
表4.2.1	北安路501巷 雞南山邊坡整 治工程	一般道路	台北市 中山區	疊塊式模鑄 面板擋土牆
表 4.2.2	台 110 縣 道 32K+700 段 納 莉颱風崩坍地 修復工程	台110縣道 32K+700	台北縣 三峽鎮	加勁擋土牆
表 4.2.3	省 台 三 線 80.2K 附 近 打 樁編柵邊坡修 復工程	台3線省道 80.2K附近	新竹縣 北埔鄉	打樁編柵
表 4.2.4	木柵路五段西 側擋土牆植栽 工程	台106縣道 37K附近	台北市 文山區	格框客土袋 植生
表 4.2.5	茄苳景觀大道 3K附近景觀式 重力擋土牆	尚無公路 編號	新竹市 香山區	景觀式 重力擋土牆
表 4.2.6	茄苳景觀大道 4K處格框客土 袋植生	尚無公路 編號	新竹市 香山區	格框客土袋 植生
表 4.2.7	茄苳交流道附 近公路邊坡	國道3號 茄苳交流道	新竹市 香山區	鋪設植生 稻草蓆
表 4.2.8	苗61線打樁編 柵工法	苗61鄉道	苗栗縣 泰安鄉	打樁編柵
表 4.2.9	苗58線石籠護 坡	苗58鄉道	苗栗縣 泰安鄉	石籠擋土牆
表 4.2.10	台149縣道18K 附近掛網噴植 法邊坡整治	台149縣道 18K附近	南投縣 竹山鎮	掛網噴植法

表4.2 十四處邊坡案例說明表(續)

圖表編號 說明	案例名稱	所在公路	所在縣市	施工方法
表 4.2.11	台 149 乙 線 6K+250~500 打樁編柵植 生工程	台149乙縣道 6K+250~500 之間	雲林縣 古坑鄉	打樁編柵 與砌石牆
表 4.2.12	台 149 甲 線 36.1K附近石 籠護坡	台149甲縣道 36.1K附近	雲林縣 古坑鄉	石籠擋土牆
表 4.2.13	台 149 甲 線 44.5K附近石 籠護坡	台149甲縣道 44.5K附近	雲林縣 古坑鄉	石籠擋土牆
表 4.2.14	嘉義梅山149 甲縣道54.5K 附近砌石擋 土牆	台149甲縣道 54.5K附近	嘉義縣 梅山鄉	砌石擋土牆

表4.2.1 北安路501巷雞南山邊坡整治工程

項目	說明內容	
案例位址	案例位址	台北市中山區
	所屬公路	一般道路(北安路501巷)
治理緣起	<p>有鑒於每當颱風豪雨來臨時，常對台北市居民造成人命傷亡與財產重大損失。為有效降低颱風豪雨對市民生命財產之威脅，市政府於八十八年九月擬定「臺北市加強山坡地安全管理方案」，將山坡地之安全管理列為首要市政重點項目之一，完成「北安路501巷雞南山危險聚落」專案拆遷並完成邊坡整治工程，本邊坡治理工法大多採用疊塊式模鑄面板擋土牆施作。</p>	
地質解說	<p>本邊坡位於雞南山沿山腳一帶，本區域經調查是具有淺層崩坍、圓弧型滑動及潛在順向坡的情況，故危及本區域之安全，其地質狀況如下所示：</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 地層年代：第三紀中新世之木山層。 ● 地層結構：厚層或塊狀之白色石英砂及黑色頁岩組成，是為典型砂頁岩互層。 ● 地層走向：北偏東向南傾斜，為一順向坡地形。 	
生態資源	<p>雞南山是屬亞熱帶闊葉林，有著豐富也多樣性的生態環境，以下是本邊坡的生態資源狀況。</p> <ul style="list-style-type: none"> ● 植物方面：相思樹、山櫻花、烏白、九芎、樟樹等。 ● 動物方面：台灣藍鵲、白頭翁、綠繡眼、五色鳥、松鼠及蛙類等。 	

表4.2.1 北安路501巷雞南山邊坡整治工程(續)

項目	照片	說明
案例照片		<p>如有土石流潛在危機的邊坡，均有設立此告示牌。而本處邊坡尚未整治前，確實有發生土石流的情形。</p>
		<p>雖然疊塊式模鑄面板不是天然材料，但在景觀的協調性還算不錯，如果當地沒有適合的天然材料，本工法是為不錯的選擇。</p>
		<p>將整治成功的邊坡開闢成公園或休憩的園區，讓人們有休閒的好去處，享受大自然的洗禮。將原本生人勿近的邊坡，成為郊遊嬉戲的人間天堂。</p>

表4.2.2 台110縣道32K+700段納莉颱風崩坍地修復工程

項目	說明內容	
案例位址	案例位址	台北縣三峽鎮
	所屬公路	台110縣道32.7K附近
治理緣起	<p>本處邊坡曾於八十九年十月底象神颱風侵襲時導致山坡地滑動坍塌，之後重新施作重力式擋土牆，再加設防落石之鋼軌柵欄，並已於九十年三月完工，九十年九月再度遭逢納莉颱風侵襲時，山坡地再度坍塌沖毀擋土牆，因而需有效整治再度嚴重坍塌邊坡。於規劃設計時考量坡面裸露已影響水土保持及兼顧山坡地美化，遂採景觀加勁噴植植生擋土牆及複合式加勁格網毯邊坡植生之生態工法設計為原則辦理修復。</p>	
施工概述	工程總價	新台幣11,852,000元
	施工總長	72公尺
	工程期限	80日曆天
	開工日期	91/6/15
	預定竣工日期	91/9/2
	竣工日期	91/8/20 (提前13天完工)
施工材料	<ol style="list-style-type: none"> 1. 加勁格網 2. 規則型植生網毯 3. 複合式加勁植生格網毯 4. 速排籠 	

表4.2.2 台110縣道32K+700段納莉颱風崩坍地修復工程(續)

項目	照片	說明
案例照片		<p>這是本處邊坡目前的情況，其石籠擋土牆的部分是後來在此加勁擋土牆的旁邊再興建的，整體結構亦相當完整，所以本處邊坡有兩種工法整治的情形。</p>
		<p>這是目前此加勁擋土牆植生情形，其植生情況大致良好，但第一層植生狀況比較不理想。</p>
		<p>這是加勁擋土牆的結構，目前在結構上並無遭受嚴重破壞的情況。</p>
		<p>本處邊坡與道路在視覺景觀上是相當協調的，而且在植生情況方面亦相當良好，整體結構無遭受嚴重的破壞情形，由此可見本處邊坡的整治是相當成功的。</p>

表4.2.3 省台三線80.2K附近打樁編柵邊坡修復工程

項目	說明內容	
案例位址	所在位置	新竹縣北埔鄉
	所屬公路	省台3線80.2K附近
治理緣起	90年9月16日納莉颱風來襲，因有坡頂裂縫及豪雨沖刷，造成坡面塌滑。	
施工概述	地質狀況	邊坡長150M，高約30M，崩塌面積共4,582平方公尺。地質為崩積土層。
	修復方法	施工方式分上下兩個階段，其上段較為陡峭，以噴穩定土工法處理。而下段坡度較為平緩，則使用打樁編柵工法施作，並以挖穴鋪網植生工法及播撒草種等進行邊坡保護工程。
	工程經費	新台幣1,647,000元
	施工工期	91年3月19日～91年4月27日
	預算來源	90年度納莉颱風專案災害款

表4.2.3 省台三線80.2K附近打樁編柵邊坡修復工程(續)

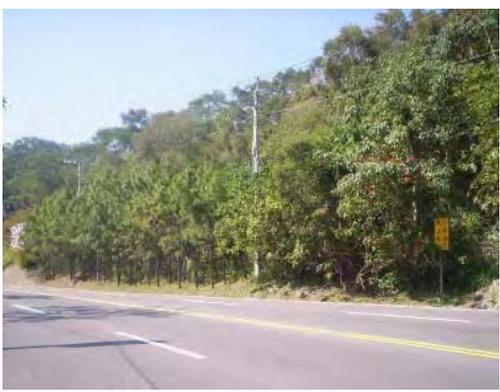
項目	照片	說明
<p>案例照片</p>		<p>這是本邊坡施工前的情況，在圖中邊坡上只剩少許植物附著在邊坡上，幾乎是光禿禿的一片，如果遇到大雨就可能有嚴重的坍方。(本照片來源：公路局第一養工處)</p>
		<p>這是完工一年後的邊坡情形，還能隱隱約約看出打樁邊柵工法的輪廓，而且植生狀況相當良好。(本照片來源：公路局第一養工處)</p>
		<p>目前此處邊坡已經長滿了茂密的植物，且邊坡坡址已有種植高大的樹木，完全看不出這原本是光禿禿、了無生氣的邊坡。</p>
		<p>高大的樹木已由工務人員種植，樹的後方邊坡也已經長滿茂密的植物，於景觀視覺上是相當協調的。</p>

表4.2.4 木柵路五段西側擋土牆植栽工程

項目	照片	說明
案例照片		<p>這是台106縣道，亦是木柵路五段邊坡情形。本處邊坡是以格框客土袋植生的工法施作，於坡趾可明顯看出混凝土格樑的配置結構。整體而言，植生情況相當良好。</p>
		<p>這是混凝土格樑配置情況，將混凝土格樑配置成如九宮格一般，並在每格中進行植生，等待植物生長完成後，即可有如原始邊坡的情況。</p>
		<p>這是本處邊坡上所生長的植物，植物種類繁多且茂密，符合多樣性的原則。</p>
		<p>雖然本處邊坡也使用了混凝土，但本處在邊坡和公路的視覺景觀上是相當協調的。只要植生狀況良好，也可以作出有混凝土的生態性擋土牆。</p>

表4.2.5 茄苳景觀大道3K附近景觀式重力擋土牆

項目	照片	說明
案例照片		<p>在茄苳景觀大道上的道路邊坡穩定上，用了許多這種擋土牆，尤其是在指標2.5K~3.5K處用得最多。而本擋土牆外觀相當類似框條擋土牆。</p>
		<p>這是景觀式重力擋土牆的植生情形，植生情況相當良好。</p>
		<p>景觀式重力擋土牆的植生方法是在重力擋土牆的牆面上施作混凝土格樑，在格樑上客土並噴灑草種。</p>
		<p>某些地區的地質狀況不適合以生態工法擋土牆施作，須以傳統制式的重力擋土牆施作才能達到安全的目標，如果將重力式擋土牆作個景觀上的修飾，亦可達到安全與景觀雙贏的目標。</p>

表4.2.6 茄苳景觀大道4K處格框客土袋植生

項目	照片	說明
案例照片		<p>這是茄苳景觀大道4K右側的格框客土袋植生邊坡，目前植生情況相當良好。</p>
		<p>將混凝土排列成如九宮格狀況，並將客土袋放置於格中，而植物即從客土袋長出。</p>
		<p>這是客土袋植生情形，此係由客土袋內包附植生草種，之後植物由客土袋內生長出來。</p>
		<p>雖然本工法仍然使用混凝土，但客土袋的植生效果的發揮，可以增加與週遭環境的協調性。</p>

表4.2.7 茄苳交流道附近公路邊坡

項目	照片	說明
案例照片		<p>前方為往峨嵋方向之茄苳景觀大道，其與左方邊坡植生現況搭配，在景觀上視覺感覺亦相當良好。</p>
		<p>將茅草鋪設於坡面上，固定後並施以植生草種。而目前有少許植物生長。</p>
		<p>本案例中之一小部分是植生較不成功的地方，亦即位於茄苳景觀大道往峨嵋方向的邊坡上有茅草脫落的情形。</p>
		<p>此為下交流道往中華大學方向，搭配右方邊坡植生情況，在視覺景觀上感覺良好。</p>

表4.2.8 苗61縣道打樁編柵工法

項目	照片	說明
案例照片		<p>由照片得知，坡面穩定工程之完工日期不久，可明顯看出其打樁編柵施作結構之情形。</p>
		<p>右邊是縱向排水溝，尚未發現有植物生長，顯然本案例剛完工不久，因可明顯看出打樁編柵工法的整體結構。</p>
		<p>此係由縱向排水，導向橫向排水之排水方式。</p>

表4.2.9 苗58縣道石籠護坡

項目	照片	說明
案例照片		<p>由照片顯示知，有一小段石籠已扭曲，而下方有一小片擋土牆已發生倒塌，右方石籠亦有下陷的現象，石籠擋土牆的左半段則相當完好。</p>
		<p>由照片可以看出左半段位置遭受破壞，右半段石籠被後方土壤推移，使一小段擋土牆倒塌。</p>
		<p>這是石籠擋土牆遭破壞的近照，可明顯看出後方土壤的推力相當大，並且發生沉陷的情形。</p>
		<p>這是石籠上石頭的排列近照，這一段已受到些許破壞，後方土壤有向前推移的趨勢，但大致上結構還算完整。</p>

表4.2.10 台149縣道18K附近掛網噴植法邊坡整治

項目	照片	說明
案例照片		<p>這是本邊坡整治前的面貌，由圖上可明顯看出，邊坡上光禿禿的一片，且有被洪水侵蝕的痕跡。</p>
		<p>崩塌處已經由綠色植物生長附著，和周圍的環境已融為一體，視覺景觀相當良好。(照片來源：公路局第二養工處)</p>
		<p>邊坡整治三年後，左半邊邊坡目前的植生情形。</p>
		<p>在340公尺前的邊坡亦是以掛網噴植工法施作，目前邊坡植生情況亦相當良好。</p>

表4.2.11 台149乙線6K+250~500打樁編柵植生工程

項目	照片	說明
<p>案例照片</p>		<p>這是本處邊坡施工前的情況，大量且大塊的落石與土方停留於坡面上，如不盡速處理，會有擴大崩坍的危險，道路會全被土石淹沒。(照片來源：公路局第五養工處)</p>
		<p>這是邊坡修復後的情形，植生狀況相當良好，與環境的協調性亦佳。(照片來源：公路局第五養工處)</p>
		<p>自從七二水災後，本處邊坡遭受大量土石破壞，坡面被土石與洪水割成一道道的蝕溝，受損情況相當嚴重，目前仍然在進行邊坡修復的工作。</p>
		<p>目前本處邊坡交由雲林縣政府進行邊坡修復的工作，工程地點為古坑鄉之草嶺村，工程名稱是敏督利颱風災害邊坡修復工程。</p>

表4.2.12 台149甲線36.1K附近石籠護坡

項目	照片	說明
案例照片		<p>這是建築在重力式擋土牆的石籠擋土牆，這是因為原擋土牆未遭受破壞，但是要增加其高度，利用石籠往上增高的方法，具有經濟原則。</p>
		<p>在圖上可以看出石籠牆上方雜草叢生，可見植生情況相當良好。</p>
		<p>目前本處邊坡無遭受破壞的情形，是相當安全的狀況。</p>

表4.2.13 台149甲線44.5K附近石籠護坡

項目	照片	說明
<p>案例照片</p>		<p>本處的石籠護坡和台149甲縣道36K附近的案例不同的地方，在於本處邊坡是全部由石籠施作，並不是在重力擋土牆上額外增加牆高的石籠擋土牆。</p>
		<p>所生長的植物已覆蓋了石籠牆，可見本邊坡植生情況良好，並增加了石籠擋土牆的景觀協調性。</p>
		<p>雖然有些學者認為石籠擋土牆與景觀上不具協調性，但是與光禿禿的混凝土牆相比，仍有多空隙的空間可讓動植物生存，故只要在牆上多加植物覆蓋，即可增加景觀協調性。</p>

表4.2.14 嘉義梅山149甲縣道54.5K附近砌石擋土牆

項目	照片	說明
案例照片	 <p>上</p>	<p>這是以乾砌石石塊所構築而成的擋土牆，此工法的施作相當迅速，惟在當地須有大量且大塊的石塊。</p>
		<p>這是本處砌石擋土牆的結構。大致而言，砌石擋土牆的下半部石塊通常較大，主要是承受上方石塊的重量與牆後土壤的推力。</p>
		<p>乾砌石的排列原則，是在某個石塊周圍以幾個石塊包圍而成。以本案例而言，是六圍砌的砌石方法。</p>
		<p>利用石塊堆砌的擋土牆中，有著多孔隙的空間足以可讓動植物生長。生態配合度頗為良好，待植物生長以後，視覺景觀就可大大提升。</p>

第五章 問卷結果的分析與檢討

5.1 前言

本章所要敘述的是問卷結果的分析與檢討。問卷回傳以後，需作統計與分析，以了解學習者對於本設計課程的學習成效，並可作為本教學系統現階段與未來調整的依據。本問卷共分為兩個部分，分別為試題測驗與問卷調查，本章於第二節與第三節中，分別說明試題測驗及問卷調查的統計分析結果，然後在第四節作個總結。

5.2 試題測驗分析結果

本試題測驗回傳份數為 51 份，以下各個圖表為統計分析結果：

表 5.1 試題測驗分數原始統計表

分數	人數
40	1
50	4
60	4
70	7
80	12
90	14
100	9
合計	51

【註】本試題測驗共 10 個題目，每題 10 分，滿分為 100 分。

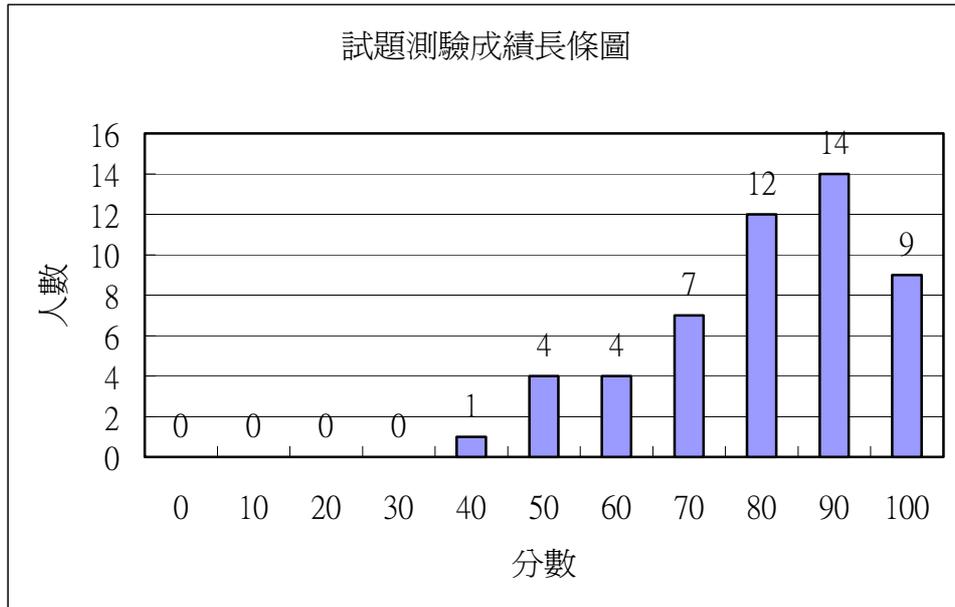


圖 5.1 試題測驗分數長條圖

【註】1. 測驗結果：參與測驗人數共 51 人，平均分數為 80.2 分。

2. 計算公式：平均分數 = $\frac{\sum(\text{所得分數} \times \text{該分數的人數})}{\text{總人數}}$ 。

表 5.2 各題答題情況統計表

題號	答對人數	答錯人數
1	44	7
2	44	7
3	41	10
4	39	12
5	44	7
6	43	8
7	39	12
8	36	15
9	41	10
10	40	11

【註】在 51 位接受測驗者中，平均每題答錯人數約為 10 人

■ 第 1 題：下列對於生態工法的敘述何者**正確**？

正解：(1) 生態工法並非是絕對安全的，需因地制宜

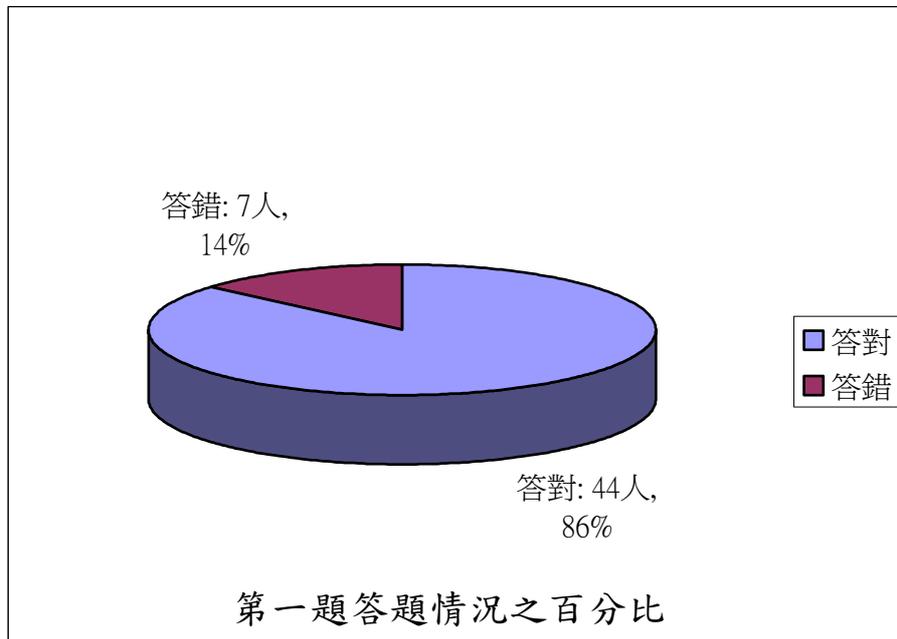


圖 5.2 第一題答題情況百分比立體圓形圖

■ 第 2 題：生態工法源自哪裡？

正解：(1) 歐洲德國與瑞士

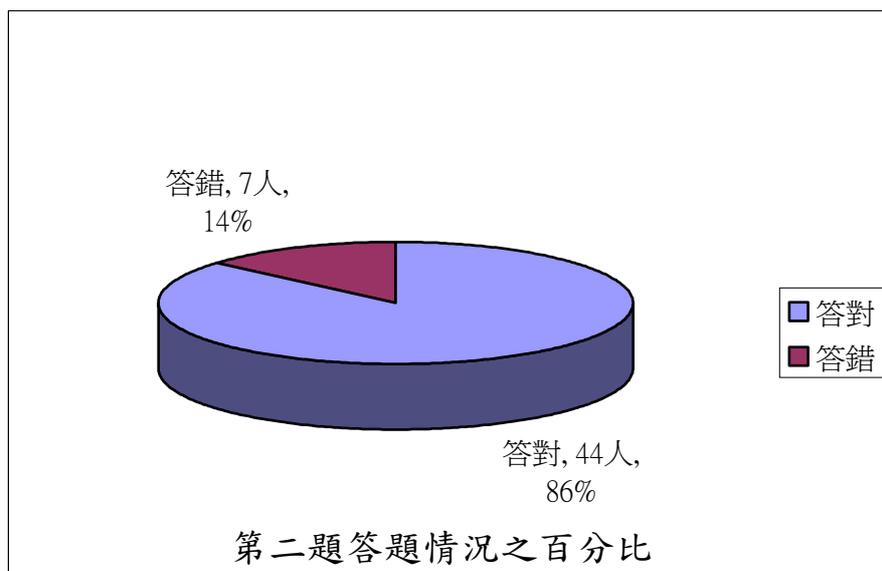


圖 5.3 第二題答題情況百分比立體圓形圖

- 第 3 題：依照公共工程委員會對道路邊坡處理原則的定義下列敘述何者有誤？

正解：(2) 以高填土路堤邊坡方式興建道路

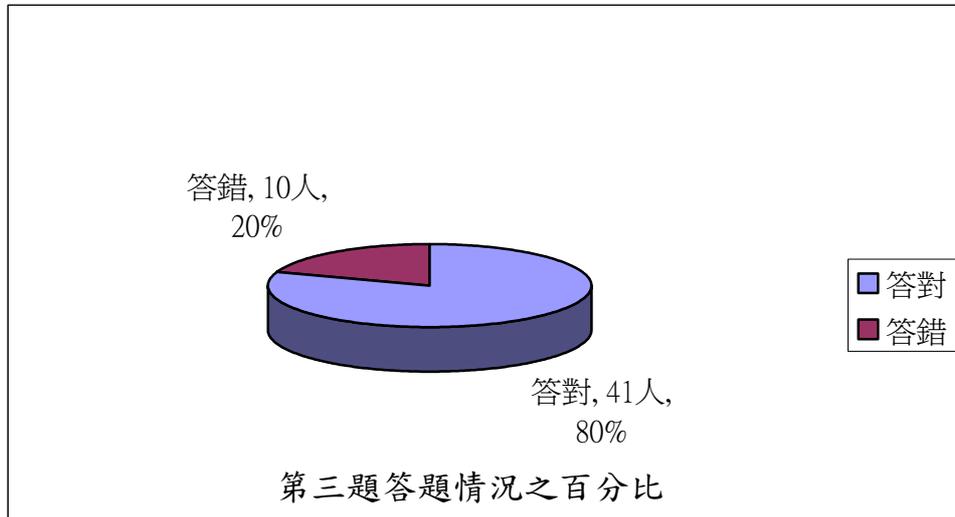


圖 5.4 第三題答題情況百分比立體圓形圖

- 第 4 題：目前對於台灣生態工法的推行情況的描述下列何者正確？

正解：(4) 推行只有數年，只在起步階段

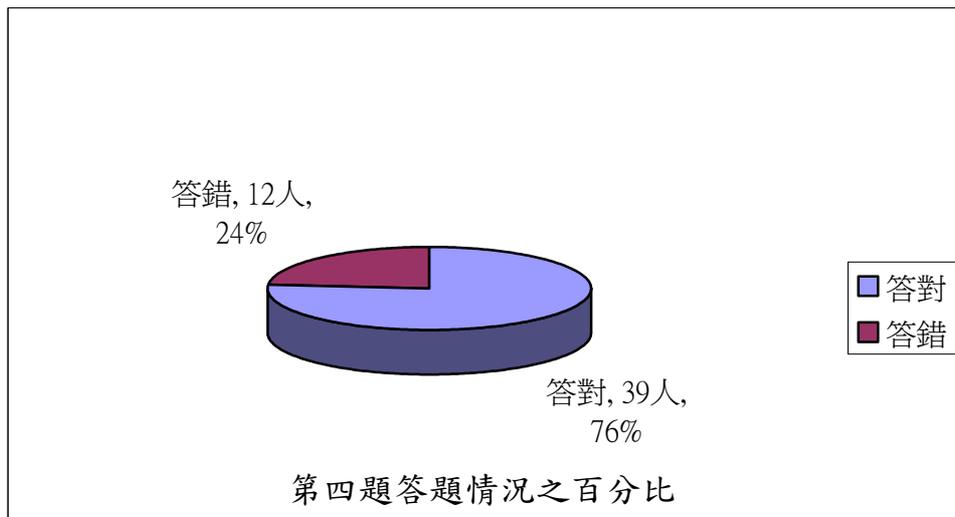


圖 5.5 第四題答題情況百分比立體圓形圖

■ 第 5 題：砌石擋土牆的排列堆砌方法不包含哪一項？

正解：(4) 八圍砌

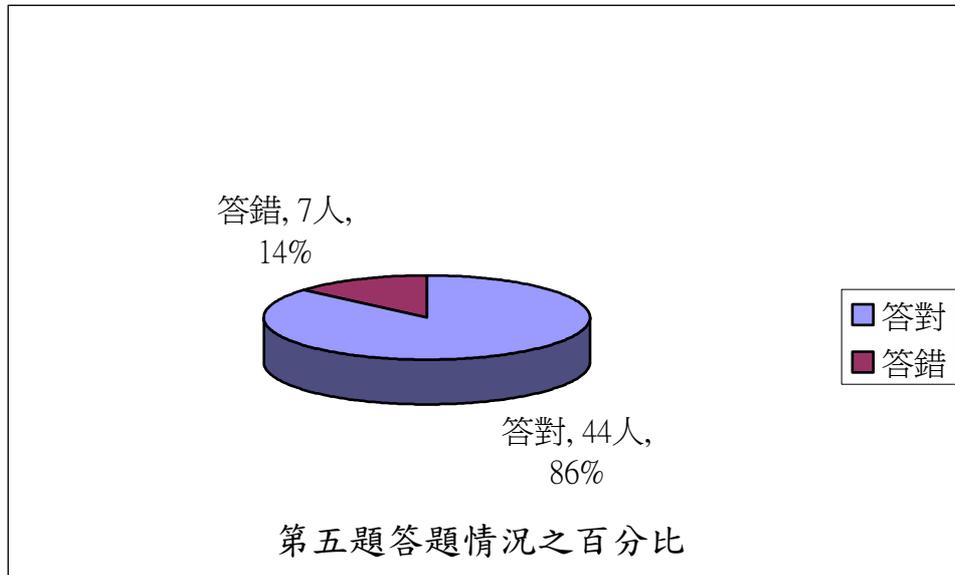


圖 5.6 第五題答題情況百分比立體圓形圖

■ 第 6 題：對於打樁編柵工法適用性的敘述下列何者正確？

正解：(3) 邊坡有深層滑動者本工法不適用

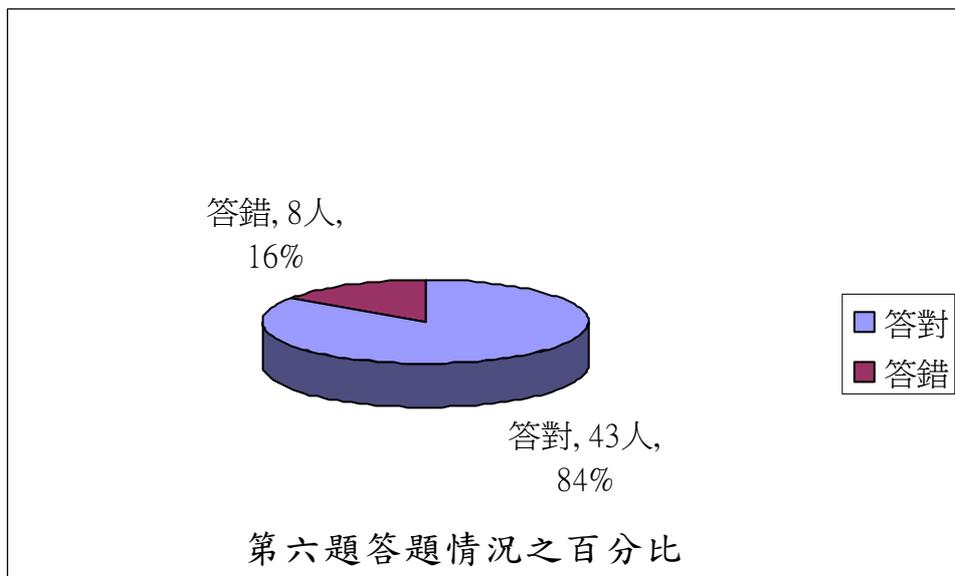


圖 5.7 第六題答題情況百分比立體圓形圖

- 第 7 題：對於加勁擋土牆的優缺點的描述，下列敘述何者有誤？

正解：(2) 不必考慮排水問題

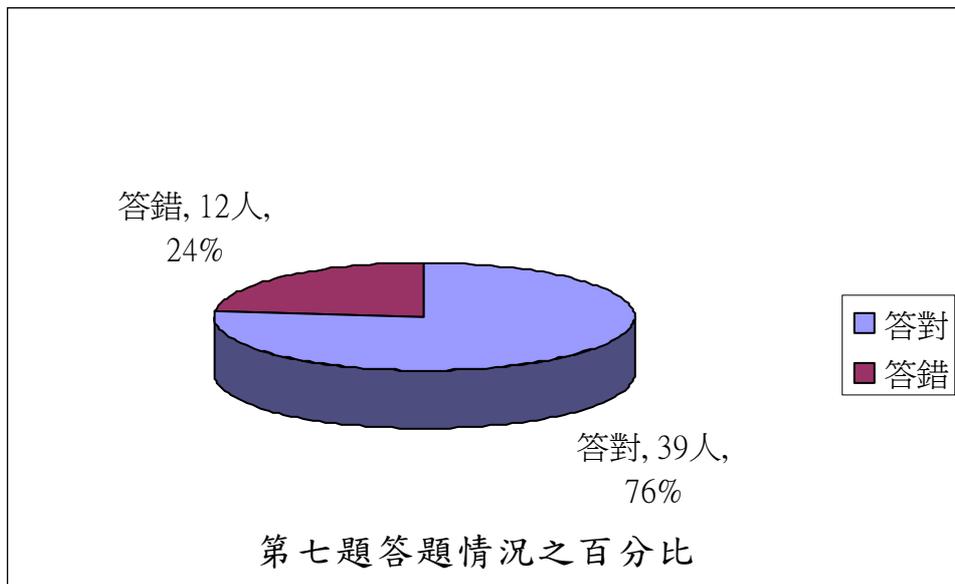


圖 5.8 第七題答題情況百分比立體圓形圖

- 第 8 題：下列四項是加勁擋土牆設計分析步驟，哪一項是錯誤的？

正解：(1) 首先求出土壤的靜止土壓力

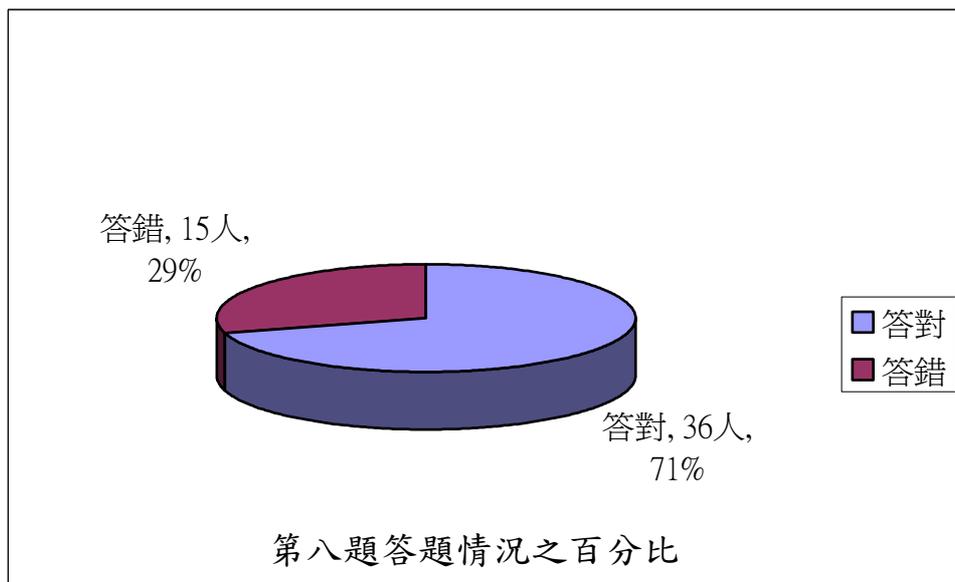


圖 5.9 第八題答題情況百分比立體圓形圖

- 第 9 題：關於台北市北安路雞南山邊坡案例中，下列敘述何者正
確？

正解：(2) 本邊坡地質構造屬於砂頁岩互層，順向坡的型態

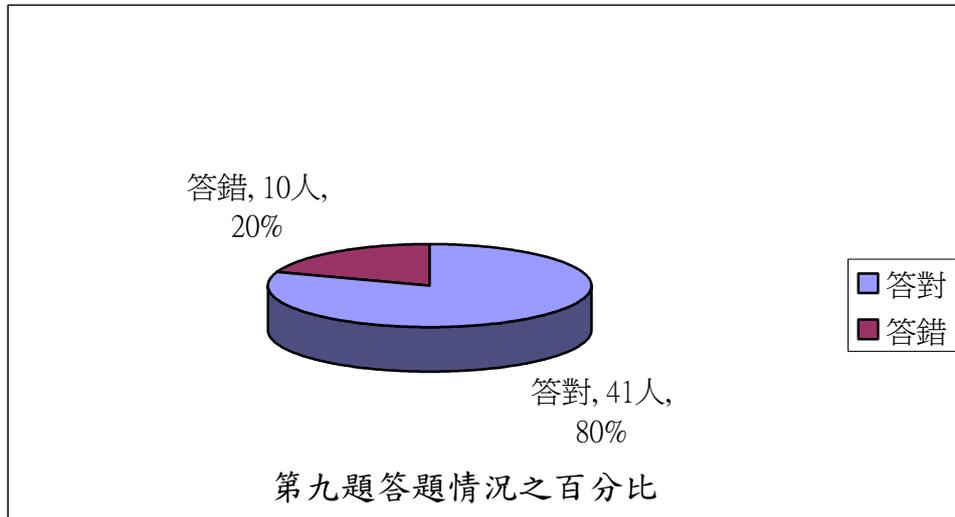


圖 5.10 第九題答題情況百分比立體圓形圖

- 第 10 題：新竹茄苳景觀大道 3k 附近邊坡擋土牆，是以何種工法
施作？

正解：(3) 景觀式重力擋土牆

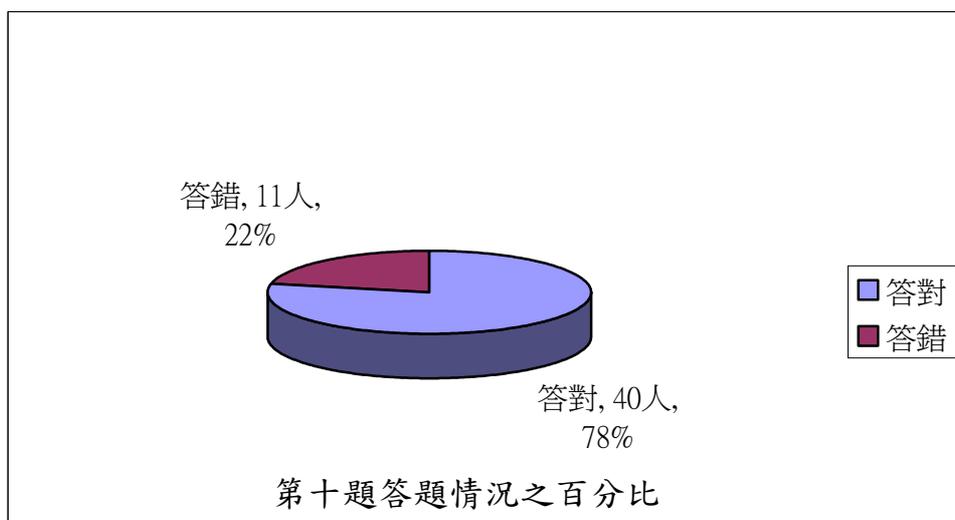


圖 5.11 第十題答題情況百分比立體圓形圖

5.3 問卷調查分析結果

本問卷回傳份數為 51 份，以下各圖表為分析之結果：

表 5.3 16 項滿意度調查項目原始回傳統計結果

調查項目	非常滿意	滿意	尚可	不滿意	非常不滿意
一	28	23	0	0	0
二	31	20	0	0	0
三	20	22	9	0	0
四	24	22	5	0	0
五	23	18	10	0	0
六	21	19	10	1	0
七	20	18	13	0	0
八	19	19	13	0	0
九	22	21	8	0	0
十	22	27	2	0	0
十一	14	20	16	1	0
十二	24	25	2	0	0
十三	21	27	3	0	0
十四	24	21	6	0	0
十五	26	18	7	0	0
十六	26	21	4	0	0

- 【註】 1. 網路問卷中的「非常同意」與上表中的「非常滿意」意義相同，餘依此類推。
2. 上表中之數字的單位：票(人)。

■ 問題一：您對本網站之生態工法概論課程內容的滿意程度為何？

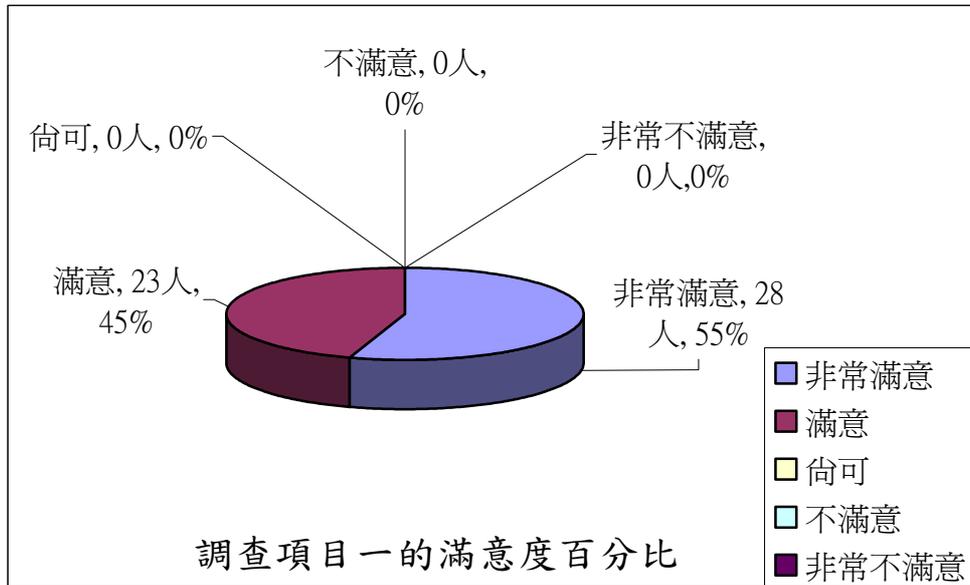


圖 5.12 調查項目一之滿意度百分比立體圓形圖

■ 問題二：您對本網站中之工法介紹課程內容的滿意程度為何？

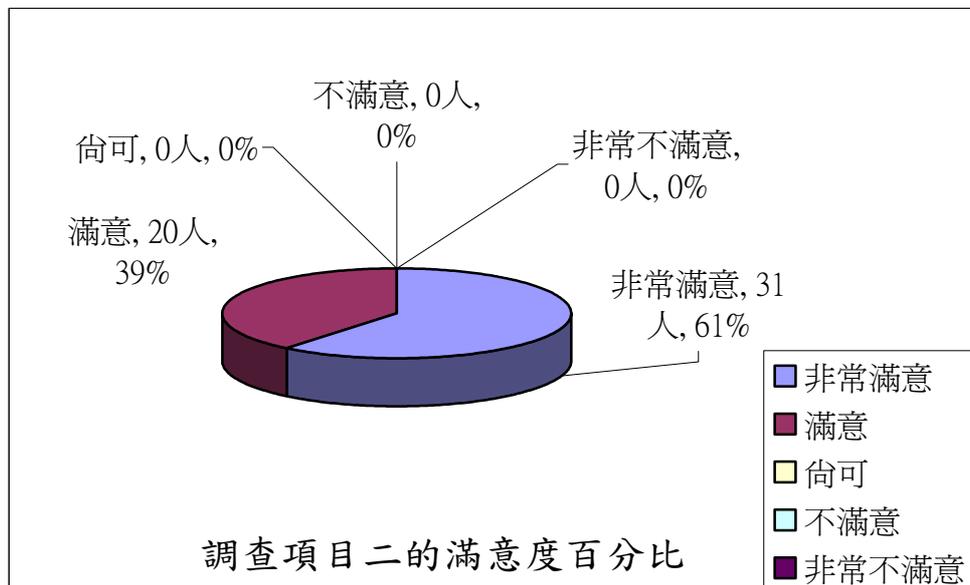


圖 5.13 調查項目二之滿意度百分比立體圓形圖

■ 問題三：您對於加勁擋土牆設計分析簡介課程內容的滿意程度為何？

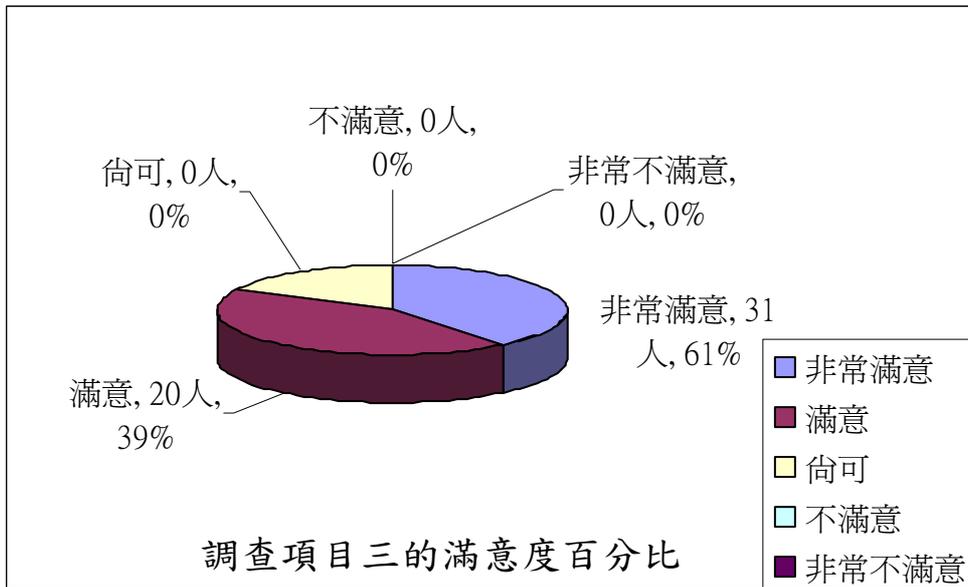


圖 5.14 調查項目三之滿意度百分比立體圓形圖

■ 問題四：您對本網站之案例介紹整體內容的滿意程度為何？

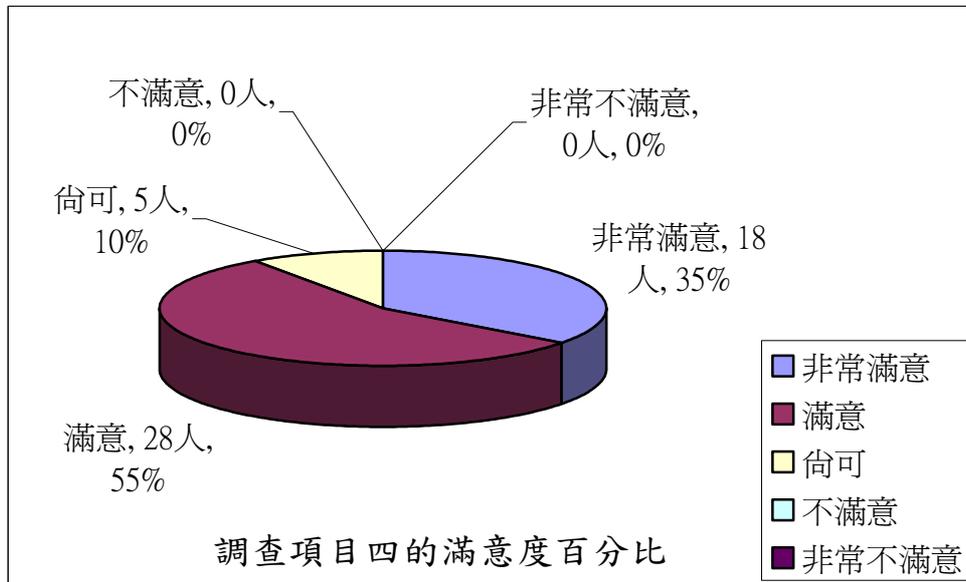


圖 5.15 調查項目四之滿意度百分比立體圓形圖

■ 問題五：您對於邊坡植物介紹整體的滿意度為何？

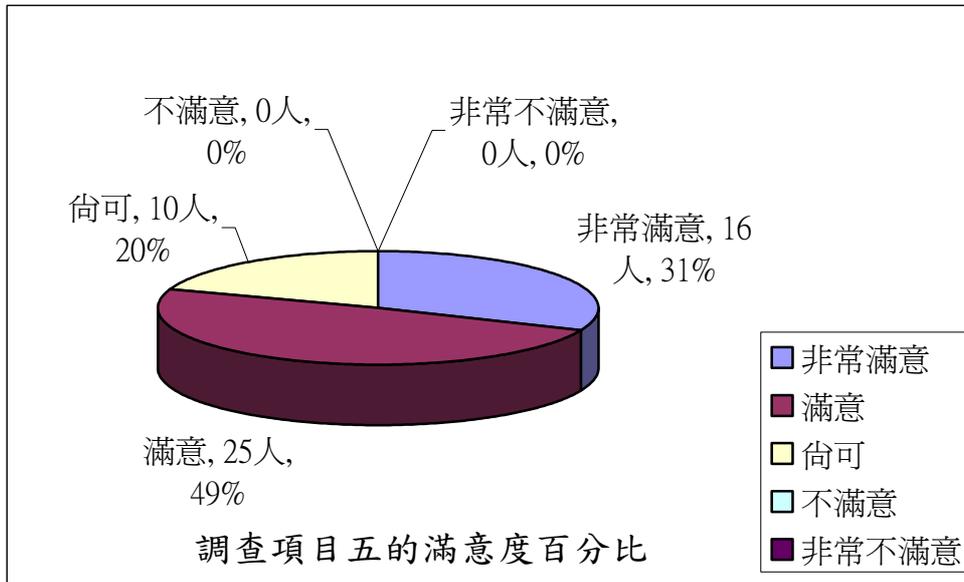


圖 5.16 調查項目五之滿意度百分比立體圓形圖

■ 問題六：您對於試題測驗的命題與作答方法的滿意程度為何？

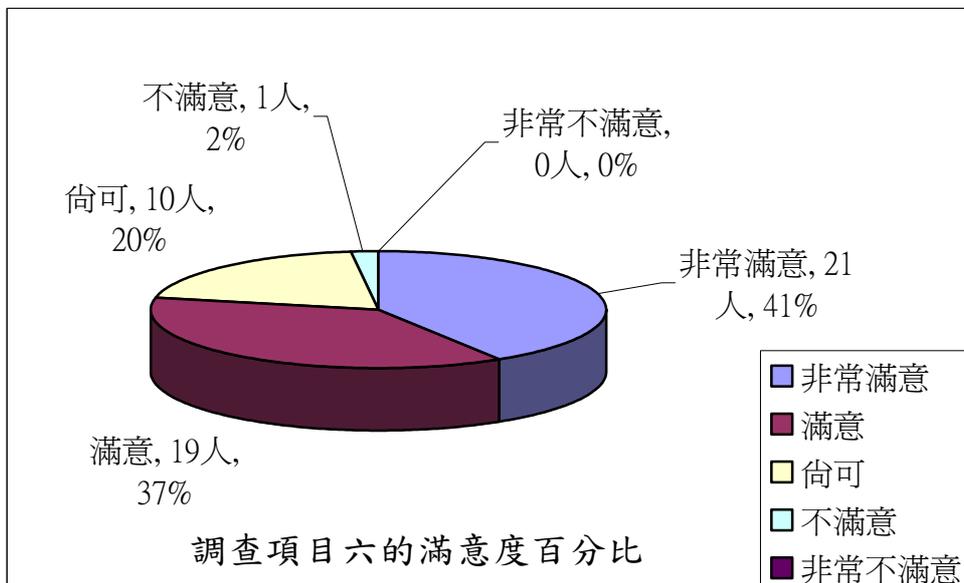


圖 5.17 調查項目六之滿意度百分比立體圓形圖

■ 問題七：您對本網站之教材內容所呈現順序合乎學習需要之滿意程度為何？

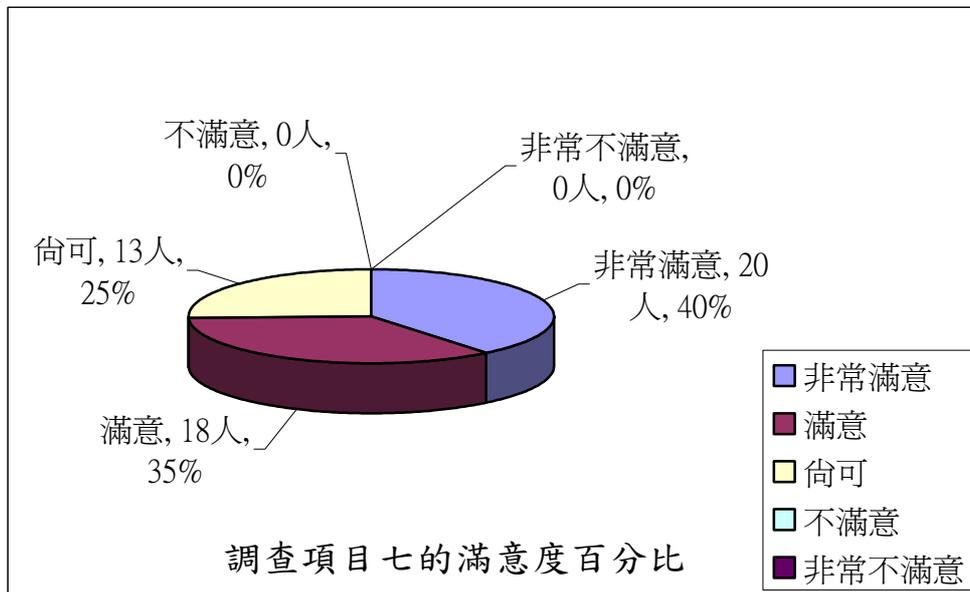


圖 5.18 調查項目七之滿意度百分比立體圓形圖

■ 問題八：您對本網站教材內容精確符合專業要求之滿意程度？

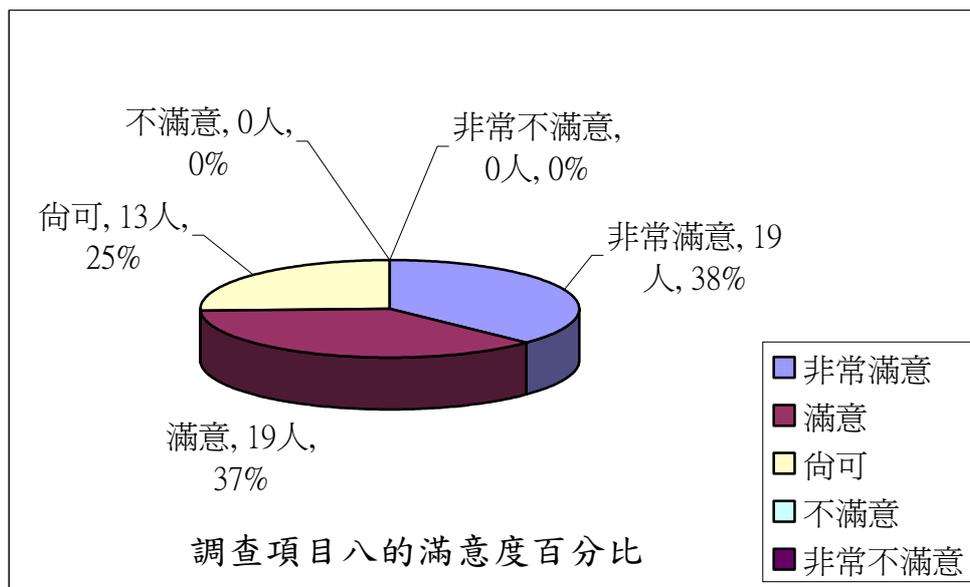


圖 5.19 調查項目八之滿意度百分比立體圓形圖

■ 問題九：您對本網站之內容表達，能維繫學習者的興趣與注意的滿意程度為何？

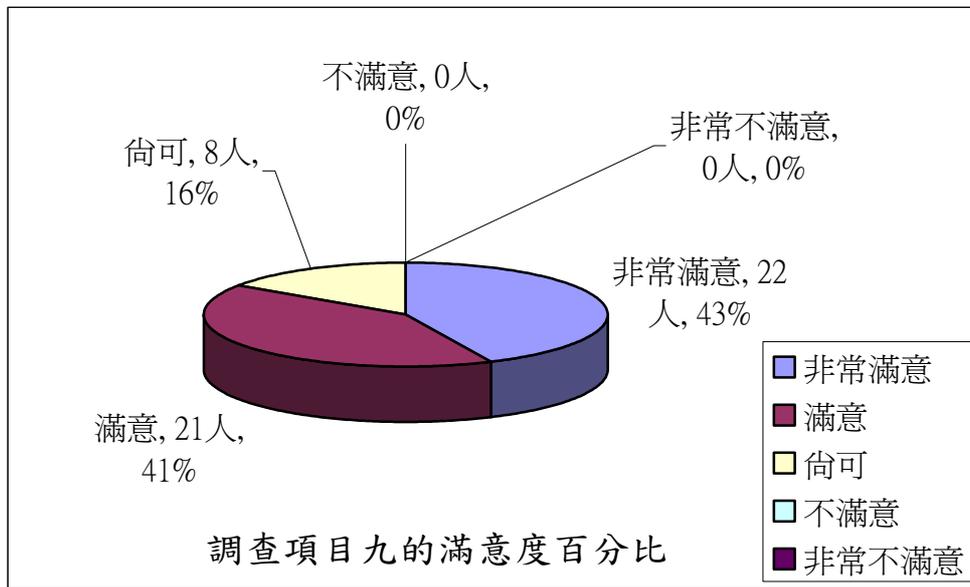


圖 5.20 調查項目九之滿意度百分比立體圓形圖

■ 問題十：本網站結合了動畫、文字、音訊、影像等媒體，對您學習效果的提升其滿意程度為何？

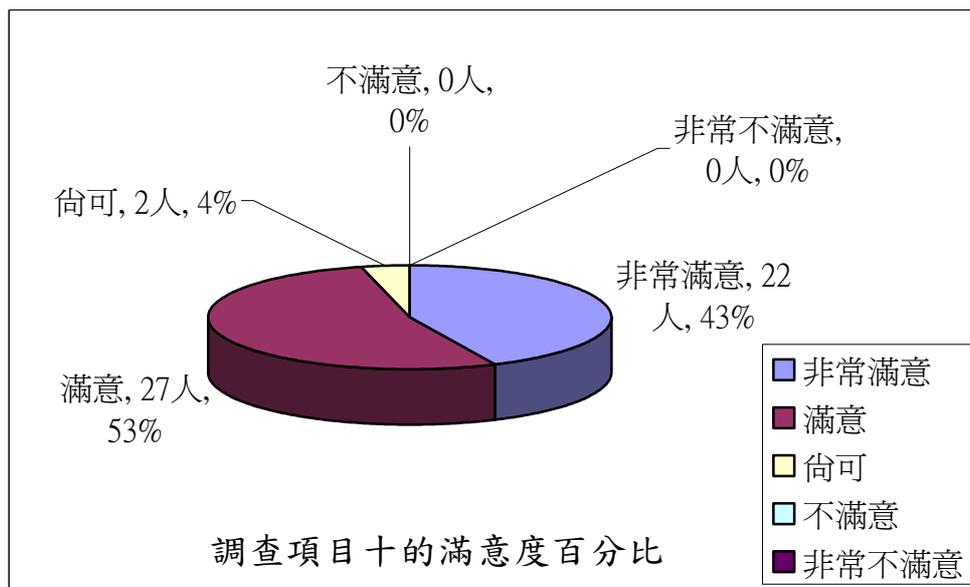


圖 5.21 調查項目十之滿意度百分比立體圓形圖

■ 問題十一：您對本網站之前進、後退、向上、跳出、回主選單等主要功能之按鈕其滿意程度為何？

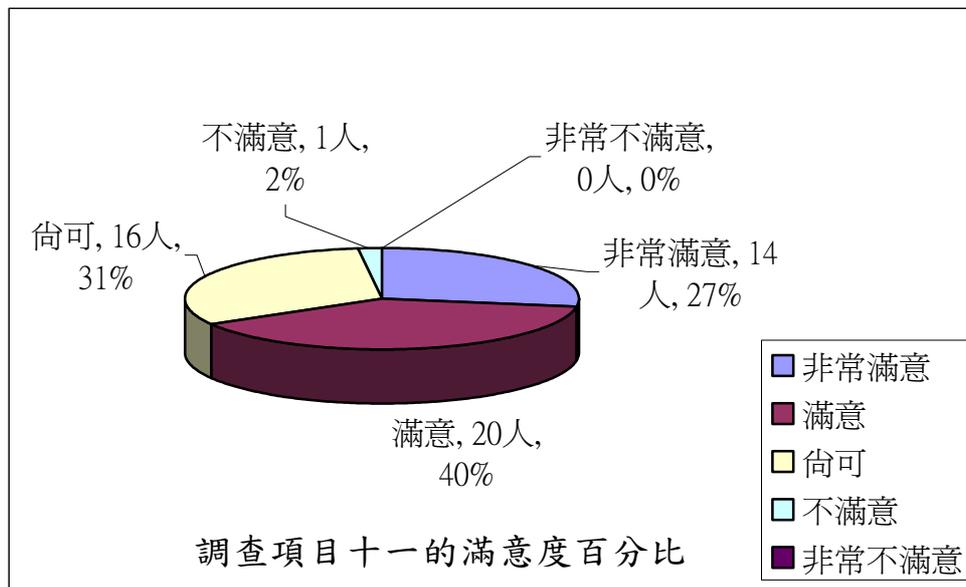


圖 5.22 調查項目十一之滿意度百分比立體圓形圖

■ 問題十二：您對本網站之圖片或影音訊品質之滿意程度為何？

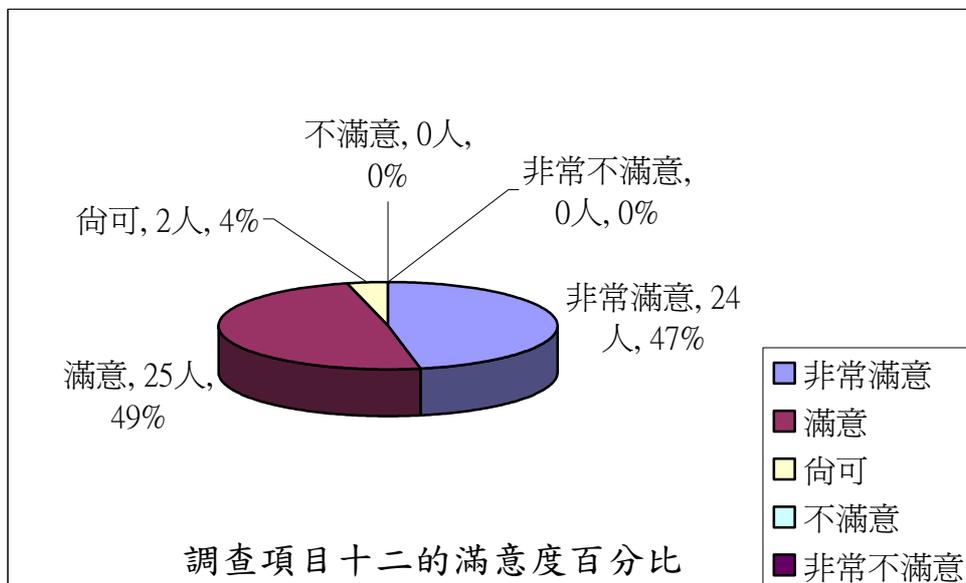


圖 5.23 調查項目十二之滿意度百分比立體圓形圖

■ 問題十三：您對於本教材的動畫製作之文字字體大小、動畫畫面的清晰度的滿意度為何？

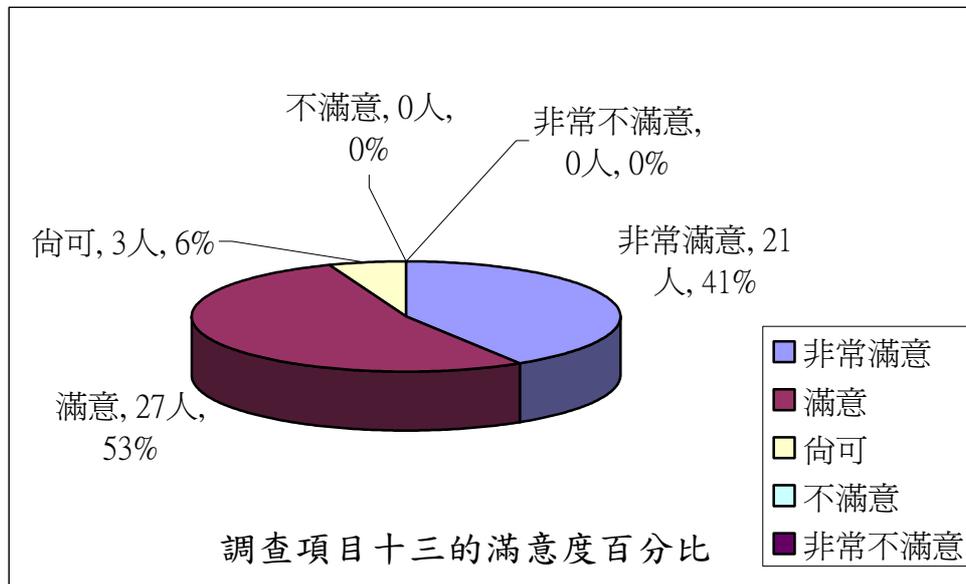


圖 5.24 調查項目十三之滿意度百分比立體圓形圖

■ 問題十四：您對於本網站的網頁製作編輯(含圖片、音樂、文字的編排)之滿意程度？

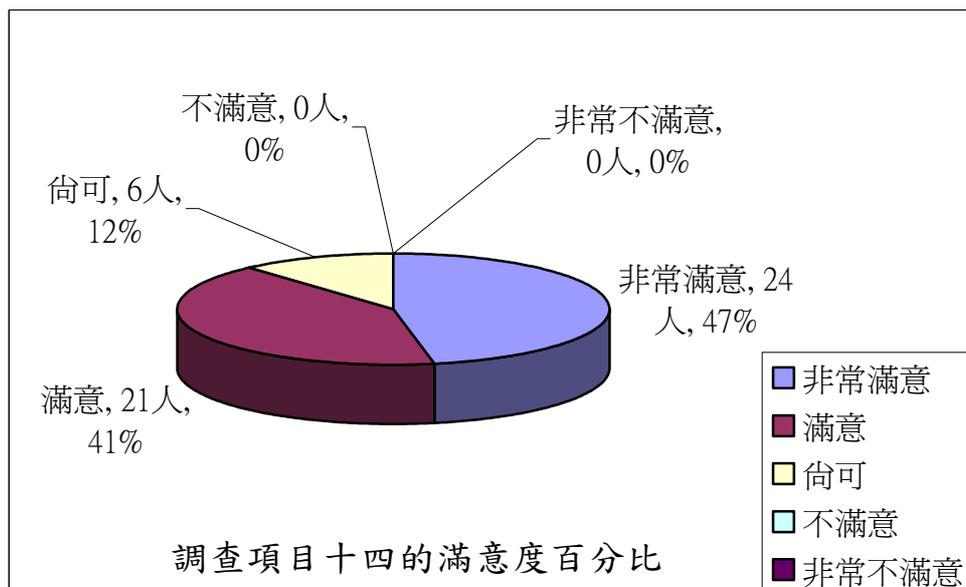


圖 5.25 調查項目十四之滿意度百分比立體圓形圖

■ 問題十五：您對於本網站教材編輯整體的創意性滿意程度為何？

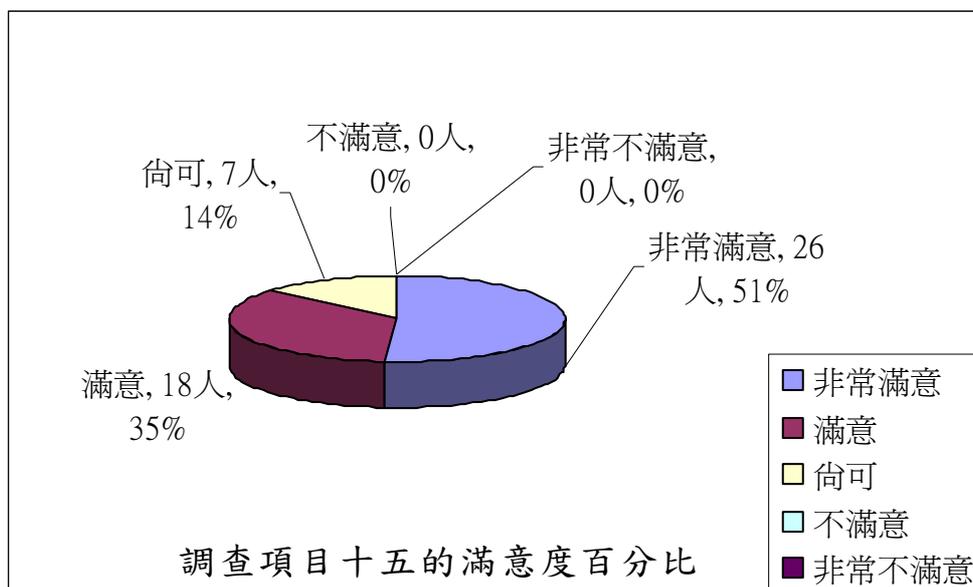


圖 5.26 調查項目十五之滿意度百分比立體圓形圖

■ 問題十六：您對於本網站教材的整體滿意度為何？

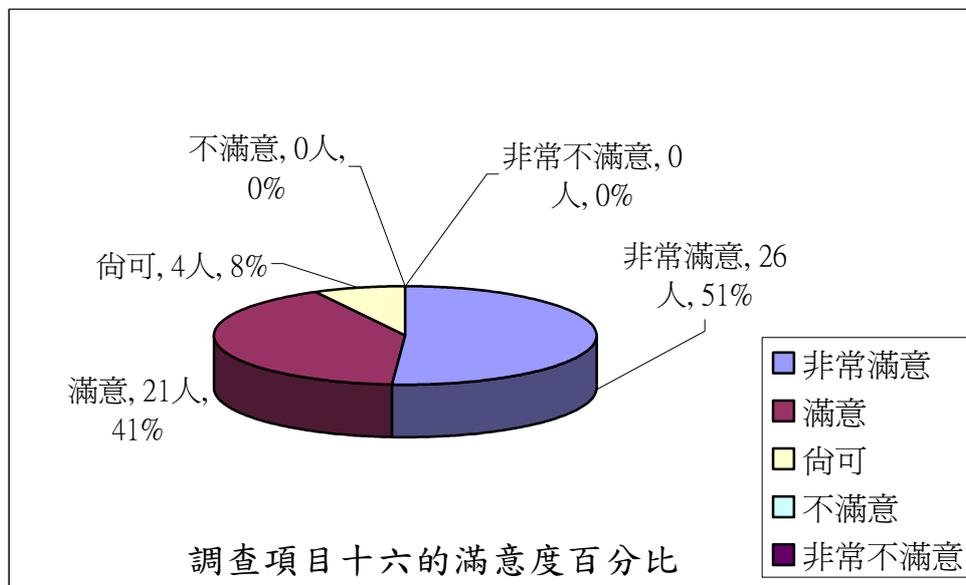


圖 5.27 調查項目十六之滿意度百分比立體圓形圖

5.4 結語

本研究所設計之網路問卷系統，共分為試題測驗及問卷調查兩部分，問卷回傳份數為 51 份，經研判後全為有效問卷。而在試題測驗部分的統計結果方面發現，51 人的平均成績為 80.2 分，成績等級屬 B 級(註一)，可見題目難易適中。而在答題狀況方面發現，平均每題答錯人數約 10 人，其中第 4、7、8、10 題答錯的人數較多，可能的原因是題目有些許陷阱，如讀題不慎可能造成答錯題目。

而在問卷調查結果方面發現，在十六項調查項目中，對於各項調查項目給予正面評價的(非常滿意~滿意)約佔總問卷人數百分比的 80%以上，其中給予非常滿意的百分比部分為 40%~60% 之間；而評價為尚可的部分約佔 25%以下。惟在第十一項調查項目中，正面評價的只有 67%，而評價為尚可的約佔 31%，可見本教學系統在這項調查項目方面表現平平，應需要加強的地方。而給予負面評價的(不滿意~非常不滿意)部分約佔 2%，本系統已經針對此部分的缺失作改善。

【註一】一般以英文字母評等成績的評等方法如下：

“A”級為 100~90 分；“B”級為 90~80 分；“C”級為 80~70 分；“D”級為 70~60 分；“F”級為不及格！

第六章 結論與建議

本網路教學系統係將多媒體技術應用於公路邊坡生態工法之多媒體教材的製作。本教材之編輯係以Flash MX 2004為編輯平台，將所蒐集到之有關公路邊坡生態工法的文獻與案例，製作成寓教於樂之互動式多媒體教學系統，以吸引各界使用本教材。為推廣研究成果，亦以Dreamweaver MX 2004為網頁編輯平台，將各項研究成果一一安置在網站上。所完成之邊坡生態工法的多媒體教材，可供對本教材有興趣的學生或學者專家，一個值得參考的遠距教學或數位學習資料來源。本教學系統特色之一為有編製網路測驗試題，可以簡單地測驗使用者對所安排課程的瞭解程度。關於問卷調查之實施，是擬探討使用者對本教學系統之各項課程安排的使用滿意程度，以做為現階段及下一階段改進教材內容時之參考。

6.1 結論

1. 文獻蒐集與整理

首先擬定教材的適用層級，並決定教材的內容與方向。係花費近兩年的時間蒐集有關生態工法的案例與文獻，選定台灣中、北部地區共十四處公路邊坡使用生態工法的相關案例資料，以增進研究成果之實用價值。

2. 現地踏勘與拍攝工作

本研究共花費近一年的時間做現地踏勘與拍攝工作。首先，確立各案例之交通路線，係以網路電子地圖為指南，以順利到達各個案例之現地，並以數位相機及數位攝影機實地紀錄現地邊坡案例目前的狀況，進而瞭解該處邊坡使用生態工法的成效。之後將所紀錄的現地圖像或影像處理成可茲應用之數位檔案類型，再將呈現內容予以標準化。希藉此十四處邊坡案例現地資料的介紹，讓學習者瞭解邊坡生態工法的真正精神。

3. 軟體的使用

本研究係以Flash MX 2004為多媒體教材製作平台，於網頁編輯方面則是以Dreamweaver MX 2004為網頁編輯平台，建構出公路邊坡生態工法之教學內容，研究內容主要是以陳素芬(2003)的研究為基礎，再將各項研究成果予以數位化，使本教材能於網路上快速傳輸，所設計之互動介面、超連結特性等，可使學習內容活潑有趣。

4. 多媒體製作成果方面

(1)在教材製作理念方面，是以寓教於樂為原則，故在每個教學單元之前，均安排一個簡短的動畫，以吸引學習者的目光。另外，本教學系統改變了傳統PowerPoint投影片簡報方式，係以滑鼠翻頁方式呈現教材內容為主軸，讓學習者感受到在電腦螢幕前也能有書香氣

息，不再是上一張下一張的傳統投影片之教材呈現方式。

(2)既然是談生態工法，所以生態方面的認識是不可或缺的一環，故本教學系統增加了邊坡植物介紹的單元。希藉由本單元之介紹，讓學習者對於公路邊坡植生的植物種類有更進一步的認識，進而瞭解植栽設計如何與當地自然環境搭配，以順應當地的條件，學到生態工法的本意。

5. 網路試題測驗

為了瞭解使用者使用本教學系統之後，對於課程內容的瞭解程度，故在本教學系統後設有網路試題測驗。根據51位學習者回傳統計結果，51位學習者測驗成績為80.2分。換句話說，10題測驗題中平均答對了8題，故成績評等為B級，可見學習成效良好。

6. 問卷調查成果方面

(1)問卷調查的實施，係以網頁問卷調查方式進行，該問卷能涵蓋數位學習及對生態工法認知的所有範圍，問卷時盡量避免假設性的問題及斷定性問題。為了確實掌握問卷之有效性，避免學習者漏答或是跳題情形等，故在網頁編輯方面，是到Macromedia公司網站，下載一套名為checkform.msp的程式。它是Dreamweaver的擴充程式，安裝之後，可在Dreamweaver行為面板作問卷表單的驗證，如此線上網路問卷可以藉由系統即時檢查可能發生的輸入錯誤，避免產生

無效的問卷。

(2)根據51位學習者問卷回傳結果可知，整體而言，對於上網學習本教學教材時，其體認與觀感都給予相當高的評價。對於各項調查項目正面的評價方面（非常滿意～滿意）普遍佔總問卷人數百分比約為80%以上，其中在非常滿意的部分約佔總問卷人數百分比40%~60%之間。而在評價為尚可的部分約佔25%以下。惟在第十一項調查項目中，正面評價只有67%，而評價為尚可者約佔31%，可見本教學系統在這項調查項目方面表現平平，為應需要加強的地方。而在負面的評價（不滿意～非常不滿意）部分約佔2%，本系統已經針對此部分的缺失作改善。

6.2 建議

1. 本教學網頁是以2D型態的方式呈現，未來可將生態工法相關資料以3D方式建構並呈現於教學系統中，如此更能豐富多媒體之教學內容，並有助於推廣生態工法之相關理念。
2. 本教學系統有安排生態工法的設計與分析單元，但只有針對加勁擋土牆部份的設計分析做簡介，且係以課本講義方式呈現。本單元未來的發展方向，應可多安排其他的設計與分析方法之範例介紹，並以2D或3D的方式呈現，以引導設計方式為原則，建立一套生態性擋土牆模型的互動式動畫，在課程設計者的引導下，讓學

習者親自實作設計，使能夠更深一層瞭解生態擋土牆的設計與施作模擬經驗。

3. 本系統所安排的網路試題測驗之題型只有選擇題，未來可以增加安排是非題、配合題、引導式的計算題等，並應附有精確的題目解析與討論等。
4. 本教學網站之網路問卷調查中，回傳資料係儲存於預設之電子信箱中，但若回傳的資料龐大，電子信箱恐不堪負荷。未來可建立一個資料庫，將龐大之回傳資料結果置放於資料庫中，則其儲存與管理之功能更佳。
5. 國內在生態工法的實施上尚未趨於成熟，目前的教材設計方式是以案例學習為依據，從各個整治案例中吸取他人經驗。未來可加入地理資訊系統（Geographic Information System, GIS），將邊坡的座落位置（縣市鄉鎮）、位於哪一條公路上（含公路里程）、面積、坡地植生結構、生態物種等相關地理資料整合，架構完整豐富的地理資料庫，使學習者能在地圖上以點選方式，呈現該處邊坡的基本資料、目前狀況以及當地生態環境等各種訊息，使公路邊坡生態工法之多媒體教材的建構更趨於豐富及完善。

參考文獻

- [1] Das, B. M., *Principles of Foundation Engineering*, 3rd Edition, California State University, Sacramento, USA, pp. 666~687 (1999).
- [2] Gray, D. H. and Sotir, R. B., *Biotechnical and Soil Bioengineering Slope Stabilization*, John Wiley and Sons, New York (1996).
- [3] Kemp, J. E. and Smellie, D. C., *Planning, Producing, and Using Instructional M.E.D.I.A.*, 6th ed., Harper & Row Publishers, Inc., (1989).
- [4] 王韻瑾，「110 線32k+700 納莉颱風災害崩坍修復工程－生態工法簡介」，臺灣公路工程，第30卷，第1期，第40~44頁(2003)。
- [5] 田雲鵬，「關於遠端教育中的網上資源建設和教學策略探索」，遠距教學國際學術研討會論文集 2，台北，第 89~103 頁 (2003)。
- [6] 行政院公共工程委員會網站，
<http://eem.pcc.gov.tw/natural/index.php> (2005)。
- [7] 台北市政府建設局網站，<http://www.dortp.gov.tw/> (2005)。
- [8] 交通部公路總局網站，<http://www.thb.gov.tw/> (2005)。
- [9] 交通部公路總局第一養工處網站，<http://www.thbu2.gov.tw/>
(2005)。
- [10] 交通部公路總局第二養工處網站，<http://www.thbtwo.gov.tw/>
(2005)。
- [11] 交通部公路總局第五養工處網站，<http://www.thbu6.gov.tw/>

- (2005)。
- [12] 洪維志、黃建榮、鄭紹材，「水域生態工法之品質管制」，大地工程，現代營建，第 283 期，第 23~32 頁 (2003)。
- [13] 吳采諭，<http://bc.zo.ntu.edu.tw/article/014.htm> (2005)。
- [14] 吳輝龍，「台灣治山防災推動與展望」，台日治山防災與環境生態研討會論文集，台中，第 8 頁 (2004)。
- [15] 吳瑞龍，「生態工法在公路工程之應用」，私立逢甲大學與財團法人中華顧問公司舉辦之生態工法系列講座(三)論文集，台中，第 3-1~3-15 頁 (2004)。
- [16] 吳瑞龍，「公路設施應用生態工法改善策略之探討」，私立逢甲大學與財團法人中華顧問公司舉辦之生態工法系列講座(七)論文集，台中，第 1-1~1-11 頁 (2005)。
- [17] 林信輝，「道路邊坡植生與生態工法」，私立逢甲大學與財團法人中華顧問公司舉辦之生態工法系列講座(七)論文集，台中，第 2-1~2-15 頁 (2005)。
- [18] 周南山，「邊坡保護工法與環境景觀之配合」，土木技術，第 4 卷，第 4 期，第 38~43 頁 (2004)。
- [19] 施大偉、張淑滿、馬成珉，「學校導入網路教學環境之實作策略與分析-以私立大學為例」，遠距教學國際學術研討會論文集 2，

- 台北，第 147~160 頁 (2003)。
- [20] 陳榮河、洪勇善、林世偉、莊鴻榜、林又青，「考量生態之工法研析」，土木工程技術，第 5 卷，第 3 期，第 29~40 頁 (2001)。
- [21] 陳榮河、林世偉、洪勇善，「生態考量之新工法」，土木技術，第 4 卷，第 4 期，第 29~37 頁 (2004)。
- [22] 陳素芬，「生態工法應用於國道東部公路之探討」，碩士論文，中華大學土木研究所，新竹 (2003)。
- [23] 黃秋煌、黃振嘉、徐耀賜，「生態工法於公路工程應用之研究(一)」，大地工程，現代營建，第 289 期，第 25~31 頁 (2004)。
- [24] 張偉遠，「亞洲地區開放大學網上教學的比較研究」，遠距教學國際學術研討會論文集 2，台北，第 55~74 頁 (2003)。
- [25] 黃國禎、蕭智允、葉書桓、劉翔銘、賴志群，「數位學習供應鏈所需技術之重要性分析」，遠距教學國際學術研討會論文集 2，台北，第 271~286 頁 (2003)。
- [26] 飛行者(尋夢園工作室)、張靜怡，「Flash MX 2004 新動畫概念」，文魁資訊，台北，第 1-7 頁及第 11-4~11-7 頁 (2004)。
- [27] 楊軍毅，「現代遠端教育中多種媒體教學資源的整合策略研究」，遠距教學國際學術研討會論文集 2，台北，第 287~296 頁 (2003)。

- [28] 管向群、翟學良，「多媒體技術在電大遠端教育中的應用」，遠距教學國際學術研討會論文集 2，台北，第 335~337 頁 (2003)。
- [29] 謝瑜萱，「河川生態工法之網路化互動式多媒體教學」，碩士論文，中華大學土木研究所，新竹 (2004)。

附 錄

附錄 A 公路編號原則與性質分類

A-1 公路編號要點

以下所述係依照交通部公路總局各級公路編號要點(交通部公路總局)：

■ 公路編號次序：

1. 南北向公路路線編為奇數號
2. 東西向公路路線編為雙數號
3. 支線編號(如國3甲線)，其起點應在主線上

■ 公路路線里程起算：

1. 由北向南
2. 由西向東
3. 由東北向西南
4. 由西北向東南

■ 國道公路編號：由「1」號至「99」止

■ 省道公路編號：與國道相同

■ 縣道公路編號：由「101」號開始

■ 鄉道公路編號：以「縣」為單位，自「1」號起，並冠以縣之簡稱

A-2 公路編號標誌與性質分類

公路編號標誌與分類如表 A 所示(交通部公路總局)：

表A 公路編號標誌與分類

公路等級	標誌	公路性質
國道	 國道 1 號 梅花	聯絡兩省(市)以上，重要機場、港口、國際交通、邊防重鎮等重要經濟政治中心的聯絡道路
省道	 省台 3 線 盾牌	聯絡重要縣(市)及省際之交通道路
縣道	 台 106 縣道 方塊	聯絡兩縣(市)間與重要之鄉(鎮、市)之間之道路
鄉道	 竹 22 鄉道 方塊	聯絡之兩鄉(鎮、市)之間及村里間之道路

資料來源：交通部公路總局，本研究整理。

附錄 B 試題測驗與解答

1. 下列對於生態工法的敘述何者正確？

- (1) 生態工法並非是絕對安全的，需因地制宜
- (2) 混凝土是傳統工法材料，故生態工法須完全不用混凝土
- (3) 生態工法就是萬靈丹，任何地質條件它都適用
- (4) 以上皆正確

2. 生態工法源自哪裡？

- (1) 歐洲德國與瑞士
- (2) 歐洲英國與法國
- (3) 北美洲的美國與加拿大
- (4) 亞洲的中國與韓國

3. 依照公共工程委員會對道路邊坡處理原則的定義下列敘述何者有誤？

- (1) 最少的開挖量與回填量
- (2) 以高填土路堤邊坡方式興建道路
- (3) 最少的混凝土並盡量以就地取材為原則

(4) 避開不穩定區域

4. 目前對於台灣生態工法的推行情況的描述下列何者正確？

(1) 推行雖已有數十年，但數十年來仍不盛行

(2) 推行雖只數年，但經驗累積和歐美不相上下

(3) 推行已有數十年，且經驗和歐美並駕齊驅

(4) 推行只有數年，只在起步階段

5. 砌石擋土牆的排列堆砌方法不包含哪一項？

(1) 五圍砌

(2) 六圍砌

(3) 七圍砌

(4) 八圍砌

6. 對於打樁編柵工法適用性的敘述下列何者正確？

(1) 不適用於一般土壤的挖填方坡面

(2) 對於土石的穩定性不足

(3) 邊坡有深層滑動者本工法不適用

(4) 邊坡有深層滑動者仍可適用

7. 對於加勁擋土牆的優缺點比較，下列敘述何者有誤？

- (1) 具柔性、低建造費
- (2) 不必考慮排水問題
- (3) 土工合成材料須考慮抗紫外線的問題
- (4) 施工步驟簡單及迅速

8. 下列四項是加勁擋土牆設計分析步驟，哪一項是錯誤的？

- (1) 首先求出土壤的靜止土壓力
- (2) 選用地工織物可預知容許強度
- (3) 求出各層厚度、土工織物所需長度及回包長度
- (4) 檢核擋土牆的抗傾覆、滑動及土壤承载力

9. 關於台北市北安路 501 巷的案例中，下列敘述何者正確？

- (1) 本案例是以石籠擋土牆工法施作
- (2) 本邊坡地質構造屬於砂頁岩互層，順向坡的型態
- (3) 本邊坡屬於深層崩坍，楔型滑動的破壞模式
- (4) 本邊坡的經整治後仍是生人勿近危險邊坡

10. 於新竹茄苳景觀大道 3k 附近邊坡擋土牆，是以何種工法施作？

- (1) 格框擋土牆
- (2) 格框客土袋植生
- (3) 景觀式重力擋土牆
- (4) 打樁編柵植生

答案： 1. (1) 2. (1) 3. (2) 4. (4) 5. (4)
 6. (3) 7. (2) 8. (1) 9. (2) 10. (3)

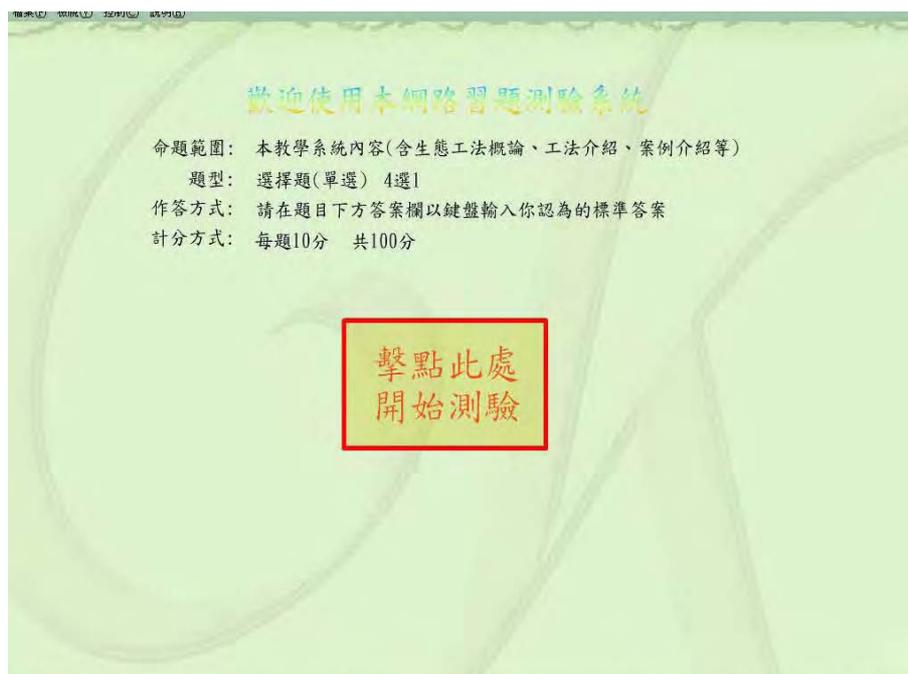
附錄 C 網路問卷調查表

網路問卷與 試題測驗

您好！我是中華大學土木所二年級研究生，欲透過本網站瞭解您對公路邊坡生態工法學習效果。本問卷分為試題測驗及問卷調查兩個部分，填寫的資料僅供學術研究之用。且試題測驗的成績完全不影響您的學業成績，煩請大家花五分鐘的時間填寫測驗及問卷，感謝您的合作！

中華大學土木研究所
指導教授：呂志宗博士
研究生：張君平

第一部分：試題測驗



第二部分：問卷調查(表 C)

問題	非常同意	同意	尚可	不同意	非常不同意
1.您對本網站之生態工法概論課程內容的滿意程度為何？	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 1
2.您對本網站中之工法介紹課程內容的滿意程度為何？	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 1
3.您對於加勁擋土牆設計分析簡介課程內容的滿意程度為何？	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 1
4.您對本網站之案例介紹整體內容的滿意程度為何？	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 1
5.您對於邊坡植物介紹整體的滿意度為何？	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 1
6.您對於試題測驗的命題與作答方法的滿意程度為何？	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 1
7.您對本網站之教材內容所呈現順序合乎學習需要之滿意程度為何？	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 1
8.您對本網站教材內容精確符合專業要求之滿意程度？	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 1
9.您對本網站之內容表達，能維繫學習者的興趣與注意其滿意程度為何？	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 1
10.本網站結合了動畫、文字、音訊、影像等媒體，對您學習效果的提升其滿意程度為何？	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 1

11. 您對本網站之前進、後退、向上、跳出、回主選單等主要功能之按鈕其滿意程度為何？	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 1
12. 您對本網站之圖片或影音訊品質之滿意程度為何？	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 1
13. 您對於本教材的動畫製作之文字字體大小、動畫畫面的清晰度的滿意度為何？	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 1
14. 您對於本網站的網頁製作編輯(含圖片、音樂、文字的編排)之滿意程度？	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 1
15. 您對於本網站教材編輯整體的創意性滿意程度為何？	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 1
16. 您對於本網站教材的整體滿意度為何？	<input type="radio"/> 5	<input type="radio"/> 4	<input type="radio"/> 3	<input type="radio"/> 2	<input type="radio"/> 1

17. 請將您在問卷的第一部分所的成績結果填入以下表格(僅填答錯題號即可) **必填!**

說明：

1. 本問卷為非記名問卷，測驗所得成績僅供學術研究參考用，不作對外發布，絕對不影響您的學業成績或考績。希望您確實將測驗結果**如實地**填入下面表格，以供教材設計者檢討的依據，感謝您的合作!

2. 將您答錯的題號填入下列表格(如您答錯了第一、第四及第七題，即填入 1、4、7，於此類推)；如十題全數 答對。即填入"滿分"一詞。

答錯的題號：

18.請留下您的寶貴意見：

19.請留下您的電子信箱：

本問卷到此結束，請按送出鈕傳送資料，謝謝您!

送出

重設



第三部分

邊坡穩定之輔助分析

軟體的應用與研發

註：此一部分是由周宜興君協助完成

摘 要

本研究是以有限差分法軟體「FLAC 3D」為架構，輔以有限元素法軟體「ANSYS」，再利用Visual Basic 程式，撰寫一應用於邊坡穩定之輔助分析程式，用以化簡邊坡穩定數值分析之前處理步驟，使有利於FLAC 3D軟體之使用。

由於FLAC 3D程式於前處理使用較為複雜，而 ANSYS 程式前處理模組較易操作，故本研究擬利用Visual Basic 程式將FLAC 3D基本指令加以視窗化。並利用所建立之轉換程序，來整合FLAC 3D之計算部份與 ANSYS 之前處理部份，以充分利用兩套軟體之優點。本研究將使用Visual Basic 撰寫FLAC 3D輔助程式，並建議一分析流程，可透過轉換程序，充分使用分析軟體之優點。研究中藉由假設案例以及真實案例之研究，來驗證輔助程式以及分析流程的可信度，可透過輔助分析程式及建議流程來進行邊坡穩定方面問題之相關研究。

關鍵詞：邊坡穩定、FLAC 3D、Visual Basic、ANSYS

ABSTRACT

On the basis of finite difference based software FLAC 3D, the auxiliary software of windows interface is developed with the help of ANSYS and Visual Basic to analyze the slope stability problems. The created software is helpful to simplify the analysis procedures of the preprocessor of FLAC 3D. Surfer is also the implemental software to deal with the digital data construction of topography. Assumed and real examples are presented to examine the developed software. Results are helpful to study the slope stability related problems.

Keywords: Slope Stability 、FLAC 3D 、Visual Basic 、ANSYS

目 錄

中文摘要	I
英文摘要	II
目錄	III
圖目錄	VI
第一章 緒論	1
1.1 研究背景	1
1.2 研究動機與目的	2
1.3 研究方法	3
1.4 論文組織與內容	4
第二章 文獻回顧	6
2.1 剪力強度折減法	6
2.1.1 剪力強度折減法之相關研究	6
2.1.2 剪力強度折減技巧	8
2.2 FLAC 於邊坡穩定上之相關研究	9
2.3 常用之邊坡穩定分析方法	10
2.3.1 經驗歸納法	10
2.3.2 理論分析法	11
2.3.3 實驗推估法	11
2.3.4 數值分析法	12
2.3.5 連續體變形分析法	12
2.3.6 極限理論(limit theorem)	15
2.4 常用分析法	18

2.4.1	整體程序分析法	18
2.4.2	切片法	20
2.5	物件導向語言技術－Visual Basic 語言	30
2.5.1	物件導向語言技術	30
2.5.2	Visual Basic 語言	31
2.6	小結	32
第三章	數值分析方法	34
3.1	有限差分方程式 – FLAC 3D	34
3.1.1	簡介	34
3.1.2	組合方程式	36
3.1.3	FLAC 3D 運算程序	38
3.1.4	FLAC 3D 程式之組合律模式	38
3.1.5	FLAC 3D 程式之專有名詞	39
3.2	有限元素程式－ANSYS	40
3.2.1	ANSYS 簡介	41
3.2.2	前處理模組(preprocessor)	42
3.2.3	分析計算模組(solution)	44
3.2.4	後處理模組(postprocessor)	44
3.2.5	分析原理與步驟	45
3.3	輔助分析程式撰寫軟體－Visual Basic	45
3.3.1	Visual Basic 簡介	45
3.3.2	Visual Basic 6.0 視窗介面設計工具	46
3.3.3	Visual Basic 6.0 程式設計	47
3.4	資料處理程式 – Visual C++程式	53
3.5	小結	54

第四章 程式架構與分析流程	55
4.1 前言.....	55
4.2 分析流程.....	55
4.3 Visual Basic 程式實作.....	56
4.3.1 程式架構.....	56
4.3.2 輔助分析程式設計與撰寫.....	57
4.3.3 輔助分析程式之功能.....	58
4.4 小結.....	72
第五章 邊坡穩定案例探討	73
5.1 前言.....	73
5.2 簡單之邊坡穩定案例.....	73
5.3 複雜邊坡穩定案例.....	80
5.3.1 真實地型建模步驟.....	80
5.3.2 真實地形建模流程圖示.....	83
5.3.3 真實案例探討.....	91
5.4 小結.....	96
第六章 結論與建議	97
6.1 結論.....	97
6.2 建議.....	98
參考文獻	99

圖目錄

圖 1.1 研究流程圖	5
圖 2.1 滑動塊體之諧和變位與塑性流動示意圖(Chen, 1975)	17
圖 2.2 整體程序分析法示意(Terzaghi 與 Pack, 1967)	19
圖 2.3 $\beta > 53^\circ$ 邊坡之滑動面(Terzaghi 與 Pack, 1967)	20
圖 2.4 圓心位於邊坡中垂線上之坡底破壞滑動面位置 (Terzaghi 與 Pack, 1967)	20
圖 2.5 普通切片法諸力示意圖	21
圖 2.6 Bishop 的簡化切片法	23
圖 2.7 Spencer 法示意圖	24
圖 2.8 Janbu 簡易法之修正係數 f_0 (Janbu 等人, 1956)	26
圖 2.9 Janbu 嚴謹法之切片作用力示意圖(Janbu 等人, 1956)	28
圖 3.1 專案建立選擇圖示	49
圖 3.2 Visual Basic 視窗設計介面	50
圖 3.3 專案總管視窗	50
圖 3.4 程式設計視窗	51
圖 3.5 程式碼輔助查詢視窗	52
圖 3.6 Visual C++ 程式畫面	54
圖 4.1 所建議之分析流程圖	56
圖 4.2 輔助分析程式之架構圖	57
圖 4.3 FLAC 3D 輔助分析程式之主視窗	58
圖 4.4 模型建構視窗	59
圖 4.5 FLAC 3D 內建基本模型	59
圖 4.6 參數設定視窗	60

圖 4.7 邊界條件視窗	61
圖 4.8 邊界條件視窗	62
圖 4.9 結果輸出暨增加荷重視窗	63
圖 4.10 轉換程序視窗	64
圖 4.11 Surfer 輸出檔案格式	65
圖 4.12 將 Surfer 資料轉換為 ANSYS 檔案格式後之型式	66
圖 4.13 ANSYS 建模後輸出之節點檔案	67
圖 4.14 ANSYS 建模後輸出之元素檔案	68
圖 4.15 視窗化之轉換程序	69
圖 4.16 轉換程序之程式碼	70
圖 4.17 Surfer 數值地形資料轉換為 FLAC 3D 後之模型	71
圖 4.18 案例功能視窗	71
圖 5.1 基本模型示意圖	74
圖 5.2 命令輸出檔案	75
圖 5.3 基本網格模型	76
圖 5.4 邊坡位移(視點 0,0,0)	76
圖 5.5 邊坡位移(視點 20,0,50)	77
圖 5.6 邊坡超額孔隙水壓(視點 0,0,0)	77
圖 5.7 邊坡超額孔隙水壓(視點 20,0,50)	78
圖 5.8 邊坡 X 方向之速度(視點 20,0,50)	78
圖 5.9 邊坡 Y 方向之速度(視點 20,0,50)	79
圖 5.10 邊坡 Z 方向之速度(視點 20,0,50)	79
圖 5.11 ANSYS 軟體中之 Solid 45 元素	81
圖 5.12 ANSYS 軟體與 FLAC 3D 軟體對應之結構元素	81
圖 5.13 地形資料轉換後之數值模型：	

(a)ANSYS , (b)FLAC 3D	82
圖 5.14 ANSYS 操作視窗	83
圖 5.15 真實地形建模流程之步驟 2 示意圖	84
圖 5.16 真實地形建模流程之步驟 3 示意圖	85
圖 5.17(a) 真實地形建模流程之步驟 4 示意圖	86
圖 5.17(b) 真實地形建模流程之步驟 4 示意圖	86
圖 5.18(a) 真實地形建模流程之步驟 5 示意圖	87
圖 5.18(b) 真實地形建模流程步驟 5 所生成的曲面示意圖	87
圖 5.19 真實地形建模流程之步驟 6:進行體積之生成之示意圖	89
圖 5.20 真實地形建模流程之步驟 7 示意圖	90
圖 5.21 真實地形建模流程步驟 8 示意圖	91
圖 5.22 案例一之數值地形圖	93
圖 5.23 案例一之節點數取 10%時所繪製之數值地形圖	93
圖 5.24 案例一之 ANSYS 數值模型	94
圖 5.25 案例一經轉換匯入FLAC 3D後之數值模型	94
圖 5.26 案例二之數值地形圖	95
圖 5.27 案例二之節點數取 10%時所繪製之數值地形圖	96

第一章 緒論

1.1 前言

台灣地區地形陡峭，地勢高聳之山地佔全島面積逾半，再加上地質構造複雜且降雨集中，因此，邊坡穩定問題顯得格外重要。此外，台灣地狹人稠，山坡地的開發在所難免，但台灣地區坍方頻繁，且常受豪雨或地震等因素的影響。因天然條件之限制，要想避免自然界的山崩是不太可能的，但只要小心應對，應可大幅減少自然因素之山崩所造成的損失，也可將人為因素所造成的山崩災害降至最低。山坡地災害問題的探討十分重要，故有必要以各種可能方式對邊坡之安全性加以分析與評估。

近年來，隨著電腦數值運算能力的提升，以及各種數值分析軟體的開發，已使得工程計算與分析較以往方便許多。使用電腦程式作數值分析，需先明白分析程式之適用條件，然後輸入所欲分析之案例狀態以及問題所需的條件，再由程式進行運算及分析。基於此，本研究擬以有限差分法軟體FLAC 3D為計算平台，再利用Visual Basic撰寫一輔助分析程式，以探討邊坡之穩定性問題。

1.2 研究動機與目的

一般常用於分析邊坡穩定的方法主要為極限平衡法，極限平衡法主要是考慮地層材料之強度，並以最可能發生的破壞面所對應之安全係數定義邊坡之穩定性，因其應用上較為簡易，故為工程師所廣泛使用。FLAC 是快速拉格郎日差分分析(Fast Lagrangian Analysis of Continua)的簡寫，源於流體動力學，最早是由Willkins 應用於固體力學領域，可應用以探討大變形的工程力學問題。FLAC 3D之前身為FLAC二維平面分析程式，經改寫後已擴展為三維空間之分析軟體。FLAC 3D將計算區域劃分為許多六面體單元，每個單元在所設定之邊界條件下，會依照所給予的線性或非線性關係進行分析計算。如果單元應力會使材料產生屈服或是塑性流動，則單元格網及結構可隨著材料的特性而產生變形，這就是所謂的拉格朗日演算法，這種演算法非常適用於大變形的工程力學問題之計算。

極限平衡法乃是假設邊坡未破壞時土體為剛體且無變形，破壞發生時則為完全剪力破壞，沿破壞面均達到塑性，且破壞面上每一點的安全係數均相同，即未考慮材料之彈性變形，此為極限平衡法在分析上之限制。儘管FLAC 3D的計算公式源於有限差分方法，但其計算結果之準確度很高，而且它與現行的數值方法相比，有三個明顯的優點：(1) FLAC 3D計算中使用了“混合離散化”(Mixed Discretization)技

術，可更為精確和有效地模擬計算材料的塑性破壞和塑性流動。在力學分析上，這種處理方法較常規之有限元素的數值積分更為合理。(2) 全部使用動力運動方程式，即使在靜態問題時也是如此。(3) 求解過程中採用“顯式”(Explicit)差分方法，這種方法不需要儲存較大的剛度矩陣，既可節約電腦的記憶體空間，又可減少運算時間，因而大大提高了解決問題的速度。

然而FLAC 3D軟體之前處理模組，係採用類似DOS般的鍵入指令，相較於其他如ANSYS之分析軟體而言，是較不易操作的，故本文擬利用Visual Basic程式開發一簡易之輔助分析程式，將FLAC 3D之基本命令，利用Visual Basic程式有系統的加以視窗化，以利於使用者操作，此為本文研究重點之一。

1.3 研究方法

本研究係利用 Visual Basic 程式將 FLAC 3D 之基本指令加以視窗化。並利用轉換程序，整合 FLAC 3D 之計算部分與 ANSYS 之前處理部分，以充分發揮兩套軟體之優點。在數值分析之前處理過程中，本研究擬建立一分析流程，將輸入的資料作適當之轉換，以充分利用各種分析軟體的優點。研究過程中，係透過假設案例以及真實案例之研究，以驗證輔助分析程式以及分析流程的可信度，可透過輔助分析

程式及建議流程，進行邊坡穩定方面之相關研究。圖 1.1 為本文之研究流圖。

1.4 論文組織與內容

整篇論文之研究流程如圖 1.1 所示。本文結構共分六章，簡要說明如下：

- 第一章 緒論：依序闡述研究背景、研究動機、研究目的、論文架構等內容，並針對本論文進行初步介紹。
- 第二章 文獻回顧：係針對論文所牽涉之前人相關的研究內容加以簡述，以瞭解前人之研究範疇。
- 第三章 數值分析方法：介紹軟體所使用之程式語言及分析方法，其中包含 FLAC 3D 軟體、ANSYS 軟體、Visual Basic 程式語言等等。
- 第四章 程式架構與分析流程：對輔助分析程式的研發過程、設計流程及架構進行說明，其中包含設計流程之逐步說明與架構建置之判斷過程。
- 第五章 邊坡穩定案例探討：利用所撰寫之輔助分析程式以及轉換程序，引用案例驗證所撰寫之輔助分析程式及轉換程序的可行性。
- 第六章 結論與建議：係說明本研究之分析結論，並建議後續相關之研究方向。

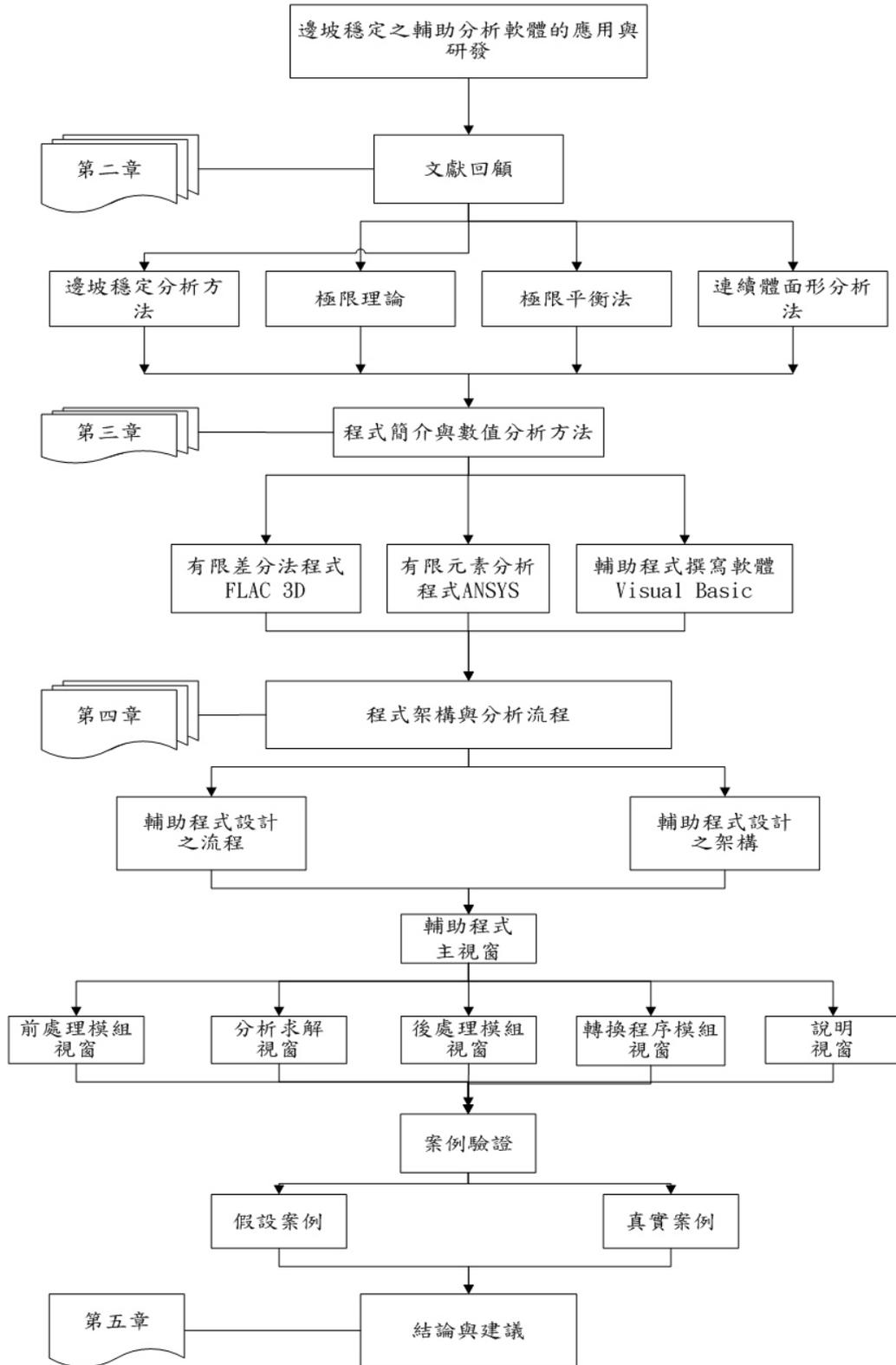


圖 1.1 研究流程圖

第二章 文獻回顧

在設計自然邊坡或開挖邊坡時，因涉及到人類生命財產、交通設施與建築物安全性等問題，所以其設計之穩定性的評估是相當重要的一環。然而分析邊坡穩定性時，需從了解大地材料及施工材料的特性開始著手；使用極限平衡法分析邊坡問題時，需對土壤單位重、凝聚力與摩擦角等材料特性進行分析，而使用其他數值方法分析邊坡穩定問題時，則需更多的瞭解材料特性，如材料之應力-應變關係、異向性、初始應力與孔隙水壓等。對於較簡單的均質邊坡而言，仍以極限平衡法較為方便簡易，但對於複雜地質條件與地形條件之邊坡而言，想要分析得更為精確，還是需要利用數值分析方法。

2.1 剪力強度折減法

2.1.1 剪力強度折減法之相關研究

由於目前設計規範對於安全係數有許多規定，因此有必要針對數值分析方法之分析結果，建立安全性評量機制。許多學者曾以強度折減法方式進行相關之研究，摘要簡介如下：

1. Zienkiewicz 等人(1975)首先提出剪力強度折減(shear strength reduction)的觀念，並以此評估邊坡之安全係數。文中曾探討施加自重以及開挖方式造成之初始應力，隨著凝聚力的折減，邊坡坡頂位置之水平與垂直位移的變化情況。其研究結果顯示，不論以何種方式形成之邊坡，其達到破壞時，折減之凝聚力大小會趨於定值。由此可知，作者等人是利用折減因子，對邊坡之強度參數

進行逐步的折減，當折減至破壞時，其 N 值即可定義為邊坡之安全係數。

2. Donald 與 Giam(1988)利用土壤強度參數摩擦角及凝聚力之改變與節點變位關係，以決定邊坡之整體安全係數。
3. Ugai(1989)以迭代方法尋求整個系統的安全係數：(a)針對材料強度，假設系統安全係數 FS ；(b)以轉換過之材料強度進行分析，檢核系統是否穩定。
4. Matsui 與 San(1992)則是利用剪力強度折減技巧的觀念，評估邊坡之安全係數。其數值分析模擬中，無法由應力-應變破壞準則直接得到邊坡破壞滑動面的位置，且在許多室內實驗所得之結果證明，邊坡發生破壞時其剪應變等值區和邊坡破壞破裂區相符合 (Roscoe, 1970)，因此可以假設邊坡破壞機制和剪應變有直接關聯。
5. Dawson 等人(1999)利用有限差分程式 FLAC(Itasca Consulting Group, 2003)，以剪力強度折減技巧進行邊坡穩定分析。研究中，為加速蒐尋程序之進行，應用所謂上、下二分法(Bracketing and Bisection)以增加其求解效率，並將分析結果與極限分析上限法進行比較。
6. Griffiths 與 Lane(1999)引用有限元素方法，將剪力強度折減技巧應用於邊坡穩定分析中，研究並考慮土體內含有軟弱層以及地下水的情況。其係利用解的非收斂性來決定邊坡破壞的發生，再藉由變形

網格圖及節點位移向量圖來表現出臨界滑動面的位置、形狀，並與極限平衡法比較其安全係數之分析結果。

2.1.2 剪力強度折減技巧

一般結構物的安全係數通常可以表示為其極限承載力與其在工作應力狀態下所能承受的最大荷重之比值，但對於路基等土工結構，上述之安全係數定義並不適用。土工結構物的安全係數一般是定義為土壤所具有的強度與土工結構在極限狀態下的強度之比值。

自 Zienkiewicz 等人(1975)提出剪力強度折減因子的概念以來，其與 Bishop 在極限平衡法所提出之邊坡穩定安全係數，在觀念上是一致的。Duncan(1995)指出邊坡穩定安全係數可視為將土壤剪力強度降低至邊坡達到破壞時之因子，再配合數值分析方法，利用剪力強度折減技巧逐漸降低土壤剪力強度至破壞發生為止，降低之因子即為安全係數。

應用剪力強度折減技巧於邊坡穩定分析已有多年經驗(Ugai, 1989; Matsui 與 San, 1992; Ugai 與 Leshchinsky, 1995; Dawson、Roth 和 Drescher 等人, 1999; Griffiths 與 Lane, 1999)，相較於傳統極限平衡法，此種分析方法不需經過複雜的邊坡破壞面搜尋程序，其可透過剪力強度折減階段，進而直接求得邊坡之安全係數。以剪力強

度折減技巧分析安全係數時，係對土壤強度參數進行折減，使土壤抗剪強度無法承受土體自重以及荷重，而導致破壞發生，此時得到之強度折減因子 SRF(Strength Reduction Factor)即為邊坡穩定之安全係數 FS(Factor of Safety)。而折減後之強度參數定義如下：

$$c'_f = \frac{c'}{SRF} \quad (2.1)$$

$$\phi'_f = \tan^{-1}\left(\frac{\tan \phi'}{SRF}\right) \quad (2.2)$$

式中

SRF = 強度折減因子；

c' = 邊坡土壤有效凝聚力；

ϕ' = 邊坡土壤有效內摩擦角；

c'_f = 折減後邊坡土壤有效凝聚力；

ϕ'_f = 折減後邊坡土壤有效內摩擦角。

2.2 FLAC 於邊坡穩定上之相關研究

Dawson、Roth 和 Drescher 等人(1999)之研究，係以剪力強度折減為基礎的 FLAC 程式來計算邊坡破壞的邊坡安全因子，而邊坡安全因子的值是利用實際剪力強度與破壞時的剪力強度之比值，而且剪力強度折減技術已應用在邊坡穩定有許多案例。

Varela 與 Alonso(2003)利用 FLAC 3D 程式，探討在複雜地質條件

下，曲率半徑對於邊坡安全因子的影響。研究中，利用 FLAC 3D 程式中之內建語言，模擬複雜的地形，以建立分析模式。研究結果顯示，此種方式對於複雜地形之建構是一項很好的工具。

Aksoy 與 Once(2003)利用 FLAC 3D 程式，探討邊坡置重、角度、孔隙水壓、凝聚力、內摩擦角、密度等對邊坡穩定的影響，並利用 Hoek – Bray 穩定圖法(Hoek – Bray Stability Diagrams)、Bishop 簡化切片法(Bishop's Simplified Method of Slices)、有限差分法軟體 FLAC 等三種方法來討論數值模式的結果。

Cala 與 Flisiak(2001)利用有限差分程式 FLAC 3D，並藉由剪力強度折減法來分析複雜地質的邊坡穩定。由於電腦快速發展，程式計算速度已相當迅速，故對於複雜地形的龐大資料處理並不是問題。Shukha 與 Baker(2003)曾利用 FLAC 程式的剪力強度折減法之基本原理，探討線性以及非線性的破壞準應用於邊坡穩定之分析問題。

2.3 常用之邊坡穩定分析方法

常用之邊坡穩定分析方法包括經驗歸納法、理論解析法、實驗推估法、數值分析法以及極限理論等，概述如下。

2.3.1 經驗歸納法

影響邊坡的因素有很多且複雜，一般可分為地質、環境與人為因

素三大類，洪如江(1979)認為山崩重要的因素包含下列四項：(1)地質材料；(2)地質構造；(3)地形與環境因素；(4)工程因素與其他人為因素，並曾整理出台灣地區容易崩塌的邊坡。洪如江(1998)利用坡地類型將台灣地區常見的坡地災害區分為七類，並列舉出相關災害及發生年度。

2.3.2 理論分析法

早期邊坡穩定分析研究係以預先假設破壞面，再求其安全係數為主流，繼有學者嘗試以變分法(variational method)，直接求取臨界破壞面，1977年 Revillo 與 Castillo 以簡易 Janbu 切片法，提出變分穩定分析模式。朱源民(1999)將邊坡內部應力狀況，其研究係將等值向上荷重置於開挖區底緣或水平地表，並將彈性力學公式加以積分，以計算出該等值向上荷重所造成之應力增量，再與現地應力疊加之後，獲得邊坡內部應力狀況，可藉以評估邊坡安全性與潛在破壞區域，其邊坡開挖方式係分成數層加以模擬，並使用疊代方式消除邊坡表面之曳引力，以分析邊坡內部應力狀態與安全係數分佈情形。

2.3.3 實驗推估法

利用實驗推估邊坡的穩定情況大致可分為現地實驗與室內試驗。現地試驗係指在鑽探或地表地質調查過程中，於現場直接進行之工地試驗，一般常用的是標準貫入試驗(SPT)及圓錐試驗法(CPT)，其

他尚包括十字片剪試驗、壓力計試驗、現地直剪試驗、平鈹載重試驗及各種岩石現地試驗等。

2.3.4 數值分析法

隨著電腦運算的進步，數值分析在邊坡穩定分析方面之應用已相當廣泛，目前常用的數值分析方法大致可分為不連續體變形分析法與連續體變形分析兩種。不連續體變形分析可分為力法分析與位移法分析等兩種。以下介紹連續體變形分析法。

2.3.5 連續體變形分析法

連續體變形分析法中使用最多的應屬於有限差分法與有限元素法。大多數的數值分析方法，離散化處理為其最基本的原理，乃是將複雜的問題加以分割成許多的小單元再加以進一步的分析。有限差分法係將基本的控制方程式加以離散化，而有限元素法則是將構成整個系統的連續體離散化(陳志昌，2001)。

1. 有限差分法

在有限元素法之前，有限差分法係大地工程界中最常被廣泛引用的數值分析方法。有限差分法在應用上的優點主要有：(1)較有限元素法簡單，使用上較為方便；(2)對於非均質介質(non-homogenous

material)，可將其分為許多層，分別計算各層之材料參數的影響；(3) 以控制方程式求解，所需之計算較有限元素法為少。對於較複雜的問題，其控制方程式較難求得；對於不規則的幾何形狀，其節點不一定可以落在邊界上，需藉特殊的差分公式加以修正，此為使用上之限制，係有限差分法的缺點。

近年來，隨著電子計算機的進步，已發展了許多以有限差分法為基礎的分析程式，FLAC等軟體即是其中之一，這些努力增加了其在實際工程分析上的實用性。陳志昌(2001)曾利用剪力強度折減的觀念，使用FLAC軟體進行土壤邊坡穩定分析，並利用時階與控制點之位移關係圖判斷其安全係數值，在不同安全係數情況下，位移量趨於平穩狀況時即為穩定，反之則為產生破壞的情形。

此外，以有限差分法解動力方程式時，依其求解方式的不同，可分為外顯法(explicit scheme)與內隱法(implicit scheme)。前者係在已知前一個時間區間 t 的 u_i 值下，去尋找時間區間 $t+1$ 的 u_i 值，可利用漸步法的計算方法，由公式直接求得 u_i 值，而不需解聯立方程組；後者則需在時間區間 $t+1$ 建立一組聯立方程組，在區間 $t+1$ 的 u_i 值為未知，等號的右手邊則為由時間區間 t 中得知的 u_i 值所構成的代數方程組，再利用疊代的方式求解。

Cala(2003)等人研究指出，對於簡單邊坡而言，剪力強度折減法

與極限平衡法所獲得的安全因子通常是一樣的，但是對於複雜邊坡而言，卻是以修正之剪力強度折減法為佳。剪力強度折減概念係定義安全係數為土壤之實際剪力強度與折減至破壞發生時之剪力強度兩者之比值，此方法最早源自 Zienkiewicz (1975)，而 Matsui 與 San(1992) 在進行邊坡穩定之數值模擬分析時，亦是以剪力強度折減技術為參考原理。

2. 有限元素法

有限元素法在大地工程界之一般性設計分析中較為少用，但也有一些相關的有限元素分析軟體，其分析步驟大同小異，基本步驟說明如下：

(1) 離散化

離散化原理係將整個連續性系統，根據實際分析狀況，分割成許多較小的元素。例如：二維空間的分析一般是採用四邊形元素或三角形元素的分割方式，元素數目依分析精度而定，每個元素有其各自對應的物理或組成特性。

(2) 選擇近似函數(approximation functions)

使用插值方程式矩陣 $[N]$ ，將各元素的位移和幾何形狀加以模擬，亦即：

$$\{u\} = [N]\{q\} \quad (2.3)$$

$$\{x\} = [N]\{X\} \quad (2.4)$$

其中 $\{u\}$ 、 $\{x\}$ 為元素中各質點的位移及座標位置， $\{q\}$ 、 $\{X\}$ 則為元素節點之位移和座標值。 $[N]$ 亦可稱為形狀函數矩陣(shape functions matrix)，該矩陣中各節點所對應之插值方程式具有滿足各節點物理量之特徵，其意義相當於插值方程式的各數據點之加權函數。

(3) 推導元素方程式

即定義在元素局部(local)座標上的平衡方程式，其推導方法有許多，包括基於最小虛功原理的變分法(variational method)及殘餘法(residual method)。不論採用何種方法，最後元素方程式均可以矩陣形式加以表示。

一般而言，有限元素法在邊坡穩定分析上之應用，以分析複雜情況為主，但亦應與其他簡化方法所得之結果進行比較。利用有限元素法時，可針對應變軟化材料之邊坡進行穩定性分析。

2.3.6 極限理論(limit theorem)

極限理論應用於邊坡穩定分析之主要目的在於求得邊坡的臨界高度(critical height)，此方法係根據塑性極限理論(plasticity limit theorem)加以發展，依邊界條件與土體應力狀態的假設之不同，又可

分為上限解(upper-bound)及下限解(lower-bound)。一般而言，實際的解係介於上限解與下限解之間，當問題之上限解與下限解相同時，此解即可視為真解(exact solution)。

以極限理論分析問題時需考慮：(1)力平衡方程式、(2)應力－應變關係式、(3)應變與位移之諧合方程式(compatibility equations)等三個基本條件。其中土體之應力－應變關係是假設為彈性－完全塑性行為。

1. 上限解

上限解的基本理論為：若假設一力學機制塑性變形和位移量分別為 $\dot{\varepsilon}_{ij}^{P*}$ 、 \dot{u}_{ij}^{P*} ，當位移的邊界 A_u 滿足 $\dot{u}_{ij}^{P*} = 0$ 的狀態時，外力所作的功率等於內部能量消散的速率，此時必須滿足：(1)速度的邊界條件、(2)應變及速度的諧合條件。上限解主要是考量運動時的速度場，其形成必須滿足以下兩個條件：

(1) 變位之諧合條件與邊界條件

滿足變位之諧合條件，表示以滑動面(或線)為界之相鄰兩塊體，係以平移及剪動之方式進行相對運動，而無相對之轉動導致塊體一端發生碰撞，另一端發生分離的現象。

(2) 塑性流動之諧合條件

塑性流動之諧合條件是指如圖2.1所示沿滑動面(或滑動線)兩側之滑動塊體，其中一方相對於另一方在 v 之膨脹角方向進行塑性流動。若假設 v 等於土壤之內摩擦角 ϕ 時，在理論推演上可以相當地簡化。當 $v = \phi$ 之假設成立時，稱為關連流動法則(associated flow rule)成立。

在滿足上述兩個條件下，可任意地假設破壞機構，再以外力作功等於內力所作的功之方式求得此機構之極限載重(或稱為破壞載重)，此極限載重即為一上界值。因為所假設之破壞機構不同，因此所得到之極限載重亦不相同。

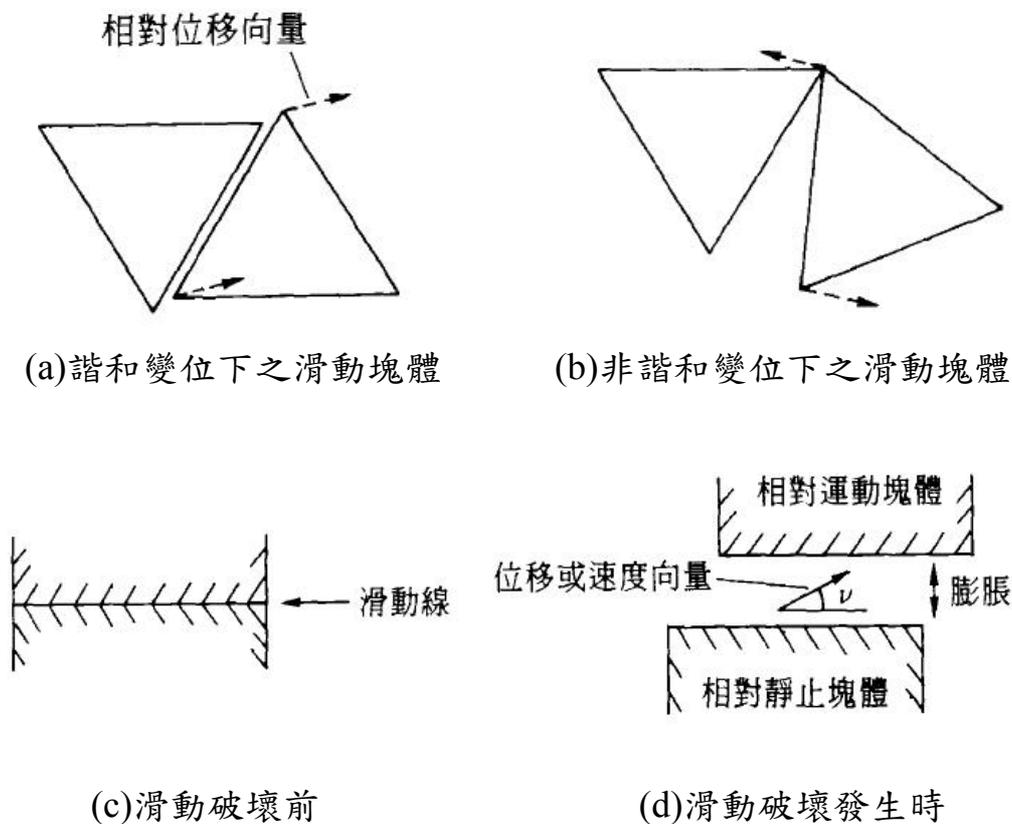


圖2.1 滑動塊體之諧和變位與塑性流動示意圖(Chen, 1975)

2. 下限解

下限解係考量靜態的應力場(statically admissible stress field)，即僅考慮平衡及降伏(yield)，而未考慮物體的運動及變形。其基本理論為：整個物體的應力分佈 σ_{ij}^E 若可由應力邊界 A_T 上的作用載重 T_i 的平衡得到，且物體每一處皆未達到降伏狀態，則在載重 T_i 、重力 F_i 作用下，該物體不會產生破壞。亦即下限解必需滿足：(1)平衡方程式；(2)應力的邊界條件；(3)內部的應力場每一點皆未達到其降伏狀態(yield condition)。至於下限解，其在邊坡穩定分析上之應用較少相關資料可以參考。

採用極限理論分析邊坡問題時，破壞機制(failure mechanism)之選擇將直接影響分析所得結果之精確度，根據 Chen 與 Snitbhan(1975)之研究結果，靜態載重作用下之土壤邊坡，對數螺線形滑動面(log-spiral)為最臨界(critical)之破壞機制(此滑動面可能通過坡趾或延伸至坡趾以下)。

2.4 常用分析法

2.4.1 整體程序分析法

此法較適用於凝聚性土層($\phi = 0$)，安全係數可由塊體之重量 W ，及相

對於圓心所產生之抵抗力矩之平衡關係而得(見圖 2.2)。其潛在滑動面可藉助圖 2.3、圖 2.4 查出，又依式(2.5)可計算出其抗滑動安全係數 FS ：

$$FS = \frac{c(2\omega)\gamma^2}{Wx} \quad (2.5)$$

其中

2ω = 圓弧之夾角；

γ = 圓弧半徑；

x = 圓弧滑動面上方土層重量 W 之力臂；

c = 界面之抗剪強度參數。

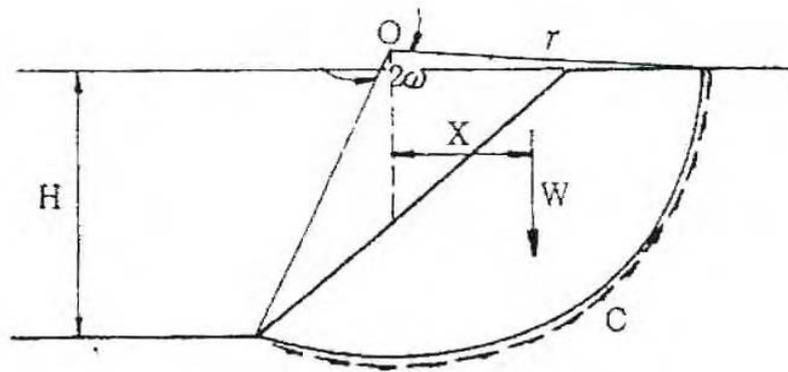


圖 2.2 整體程序分析法示意(Terzaghi 與 Pack, 1967)

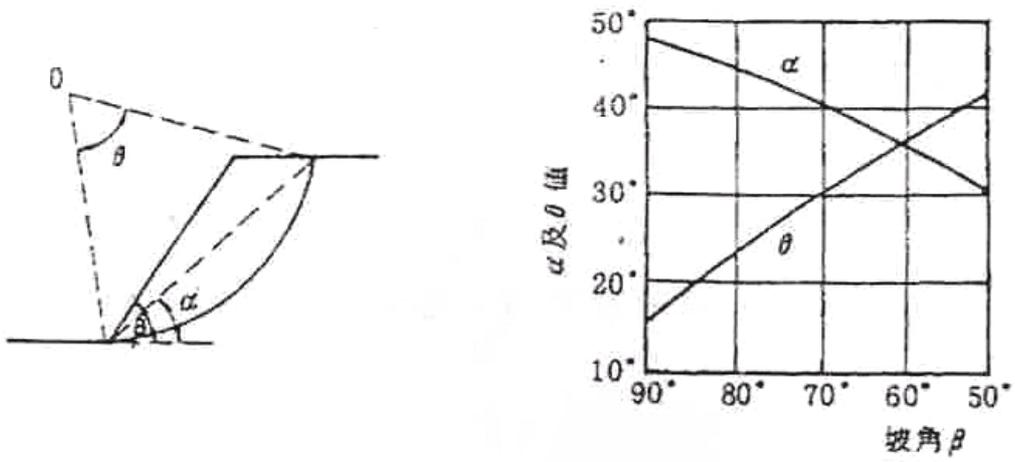


圖 2.3 $\beta > 53^\circ$ 邊坡之滑動面(Terzaghi 與 Pack, 1967)

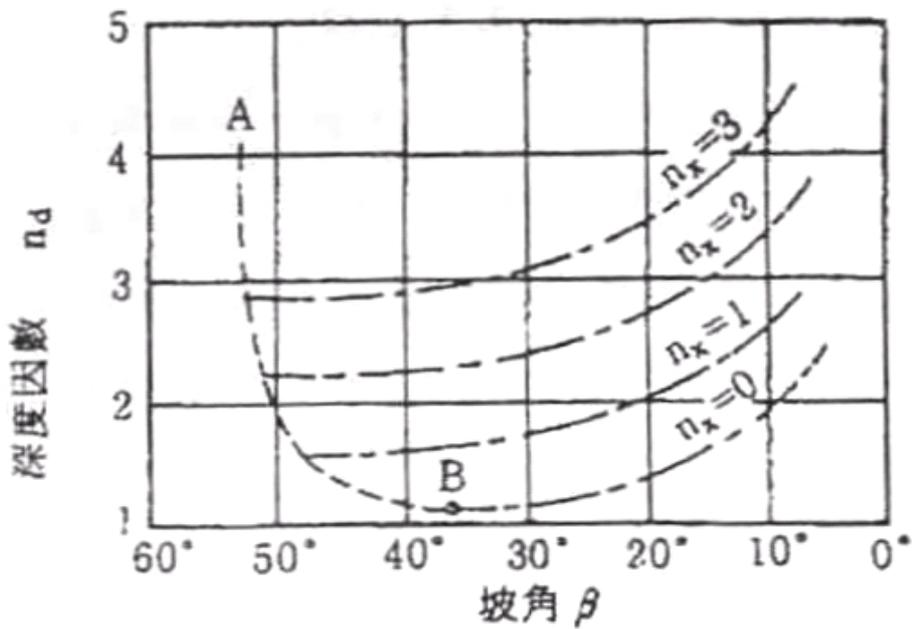


圖 2.4 圓心位於邊坡中垂線上之坡底破壞滑動面位置
(Terzaghi 與 Pack, 1967)

2.4.2 切片法

1. 普通切片法(ordinary method of slices; Fellenius, 1936)

茲以圖 2.5 說明普通切片法。此為最簡單之切片法，此法並不考慮切片間之水平作用力與垂直作用力，式(2.6)~式(2.10)為估算抗滑動安全係數之系列估算步驟。

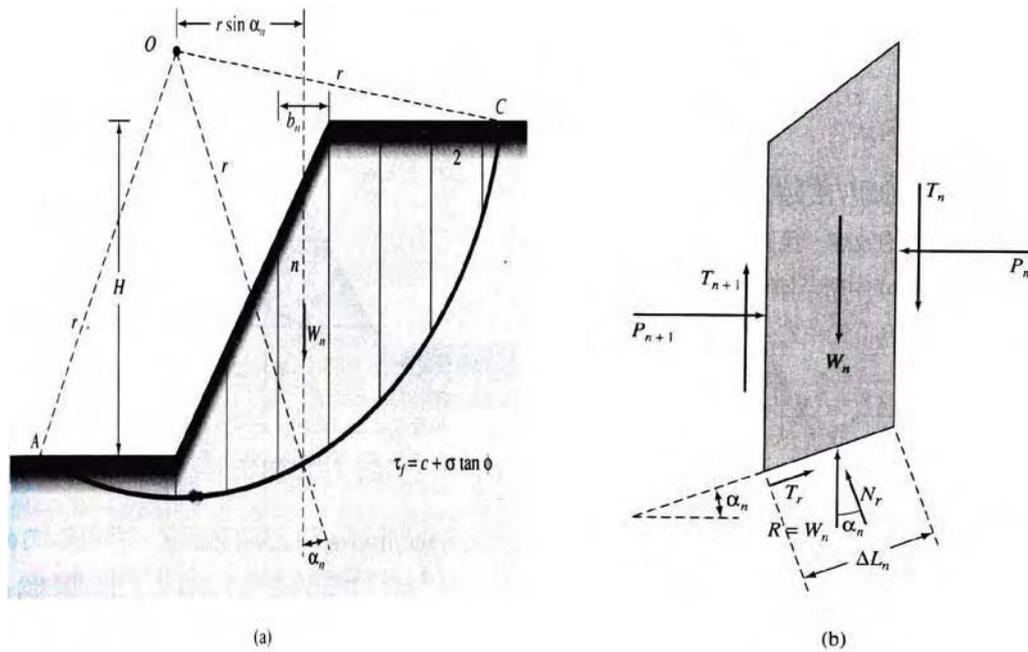


圖 2.5 普通切片法諸力示意圖：

(a) 試算破壞表面；(b) 作用於第 n 個薄片的作用力 (Das, 2000)

觀察圖 2.5 知，由水平合力應保持靜力平衡知 $\sum F_H = 0$ ，故：

$$\frac{T_a}{FS} \cos \alpha - N \sin \alpha = 0 \quad (2.6)$$

另外，由垂直合力應保持靜力平衡知 $\sum F_V = 0$ ，所以：

$$W - N \cos \alpha - \frac{T_a}{FS} \sin \alpha = 0 \quad (2.7)$$

其中

W = 切片重量；

N = 切片底部反力；

α = 切片底部中點傾角；

T_a = 抗剪強度。

解析式(2.6)與式(2.7)可得：

$$N = W \cos \alpha \quad (2.8)$$

又由力矩平衡式 $\sum M_0 = 0$ 知：

$$\sum W_x - \sum \frac{T_a}{FS} r - \sum Nf = 0 \quad (2.9)$$

其中 x 、 r 、 f 分別為 W 、 T_a/FS 、 N 之力臂。依摩爾-庫倫破壞準則可得出安全係數 FS 為：

$$FS = \frac{\sum [c'l + (N - ul)r \tan \phi']}{\sum W_x - \sum Nf} \quad (2.10)$$

式中

c' 、 ϕ' = 有效抗剪強度參數；

u = 切片底部孔隙水壓力；

l = 切片底長。

2. Bishop 簡化法(simplified Bishop method；Bishop，1955)

茲以圖 2.6 說明 Bishop 簡化法。此法之特點在於假設片間之作用力為沿水平方向，但不考慮切片間之垂直剪力，切片底部之正向力可以由垂直正向力之平衡而得，由破壞準則之假設依式(2.11)計算正向力 N ，進而求得抗滑動之安全係數 FS ：

$$N = \left(W - \frac{c'l \sin \alpha}{FS} + \frac{u l \tan \phi' \sin \alpha}{FS} \right) / m_\alpha \quad (2.11)$$

其中

N = 正向力；

c' 、 ϕ' = 有效抗剪強度參數；

α = 切片底部中點之傾角；

W = 切片之重量；

u = 切片底部孔隙水壓力；

l = 切片底長。

另外，由力矩平衡知，符號 m_α 之定義如以下所示：

$$m_\alpha = \cos\alpha + (\sin\alpha \tan\phi' / FS) \quad (2.12)$$

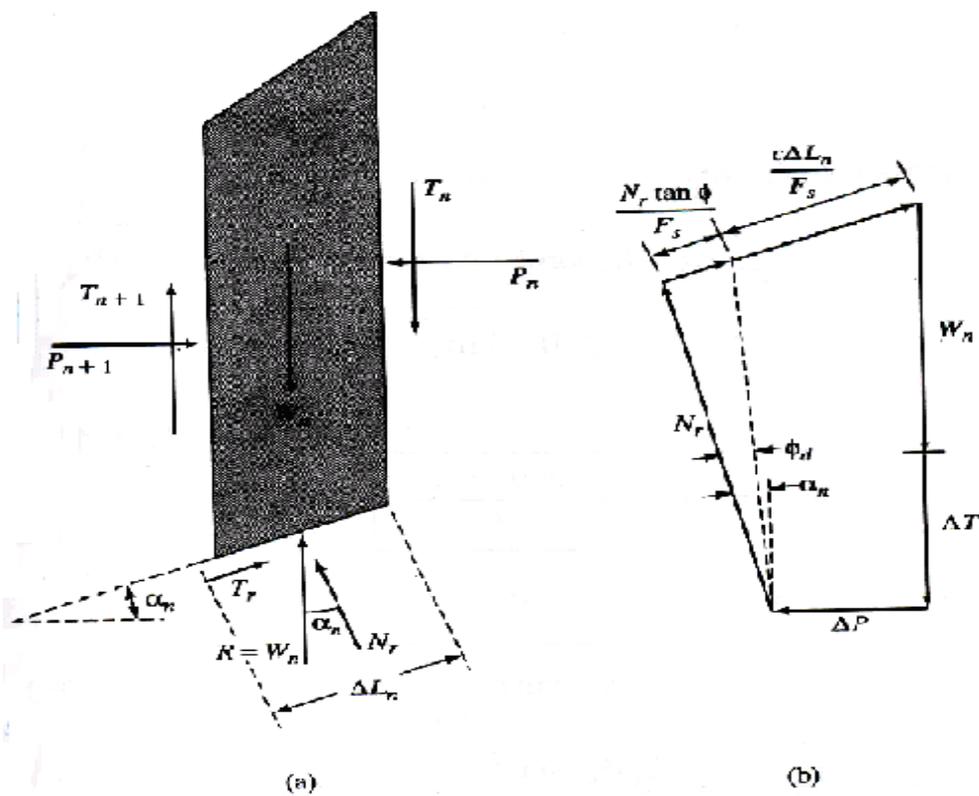


圖 2.6 Bishop 的簡化切片法：

(a)作用在第 n 個薄片上的作用力；(b)平衡時之力多邊形(Bishop, 1955)

3. Spencer 法(Spencer's method ; Spencer , 1967)

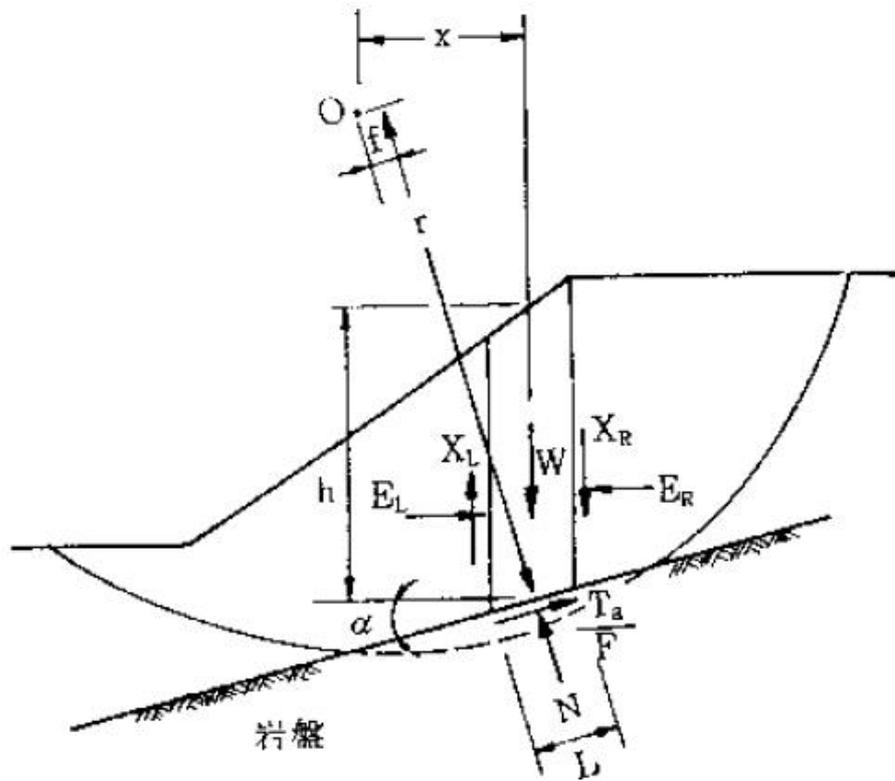


圖 2.7 Spencer 法示意圖：邊坡切片之作用力系統(楊凱勝，2003)

茲以圖 2.7 加以說明。如式(2.13)所示，依靜定原理假設切片間剪力與正向力間有一關係存在，則：

$$\tan \theta = \frac{X_L}{E_L} = \frac{X_R}{E_R} \quad (2.13)$$

其中

θ = 剪力或正向力合力之傾角；

X_L = 切片左方剪力；

X_R = 切片右方剪力；

E_L = 切片左方正向力；

E_R = 切片右方正向力。

Spencer 氏係假設 θ 為定值，亦即切片間之作用力均平行。由垂直及水平方向之平衡關係知，正向力 N 可由式(2.14)表示之：

$$N = \frac{W + (E_R - E_L) \tan \theta - \frac{c'l \sin \alpha}{FS} + \frac{u l \tan \phi' \sin \alpha}{FS}}{m_\alpha} \quad (2.14)$$

式中各項符號之定義均與式(2.11)及式(2.13)相同。

可續由垂直方向的力平衡方程式推導出一安全係數 E_R ，再由力矩平衡方程式推導出另一個安全係數 F_M 。因整個邊坡滑動面上只有一個安全係數 FS ，且 F_f 、 F_M 均為 θ 的函數，故可找出一個 θ 值使得 $FS = F_f = F_M$ ，此即為其抗滑動安全係數。

4. Janbu 簡化法(Janbu's simplified method；Janbu 等人，1956)

此法為 Janbu 等人於 1956 年所提出，其所作之假設與 Bishop 簡化法相同，只考慮切片間的正向力作用而剪力為零，此假設會造成所得的方程式數目多於未知數的數目，故雖其滿足了兩相互垂直的力平衡方程式，但並不滿足力矩平衡方程式。唯此法之特點在於可處理較複雜之土層情況，亦可用於對非圓弧破壞面之分析。

式(2.15)、式(2.16)及式(2.17)為求其抗滑動安全係數之計算作業，其力平衡之推導過程可參考圖 2.7。由水平合力需保持靜力平衡知 $\sum F_H = 0$ ，亦即：

$$\sum (E_L - E_R) - \sum N \sin \alpha + \sum \frac{T_a}{FS} \cos \alpha = 0 \quad (2.15)$$

其中

N = 切片間正向力；

α = 切片底部中點之傾角；

T_a = 抗剪強度；

FS = 安全係數；

E_L = 切片左方正向力；

E_R = 切片右方正向力。

假設水平合力為零，亦即 $\sum(E_L - E_R) = 0$ ，則初始安全係數 F_0 可表為：

$$F_0 = \frac{\sum [c' l \cos \alpha + (N - ul) \tan \phi' \cos \alpha]}{\sum N \sin \alpha} \quad (2.16)$$

而待求的安全係數 FS 必須乘以圖 2.8 所示之修正係數 f_0 ，亦即：

$$FS = f_0 F_0 \quad (2.17)$$

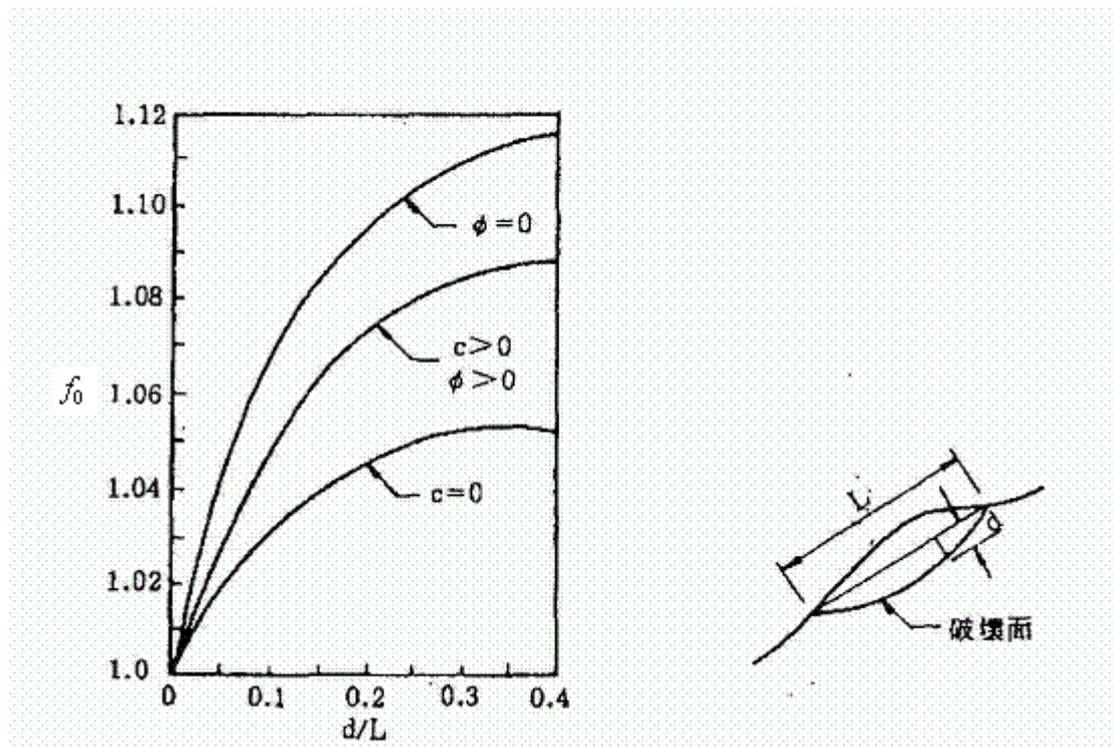


圖 2.8 Janbu 簡易法之修正係數 f_0 (Janbu 等人，1956)

5. Janbu 嚴謹法(Janbu's rigorous method ; Janbu 等人，1956)

茲以圖 2.9 加以說明。Janbu 嚴謹法與簡化法之不同處在於推求其切片間正向力 N 時有考慮切片間之剪力，先依式(2.18)計算 N ：

$$N = \frac{W + (X_R - X_L) - \frac{c'l \sin \alpha}{FS} + \frac{ul \tan \phi' \sin \alpha}{FS}}{m_\alpha} \quad (2.18)$$

其中

W = 切片之重量；

m_α = 式(2.12)所示之公式；

X_L = 切片左方剪力；

X_R = 切片右方剪力；

c' 、 ϕ' = 有效抗剪強度參數；

α = 切片底部中點之傾角；

u = 切片底部孔隙水壓力；

l = 切片底長。

為解析安全係數 FS ，首先必須假設切片間之剪力為零，再如 Bishop 之簡化法般由原設定之起始安全係數，經由數次反覆運算，得到較佳之安全係數。

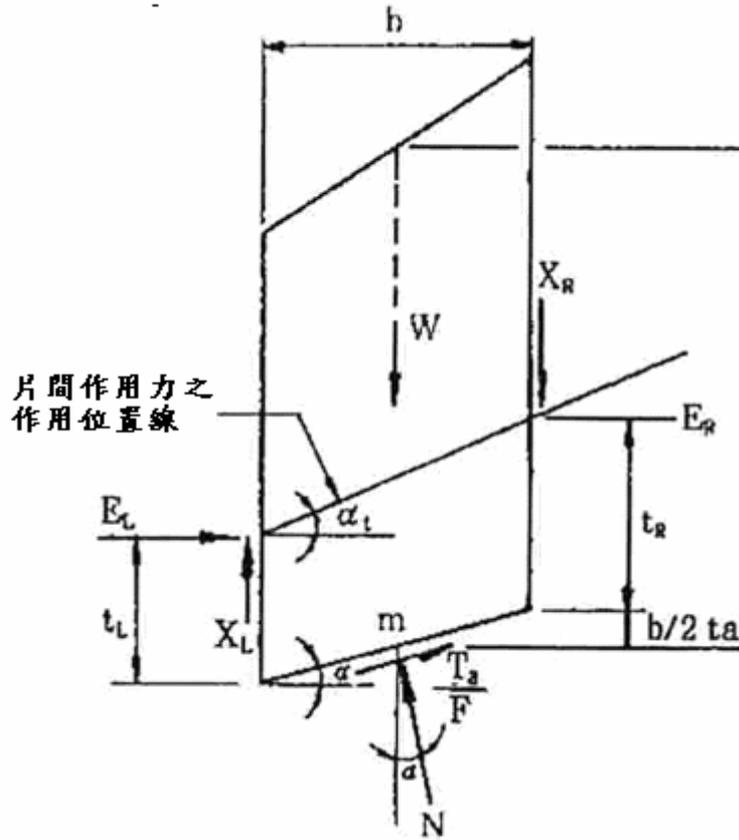


圖 2.9 Janbu 嚴謹法之切片作用力示意圖(Janbu 等人，1956)

切片間作用力可由對切片底部中點 m 之力矩平衡而得(請參考圖 2.9)。若取點 m 之彎矩合力為零，即 $\sum M_m = 0$ ，則可得：

$$\begin{aligned}
 X_L \left(\frac{b}{2} \right) + X_R \left(\frac{b}{2} \right) + E_L \left[t_L - \left(\frac{b}{2} \right) \tan \alpha \right] \\
 - E_R \left[t_R + \left(\frac{b}{2} \right) \tan \alpha - b \tan \alpha_t \right] = 0
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

其中

t_L 、 t_R = 切片間作用力距左、右底部之距離；

α_t = 切片間作用力之作用點所連成的推擠線之傾角；

b = 切片之寬度。

由於式(2.19)中某些項次很小，故可忽略，因此可將其簡化成式

(2.20)，如以下所示：

$$X_L = \frac{E_L \tan \alpha_t + (E_R - E_L)t_R}{b} \quad (2.20)$$

由靜力平衡知，上式中水平作用力 $E_R - E_L$ 可表為：

$$E_L - E_R = \frac{[W + (X_R - X_L)] \tan \alpha - T_a}{FS \cos \alpha} \quad (2.21)$$

其中 $FS =$ 安全係數，此安全係數在圖 2.9 中係以 F 表之； $T_a =$ 抗剪強度；其他各項符號之意義請參考式(2.18)之符號說明。

基於此，再針對邊坡滑動土體進行由右至左之積分，則可得切片間之水平作用力，並解得切片間的剪力值。在求安全係數時，可先假設切片間之剪力為零，求出起始的安全係數，再以此起始值求出切片間新的剪力值與新的安全係數，然後反算出一條新的作用線位置。如此反覆運算，直到前後兩次安全係數收斂到同一數值為止。

6. Morgenstern-Price 法(Morgenstern-Price method, 1965)

此方法類似於 Spencer 法，只是對於切片間剪力和正向力間的關係式假設不同而已，其假設關係式可表為：

$$\frac{X}{E} = \lambda f(x) \quad (2.22)$$

其中

$X =$ 切片間剪力；

$E =$ 切片正向力；

$\lambda =$ 唯一未定常數，該常數稱為剪力分佈參數；

$f(x) =$ 自訂的函數(x 為水平座標)，它可以是常數、正弦函數、三角

函數、或梯形函數等。

在這一類的分析方法中，由於已知之條件少於未知數的數目，故為一個靜不定的問題。為能順利求解，必須做某些假設或簡化，針對問題所做的假設之不同，則衍生了許多不同的分析方法。此法與以上所介紹之 Spencer 法的不同處在於：(1)用以求得安全係數方程式的靜力平衡方程式不同；(2)為簡化問題所做的問題假設不同。

2.5 物件導向語言技術－Visual Basic 語言

2.5.1 物件導向語言技術

在物件導向的程式設計領域中，常用到的名稱主要有五項，分別為：(1)屬性(property)、(2)方法(method)、(3)成員(member)、(4)物件(object)及(5)類別(class)。其中屬性為物件裏的資料變數，方法為物件功能函數，成員為類別裡所定義的變數或函式，物件係指類別的實例，而類別是使用者所定義的資料型態。

一般軟體工程學上所使用之「結構化分析與設計」技術，主要是將程式區分為功能與資料兩部分，在分析與設計階段，系統分析師需分別找出目標系統的資料結構及其所有功能，並將資料相互連結。當程式系統開發完成後，程式需隨著環境與需求的改變而加以調整，然而程式設計師卻可能在程式修改完成後，因疏忽或其他因素，導致程式無法正常運作，而此時以程序導向為思考方向的設計方法，便因此顯出其缺點。

因上述問題，物件導向技術的思考方向也在程式語言的發展中應孕而生。物件導向技術的整體架構，為將思考方向建立在「物件」的基礎上，在此領域中，功能稱為「方法」，資料特性稱為「屬性」，相同物件的集合稱為「類別」，而將「屬性」、「類別」包裝在一起

的過程稱為封裝。

物件導向語言技術是一種以資料為導向之語言設計技術，其係以分析所需資料為主軸，配合系統之物件進行設計。Visual Basic 所發展出之物件導向程式語言具有下列兩項特性：

1. 資料具有隱密性：物件導向程式語言係顛覆傳統程式設計的程序導向技術，顧名思義物件導向主要是以物件的角度來描述現實生活中之各種情況，接著將物件間類似的特性加以歸納為同一類別，而在經過類別的宣告後，每一個所宣告的物件都會有獨立的方法與屬性。物件導向之資料具有隱密性的原因是只有物件本身才可以更改經封裝後之物件屬性及方法，此具有提高程式之穩定性的優點。
2. 物件之間的聯繫以訊息作為傳遞：物件導向技術中之物件，其相互作用之執行靠物件間訊息之傳遞，此一功能有助於發展人性化介面，優於傳統之程序導向程式設計的功能。

劉泰維(1999)、施開元(2002)在研究中指出，運用物件導向技術的思維模式發展人性化介面，具有易維護、易擴充、程式碼可重複使用等優點，相當適用於開發大型整合性的應用程式。

2.5.2 Visual Basic 語言

自 1964 年 Kemeny 及 Thomas 在 Dartmouth 學院設計出 Basic 語言以來，由於其語法較接近人類所使用之自然語言及數學表示式，因此在短時間內即普遍為程式設計師所接受。早期 Basic 語言為了方便在個人電腦上執行，因此較不注重結構化與模組化之設計。1988 年微軟公司推出英文版 Quick Basic 4.5 版，隨之於 1991 年推出中文版 Quick Basic，簡稱 VB，其除了擁有一般高階語言的優點外，程式亦

具結構化、模組化，程式發展結果除了可編譯為執行檔外，更提供中文操作說明。Visual Basic 語言之演進過程，已從一版、五版，六版演進至近年推出之 Visual Basic.NET 版本。

Visual Basic 程式語言是一個以視覺化為主的基礎程式語言，Visual 是視覺化，BASIC 是基礎，其基本的意思是在程式設計的過程中，設計步驟是由外向內逐步完成，包括一開始的介面設計、物件建立及宣告、表單配置到內部撰寫驅動程式驅動物件、至外部連結等，Visual Basic 本身常常會利用到物件來處理事物。程式語言撰寫方面，Visual Basic 承繼了 Basic 語法的簡單性，因此在程式撰寫的過程及流程已相當簡化，Basic 並非嚴謹的語言，本就具有容易學習的優點，其程式撰寫過程不需要做嚴謹的宣告及訂定程式撰寫程序，因此在程式的撰寫過程中困難度較低。

林子軒(2003)曾以 Visual Basic 程式語言為系統發展之工具，利用案例推理的方法建構輔助決策系統，並將結構補強相關知識數位化後，建立於系統中，以達到知識共享與知識管理之目的。

林昆賢(2001)在其研究中，曾引用 Visual Basic 及 AVENUE 程式語言研發系統介面及鍵結程式，在與資料庫結合後建構完成南橫公路地工環境災害資料庫查詢系統。

2.6 小結

本文獻回顧係針對邊坡穩定之分析方法及前人之相關研究作介紹，其目的在於引介相關領域中之研究發展情況，見往知來，可避免重複先前學者之研究，並可據以進行後續之深入研究。本單元亦引介人性化程式設計介面的發展現況，其已逐漸應用至各領域中，在大

地、結構、水利等各方面均已有相當的應用，此一重點亦為本文重要之應用研究方向。

第三章 數值分析方法

3.1 有限差分法程式 – FLAC 3D

3.1.1 簡介

FLAC 3D(Fast Lagrangian Analysis of Continua in 3-Dimension) 2.10 版軟體，是由美國 Itasca Consulting Group Inc.(2003)所研發之有限差分應用軟體。FLAC 3D 是以顯性有限差分程式來模擬岩體、土壤或是地錨等其他結構物，當其達到降服強度呈塑性時之三維力學行為。FLAC 3D 係以材料力學原理，探討三維之連續體趨近於平衡或是塑性流時，介質之速率與速度等力學行為之數值分析軟體。

FLAC 3D 已廣泛應用於邊坡穩定性評估、支護設計評估、地下洞室、開挖填築之施工設計、河谷演化進程再現、拱壩穩定分析、隧道工程、礦山工程等多個領域。FLAC3D 首先把所研究的區域劃分為若干個單元，將節點看作是流體質點，並著眼於某一個流體質點在不同時刻的運動軌跡、速度及壓力等，然後按時步(time step)用拉格朗日法(Lagrangian Method)研究格網節點狀態。它的單元格網可以隨著材料的變形而變形，故能夠準確地模擬材料的屈服、塑性流動、軟化直至有限大變形為止，在材料的彈塑性分析、大變形分析以及模擬施工過程等領域有其獨到的優點。以下為其所引用的一些基本方程式。

1. 運動方程式

考慮一質點其質量為 m ，在外力 F_i 之作用下，其運動情形可以牛頓第二運動定律表示如下：

$$m \frac{dv_i}{dt} = F_i \quad (3.1)$$

式中 v_i = 運動速度； t = 時間變數。

茲考慮連續體(continuous body)受表面之曳引力(traction)與內部之徹體力(body force)作用，則由 Cauchy 運動方程式可求得連續體之任意點的力平衡方程式：

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i = \rho \frac{dv_i}{dt} \quad (3.2)$$

式中 ρ 為質點之密度； b_i 為徹體力； dv_i/dt 為質點速度之時間微分，即加速度； σ_{ij} 為應力張量(stress tensor)。

分析元素內之每一節點都需滿足式(3.2)，若問題係處於靜力平衡狀況，則其加速度為零，故(3.2)式可化簡為：

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i = 0 \quad (3.3)$$

2. 應變—位移關係

當一連續體發生變形時，其應變與質點的位移關係可以下式表示：

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2}(v_{ij} + v_{ji}) \quad (3.4)$$

式中 ω_{ij} 為旋轉張量速率(rate of rotation tensor)； v_{ij} 為質點位移速度。

在FLAC 3D的運算過程中，元素格網內的每一節點均可根據其周圍元素的應力狀態求得該節點之不平衡力，式(3.1)以差分法解之，即可求得節點之速度，可再以速度計算出應變增量。

3.1.2 組合方程式

一般材料包含15個未知數，即6個應力張量、6個應變速率張量、3個位移速度張量等，其可經由運動方程式及應變速率之定義組成9個方程式，其餘6個關係式則可由材料本身之組合律方程式提供，表示如下：

$$[\tilde{\sigma}]_{ij} = H_{ij}(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, K) \quad (3.5)$$

其中 H_{ij} 為已知函數， K 為經載重歷時(history of loading)計算所得之參

數，而其共軛旋轉應力張量(co-rotational stress-rate tensor) $[\tilde{\sigma}]_{ij}$ 可表示為：

$$[\tilde{\sigma}]_{ij} = \frac{d\sigma_{ij}}{dt} - \omega_{ik}\sigma_{kj} + \sigma_{jk}\omega_{kj} \quad (3.6)$$

式中 $\frac{d\sigma_{ij}}{dt}$ 為 σ_{ij} 對時間之微分； ω_{ij} = 旋轉張量速率。

在FLAC 3D程式之時間間隔 Δt 下，若假設速度為常數時，式(3.5)之組合方程式可以下式表為其增量：

$$\Delta\tilde{\sigma}_{ij} = H_{ij}(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, \Delta t) \quad (3.7)$$

其中 Δt 時間的變位梯度(displacement gradient)可表為：

$$\varepsilon_{ij}\Delta t = \Delta\epsilon_{ij} \quad (3.8)$$

式中 $\Delta\epsilon_{ij}$ 為質點在 t 時間時之應變改變量，而應力增量 $\Delta\sigma_{ij}$ 可由 $\Delta\tilde{\sigma}_{ij}$ 之計算得知：

$$\Delta\sigma_{ij} = \Delta\tilde{\sigma}_{ij} + \Delta\sigma_{ij}^c \quad (3.9)$$

其中， $\Delta\sigma_{ij}^c$ 為應力校正量，其定義如下：

$$\Delta\sigma_{ij}^c = (\omega_{ik}\sigma_{kj} - \sigma_{ik}\omega_{kj})\Delta t \quad (3.10)$$

3.1.3 FLAC 3D運算程序

FLAC 3D係基於連體力學(continuum mechanics)理論，並以時階型態(time stepping fashion)求解節點的運動方程式，所以可以瞭解系統隨時階而動作之行為。其運算過程會考慮分析物體之表面外力、變位等初始狀態，並以外顯式時間行進(time marching)作有限差分法之解析，每個時階的運算程序說明如下：

1. 利用系統初始之不平衡狀態決定節點之不平衡力，而後求解運動方程式以決定節點之速度量。
2. 速度決定後，可經由積分求得位移，並由速度微分得到新的應變速率。
3. 將新的應變速率與應變代入組合方程式，可求得應力增量，再將應力增量加上原來之應力狀態，以形成新的應力狀態，可據以解析出下一階段之不平衡力，再進行下一時階之運算，當不平衡力逐漸縮小時，即表示系統逐漸達到平衡狀態。

3.1.4 FLAC 3D程式之組合律模式

FLAC 3D 2.1版中共有十一種組合律模型，有一種稱為內建之空(null)模型；還有彈性均向性(isotropic)、彈性異向性(anisotropic)和彈性且橫向等向性(cross-anisotropic, transversely isotropic)等三種模型；另外，還有七種非線性的模型，包括Drucker-Prager、Mohr-Coulomb、應變硬化及應變軟化(strain-hardening/softening Mohr-Coulomb plasticity)、遍在節理化(ubiquitous-joint plasticity)、雙線性應變硬化/軟化遍在節理化(bilinear strain-hardening/softening ubiquitous-joint plasticity)、雙屈服(double-yield plasticity)、修正的Cam-clay模型等等。計算時需針對不同的材料採用合適之基本模型。此外，它可用以模擬力-熱-液等的耦合交互作用、地震時的動力回應、岩土體的行為、多種支護結構與岩體的交互作用等，已成為工程技術人員理想的三維分析工具。

3.1.5 FLAC 3D程式之專有名詞

FLAC 3D軟體中有使用許多專有之名詞，說明如下：

1. FLAC 3D模型(model)：模型係使用者模擬問題時所建立的，使用者可利用相關指令定義問題所需之條件，以求得所需之數值解。
2. 區間(zone)：也可稱為元素(element)，是組成一個待解物體受力現象的最小單位。

3. 節點(grid point)：即有限差分區之四個角落，每一節點有其相對應之卡氏座標，可據以決定分析物體之位置。
4. 有限差分格網(finite difference grid)：有限差分間隔之邊界。
5. 邊界條件(boundary condition)：在邊界施加控制或束制之條件。
6. 零效區間(null zone)：定義在有限差分區間內之特定區域無元素(材料)存在。
7. 初始條件(initial condition)：在施加载重，或是移除元素前，可有所改變之狀態。
8. 界面(interface)：FLAC 3D程式為連續體之分析軟體，但可利用界面元素(interface element)模擬大地材料中之不連續面，如斷層等等。
9. 範圍(range)：用以描述在有限差分區間內的某一區域。
10. 區域(group)：指定之區間的共同名字。
11. 階數(step)：在FLAC 3D中用以求解問題之計算步數。

3.2 有限元素程式—ANSYS

研究中，係使用 ANSYS 程式進行複雜地形之模型建構。當開始進行有限元素法分析時，各種元素種類和材料參數之選定相當重要，需確切掌握參數的物理意義，如此才能確保分析結果的正確性。然而模擬實際工程問題時，最重要的是需能提高分析結果的準確性，若能讓經驗公式、解析公式、有限差分法分析結果等等與有限元素法分析

結果作互相之驗證，則更具有公信力。以下單元將介紹有限元素軟體 ANSYS 之各種設定與參數的意義。

3.2.1 ANSYS 簡介

隨著現代科學技術的迅速發展，快速的交通工具、高聳的建築物、長跨度的橋樑、大功率的發電機組和更為精密的機械設備等正不斷的被研發出來。為了減少研發時間和增加生產效率，通常在設計階段就要精確地預測出工程和產品是否符合要求，然而這需要對結構的靜、動力強度以及溫度場、流場、電磁場等行為進行精密的分析計算。例如計算散熱片的散熱功率時，需先進行軟體分析，判斷散熱片是否會在高溫高熱時會發生破壞，有限元素分析方法則為這些複雜的工程分析計算問題提供了最佳的解決途徑。現今有限元素分析方法和軟體發展呈現以下發展趨勢：

1. 從單純的結構力學計算發展到求解許多物理場問題：有限元素法最早是從結構化矩陣分析發展而來，逐步推廣到板、殼等連續體固體力學分析上，證明這是一種非常有效的數值分析方法。而且從理論上已經證明，只要用於求解物件的離散元素夠小，所得到的分析結果就足夠接近精確值。所以近年來，有限元素法已發展到流體力學、溫度場、電傳導、磁場、滲流和聲場等問題的求解計算上。
2. 由求解線性工程問題進展到非線性問題：隨著科學技術的發展，線性理論已經遠遠不能滿足設計的要求。例如建築行業中的高層建築和大跨度懸索橋的出現，就要求考慮結構的大位移和大應變等幾何非線性問題，若僅靠線性計算理論，已不足以解決所遭遇

的問題，只有採用非線性有限元素演算法才能有效解決此類問題。

3. 加強前處理的建模功能與分析結果的後處理能力：早期有限元素分析軟體的研究重點在於推導新的高效率求解方法和高精度的元素，隨著數值分析方法的逐步完善，尤其是電腦運算速度的快速發展，整個計算系統用於求解運算的時間將會越來越少，而資料準備和運算結果的表現問題則日益重要。現在的大型電腦工作站上求解一個包含 10 萬個方程式的有限元模型只需要幾十分鐘。但是如果用人力計算方式來建立這個模型，然後再處理大量的計算結果則需用幾週的時間。因此，工程師在分析計算一個工程問題時，有 80% 以上的精力都花在資料準備和結果分析上。

ANSYS 主要功能包括三個部分：前處理模組、分析計算模組和後處理模組。前處理模組提供了一個強大的實體建模及格網劃分工具，使用者可以方便地建立有限元素模型。分析計算模組包括線性暨非線性結構分析、熱傳分析、流體動力學分析、電磁場分析、聲場分析、壓電分析以及多重物理場的耦合分析，可類比多種物理介質的相互作用，具有靈敏度分析及最快速的分析能力。後處理模組可將計算結果以彩色的等值曲線顯示、梯度顯示、向量顯示、立體切片顯示、透明及半透明顯示(可看到結構內部)等圖形方式顯示出來，也可將計算結果以圖表、曲線形式顯示或輸出。ANSYS 提供了 100 種以上的元素種類，用以模擬工程中的各種結構和材料。

3.2.2 前處理模組(preprocessor)

ANSYS 的前處理模組包含兩個主要功能，分別為建立實體模型

和格網劃分(ANSYS Inc. , 2002)。

1. 建立實體模型(modeling)

ANSYS 提供了兩種建立實體模型的方法，可以由點、線和面建立實體模型或直接建立立體模型。當直接建立立體模型時，ANSYS 會自動定義相關的點、線和面，如球體、立方體和錐體等。ANSYS 也提供了完整的布林運算(Boolean operations)，如相加(add)、相減(subtract)、相交(intersect)、分割(divide or partition)、重疊(overlap)和黏結(glue 或 merge)等簡單又方便的功能。在建立複雜實體模型時，布林運算能減少很多建立模型時的工作量。ANSYS 還提供了拖拉、延伸、旋轉、移動和複製實體模型的功能。其他相關的功能還包括建立圓弧、切線、使用拖曳與旋轉生成面和體、線與面的自動相交運算、自動倒角、用於劃分格網之節點的建立、移動、複製和刪除等。

2. 格網劃分(meshing)

ANSYS 提供了使用方便的格網劃分的功能。其格網劃分方法包括以下三種功能，即：(1)延伸(sweep meshing)、(2)映射(mapped meshing)、(3)自由格網(free meshing)等功能。延伸格網劃分可將一個二維格網延伸成一個三維格網。映射格網劃分可以將幾何模型分解成幾個簡單的部分，然後選擇合適的單元屬性和控制格網大小來產成映射格網。ANSYS 的自由格網劃分功能十分的強大，可對複雜模型直接劃分，避免各部分格網無法組裝連結的問題。ANSYS 可以在格網產生了具有邊界條件的實體模型以後，重新定義格網大小，再次分析計算、估計格網的離散誤差，直至誤差低於自行定義的值或達到定義的求解次數為止。可以對複雜結構物的細部進行再次格網劃分，讓分析結果更加準確。

3.2.3 分析計算模組(solution)

在前處理階段完成建立模型以後，使用者可以在求解階段獲得分析結果。在求解模組階段，可以自行設定分析類型、選項、載重資料和載重步驟，然後開始進行有限元素的求解。ANSYS 軟體在熱傳方面提供的相關分析類型如下：

物體材料或幾何之非線性現象，會導致物體或部分元件在受溫後之反應不成比例變化。ANSYS 可求解靜態和暫態非線性問題，包括材料非線性、幾何非線性和元素非線性等三種。

3.2.4 後處理模組(postprocessor)

ANSYS 軟體在前處理和求解過程之後，其後處理過程包括兩個部分：普通後處理模組(POST1)和時間歷時後處理模組(POST26)。使用視窗介面可以很容易獲得求解過程的計算結果並對其進行後處理，其輸出形式可以有圖形顯示和資料列表兩種。

1. 普通後處理模組(POST1)

這個模組對前面的分析結果能以圖形型式進行顯示和輸出。例如，應力計算結果在模型上的變化情況可用等值曲線圖加以表示，不同的等值曲線顏色，代表不同的應力值。濃淡圖則是利用不同的顏色區別不同的數值區範圍，可清楚地反應計算結果的區域分佈情況。

2. 時間歷時後處理模組(POST26)

這個模組可用於檢查在一個時間範圍或子步驟中的計算結果，如節點位移、應力或支承反力等，這些結果能通過繪製曲線或列表查看其結果。繪製一個或多個變數隨頻率或其他變量變化的曲線，可以用

圖的方式顯示分析結果。另外，時間歷程後處理模組 POST26 也有數學運算的功能。

3.2.5 分析原理與步驟

在工程力學上，有限元素法是基於最小總勢能原理和虛功原理，並引用力平衡定律、地層組成律、變位諧和原理等觀念，建立問題之基本方程式。在數值分析計算之前，首先必須將所分析之物體分割為有限且連續之離散元素，並定義元素之基本參數，如熱傳導係數、密度、比熱等，每一個元素之空間座標所代表之物理量，皆可用形狀函數或內插函數加以表示。

輸入材料之物理性質後，便需建立由點、線、面所構成的物體分析模型，而所建構之模型應儘量與實體之形狀接近，所分析之數值才能與實際情況接近。模型完成後，需建立有限元素格網及其節點座標，以便進行分析。ANSYS 有提供格網最佳化之功能，利用此功能，格網可由電腦自動選取，並且可依需求之不同，控制格網與節點的數量，以增加準確度。

元素離散之過程中，因總域座標(global coordinate)系統與元素座標(local coordinate)系統必須相互轉換，所以尚需建立二者之轉換關係。各個離散元素若需作數值積分計算其值，則可採用高斯積分(Gauss quadrature)方式加以積分。

完成以上步驟之後，在施予邊界條件及所考量之因素，即可以據以分析相關之工程問題。

3.3 輔助分析程式撰寫軟體—Visual Basic

3.3.1 Visual Basic 簡介

輔助分析軟體之研發係採用 Visual Basic 6.0 軟體為平台，在執行軟體時，是以建立專案方式加以處理，其專案內容如圖 3.1 所示，包含標準執行檔(適用於 windows 95/98/NT 等一般應用程式之開發，在執行過程中 Visual Basic 6.0 將載入內建控制項)、ActiveX 執行檔(為建立一跨處理程序及可獨立執行之元件專案，其所編譯之執行檔只能成為其他一般應用程式的元件伺服器)、ActiveX DLL(建立通用處理程序之元件專案，其與 ActiveX 在執行檔上之差異為 ActiveX DLL 與客戶端的程式共用記憶空間，因此能獲得較高之執行效能)、Active 控制項、Visual Basic 應用程式精靈(可依照精靈所詢問之條件在短時間內建立應用程式，以供程式設計之後續工作)、Visual Basic 6.0 精靈管理員(其目的為幫助程式設計者建立一個「步驟框架」的專案型態)。

Visual Basic 6.0 在使用上提供相當多的功能供程式設計之用，在接下來的部分中，將針對撰寫本軟體程式所需使用之視窗介面設計工具及程式語言進行說明。

3.3.2 Visual Basic 6.0 視窗介面設計工具

如圖 3.2 所示 Visual Basic 6.0 的軟體設計介面中，主要可分為五個部分，分別為：(1)功能表、(2)工具箱、(3)專案總管視窗、(4)屬性視窗與(5)表單設計視窗。(3)~(5)項為視窗開發的主要控制視窗。

專案總管視窗如圖 3.3 所示，其功用為將開發專案之檔案以分門別類的方式進行管理，這些檔案的型態包含：(1)獨立表單檔案(副檔名為 frm)：對於每個表單模組，本身僅能包含一個表單物件，而無法在同一個表單模組中同時容納數個表單。(2)一般模組(副檔名為 bas)：其主要用途為宣告公用常數、變數或程序，或是將可重複利用的程式結構獨立出來以供其他專案使用。(3)物件類別模組(副檔名為

cls)：其功用為宣告物件類別及其方法、屬性。(4)使用者控制項(副檔名為ctl)及屬性頁(副檔名為pag)：其為用來建立ActiveX控制項以及顯示在設計階段中之物件屬性。(5)使用者文件(副檔名為dob)、設計師(副檔名為dsr)：本項是Visual Basic 6.0在設計階段特有的功能，其除了提供資料庫專案使用的Data Environment、Data Report外，還提供了網際網路專案所使用之DHTMLPage及WebClass。(6)資源檔(副檔名為res)：其包含應用程式所必須使用到之點陣圖影像及字串，並可以在以不重新編譯原始執行檔的情況下更改資源檔內容，因此可適用於不同版本的開發工作上。而經由上述檔案之管理方式，在視窗發展環境中，也可以經由該視窗進行檢視程式碼、檢視物件等功能。

屬性視窗為在設計階段中，用以指定所有物件初始屬性的機制，在視窗中最上方之下拉式清單內容為目前選取之物件名稱及類別，接著往下的兩個頁籤則是用來分別指定設計階段中屬性的排列方式，再往下之清單方塊，左邊所顯示的為屬性名稱，右邊的為屬性值。屬性視窗在整體設計中佔有相當重要的地位，在此視窗出現以前，程式設計師在指定屬性時，必須背誦內容以作為繼續撰寫之資料，實在相當麻煩。

表單設計視窗之目的為協助程式設計時，讓設計者掌握所設計之應用程式在整體螢幕中所佔的比例及位置，經由此視窗設計者能快速製作出表單模型及配置，工具箱所設計出之表單能讓設計者在短時間內建構出整體程式表面架構。

3.3.3 Visual Basic 6.0 程式設計

在Visual Basic 6.0程式設計中，程式碼撰寫之工具為程式碼編輯視窗，如圖3.4所示。在此視窗中設計者可以編寫物件類別、表單

等等模組之程式碼，其使用方式與多數文字編輯器相似，且此視窗也提供許多支援程式開發的功能，其中包含程式碼拖放編輯、色彩區別關鍵字、程式碼輔助查詢(如圖 3.5 所示)、程式碼快速查詢及關鍵字自動完成等，對於物件控制事件或程式函數的顯示方式，本視窗亦提供兩種不同選項，其中包含每次顯示一個函式定義的格式展現或僅以分格線將之區分。

在 Visual Basic 6.0 程式設計的基本語法中，較重要的包含變數(含靜態變數、常數)、陣列、運算子及控制結構等等。

變數為 Visual Basic 程式執行時用來紀錄資料的地方，每個變數名稱所對應的就是一塊記憶體，一般來說要使用變數以前都需先對變數進行宣告，宣告的陳述式有 Private、Public、Dim 三種，藉由宣告可讓編譯器知道變數之名子與型別，其合法的變數名稱包含：(1)須以英文開頭、(2)長度不可超過 255 個字元及(3)變數名稱必須唯一等。變數的功用為讀取與儲存，藉由讀取與指定讓程式可以進行執行與運算，而變數宣告可使變數成為整數(Integer)、字串(String)、布林(Boolean)等型態。常數在程式中，屬於特殊型態的變數，因其值不變，在程式中常數包含系統內定與程式設計者自行定義兩種類型。資料型態則包含整數、位元、小數、日期、字串、物件及變異數等。

陣列在工程計算中，佔有相當的地位，因為當程式需讀取相當多筆資料的同時，對於程式設計師而言，一筆筆宣告在無形中成為設計師的負擔，因此多筆資料若能以陣列宣告的方式進程式設計，則對於程式設計的負擔將減輕。Visual Basic 6.0 的陣列可分為三種，分別為一維陣列(宣告方式相似於變數宣告)、多維陣列及動態陣列。在軟體研發過程中，陣列之用處即在於針對所讀入之計測資料進行陣列式的宣告，以減低一筆筆宣告時的負擔。

運算子主要可分為三大類，分別為算數運算子、比較運算子及邏輯運算子，在軟體研發過程中，運算子之用處為針對所讀入之計測資料進行運算與判別。算數運算子係指+(加)、-(減)、*(乘)、/(除)、^(指數)等普通之運算符號。比較運算子則是指<(小於)、>(大於)等符號，決定兩變數間關係的真偽為比較運算子的精神所在。邏輯運算子則為將所計算之資料以邏輯判別方式進行計算，如 Not、And、Or 等。

程式語言與現實生活中的人際溝通語言相比，程式語言多了份嚴謹性與被動性，因機器語言無法像人腦一樣靈活思考，因此對於不符合語言設計準則或是結構有例外變化時，整體程式將無法正常執行。因此在程式設計過程中，除了需把握每種語言的設計準則外，也當試著以電腦語言邏輯思考方式來進程式設計。

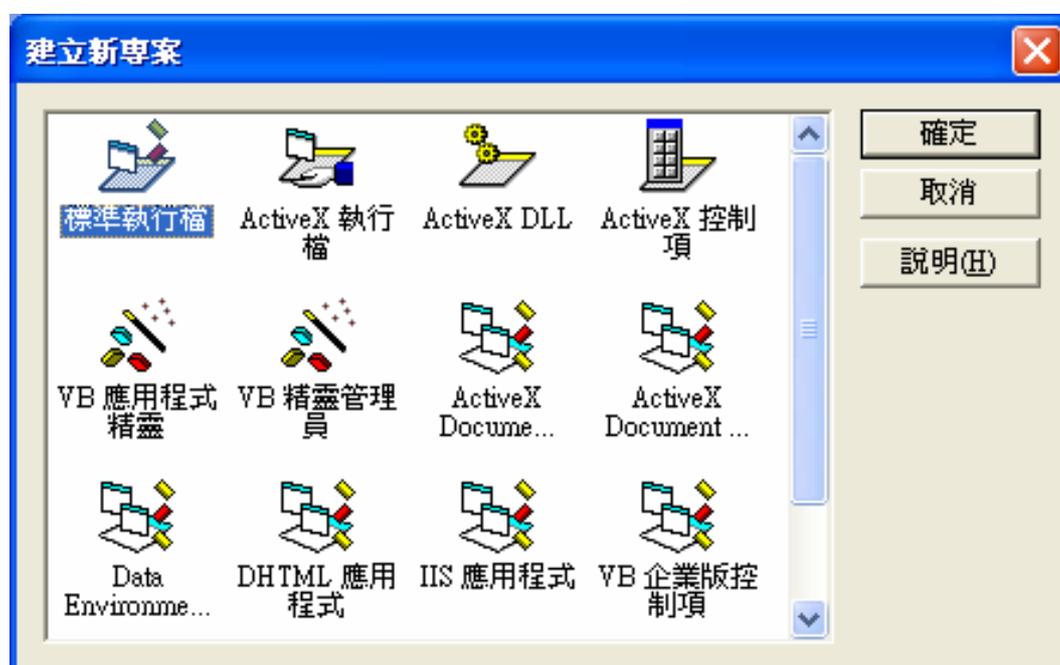


圖 3.1 專案建立選擇圖示

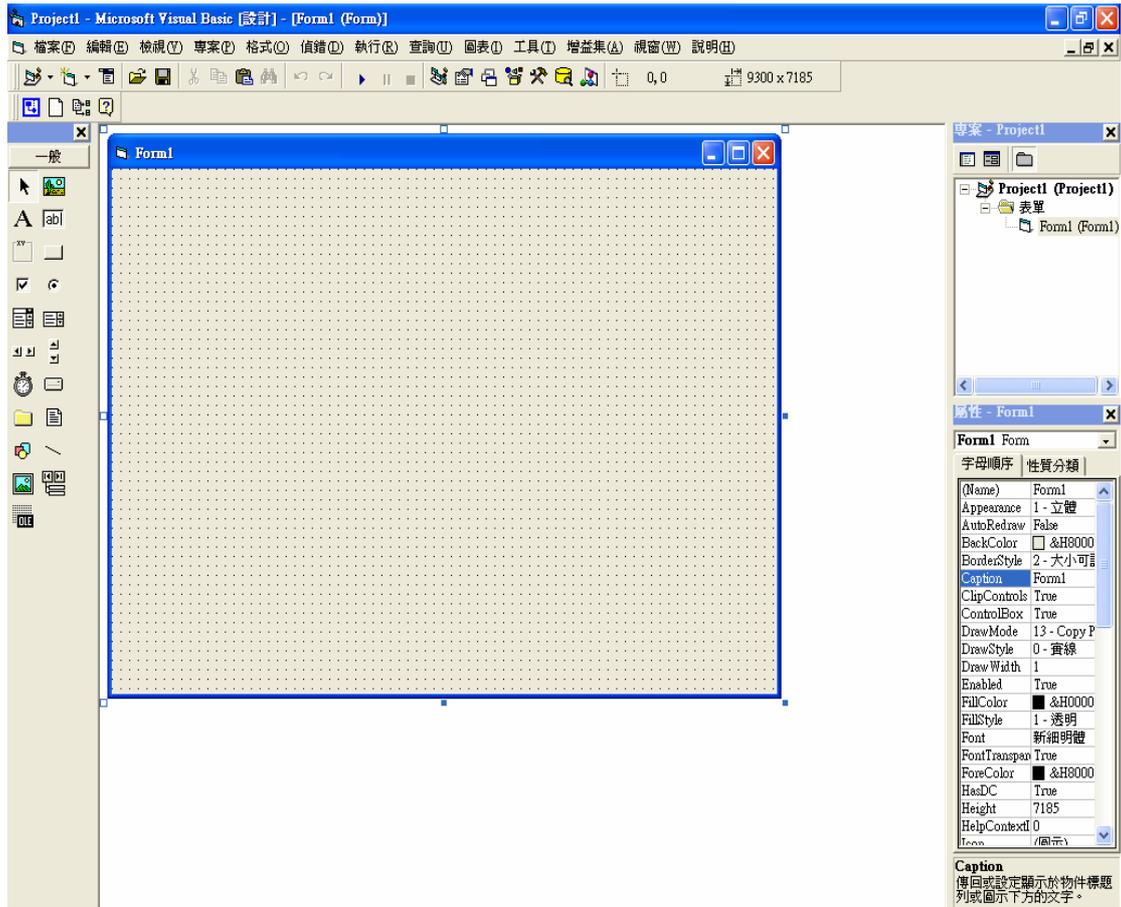


圖 3.2 Visual Basic 視窗設計介面

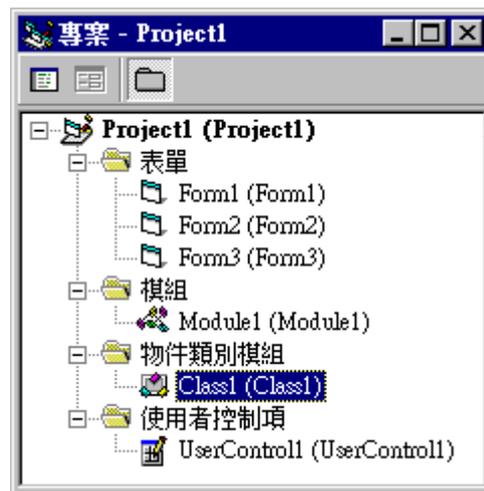


圖 3.3 專案總管視窗

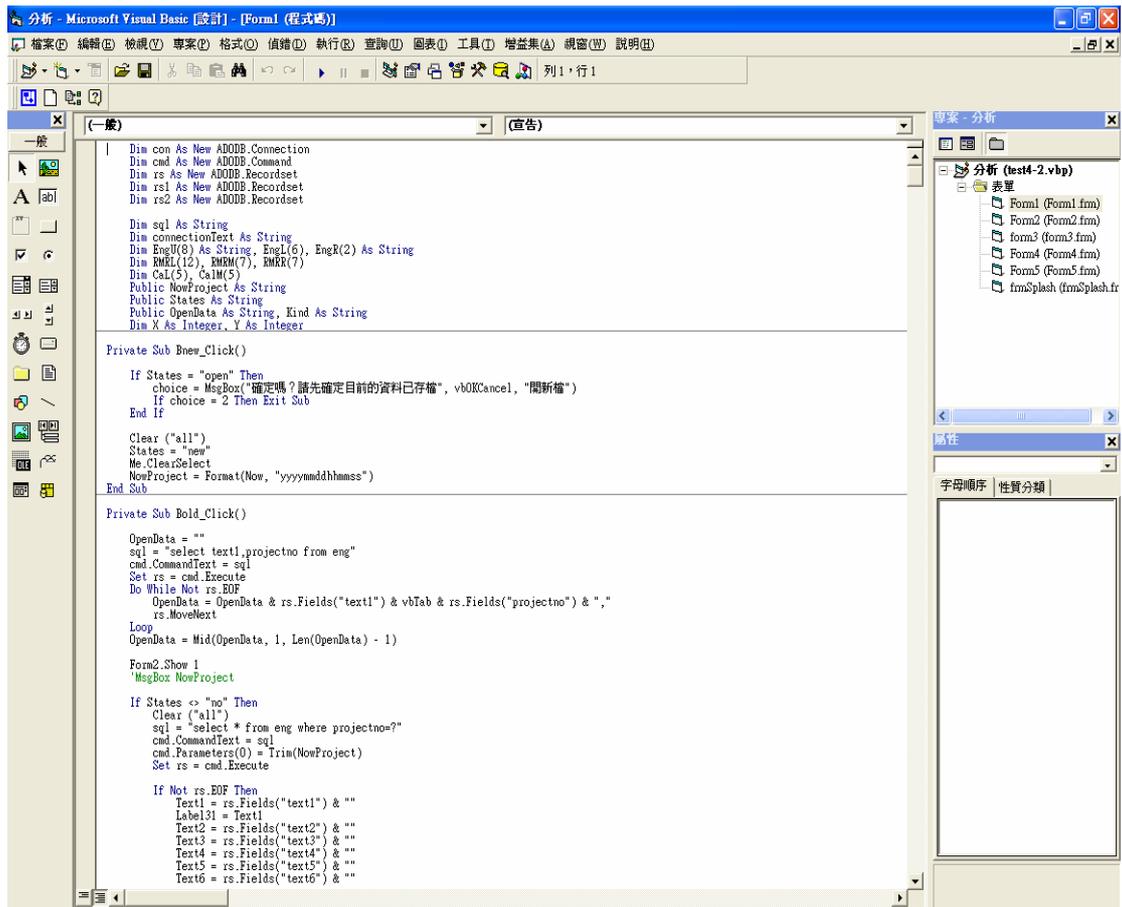


圖 3.4 程式設計視窗

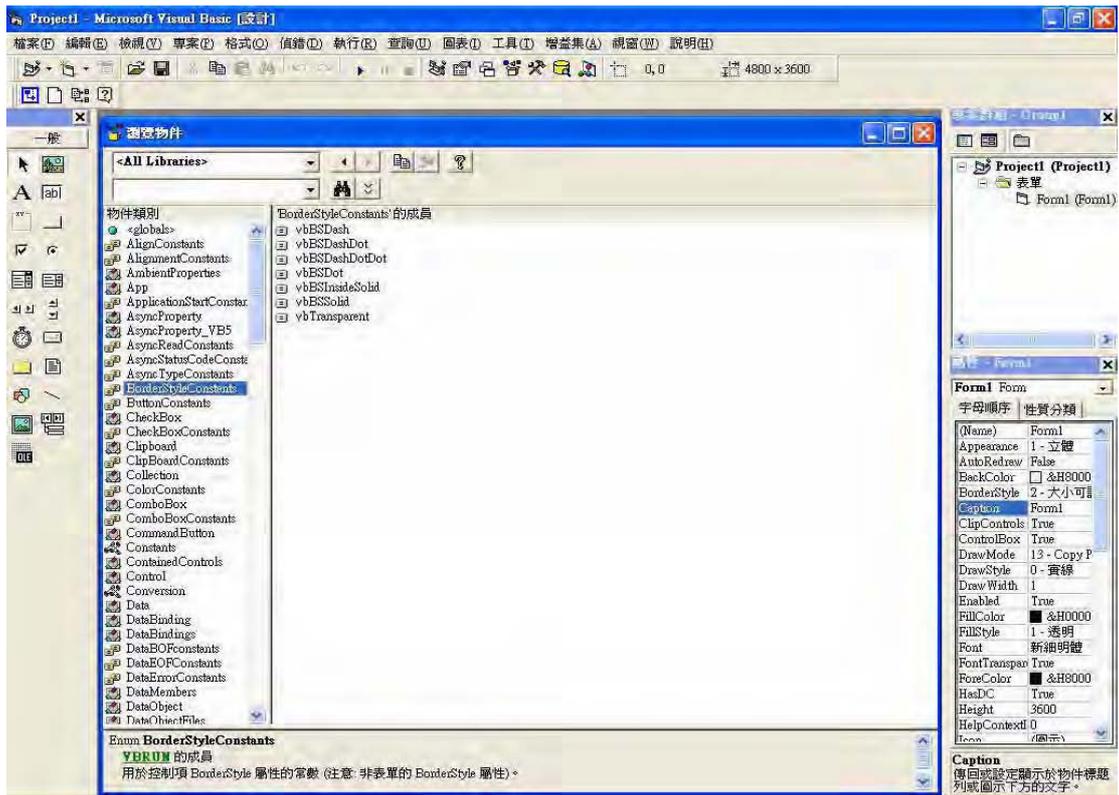


圖 3.5 程式碼輔助查詢視窗

3.4 資料處理程式 – Visual C++程式

本研究所需建構之複雜的地形模型，其地形節點資料過於龐大，所以本研究擬使用 C++程式來簡化或增加所需指令，用以處理龐大的資料。

Visual C++是由微軟所開發的程式設計工具，它是依據 C++程式語言所發展出之以物件導向功能為特色的程式語言，並且加上視覺化的開發工具，視覺化的介面可幫助設計者使用滑鼠進行元件之應用，如此可以省去許多設計介面的時間。Visual C++是建置小型、快速應用程式和元件的最佳選擇，Visual C++為適合專業程式設計師使用的軟體工具，它可以用於系統程式的開發與驅動程式的編寫。雖然 Visual C++比 Visual BASIC 有更強的功能，但相對的它是比較複雜的程式語言。

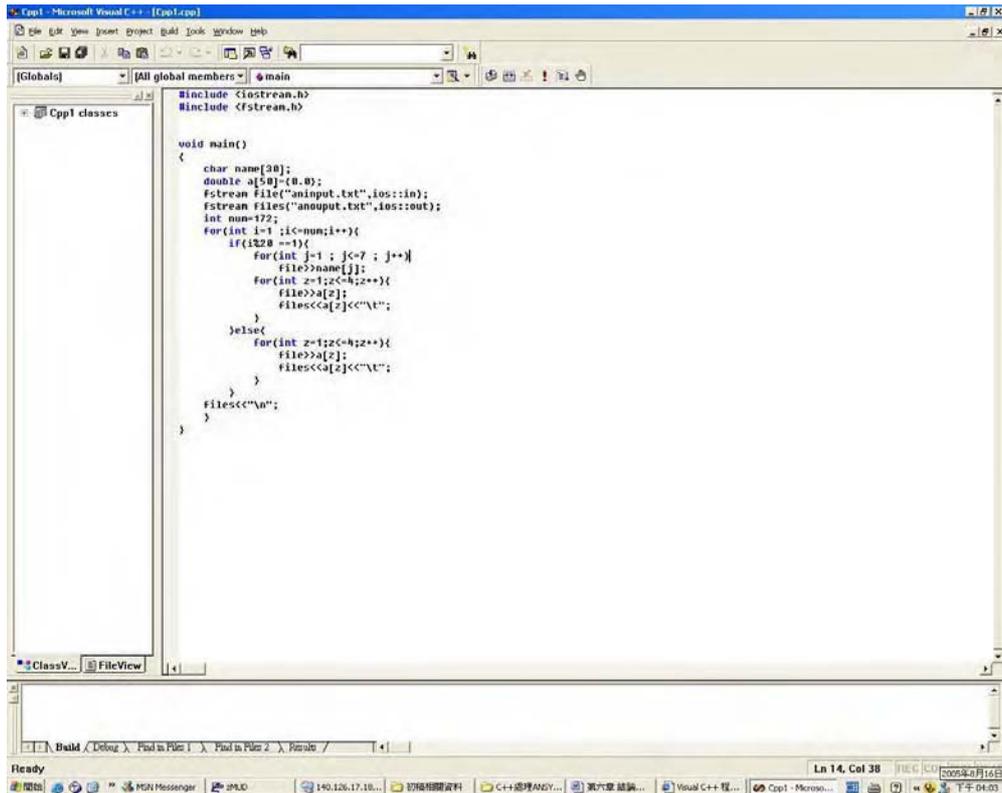


圖 3.6 Visual C++程式畫面

3.5 小結

本章所介紹的為輔助分析軟體研發過程中需使用到的工具及方法，在瞭解分析方法及分析工具後，接下來即是各項資源的整合。所研發出的輔助分析軟體係以 Visual Basic 軟體為研發平台，並搭配利用 Visual C++、FLAC 3D、ANSYS 等軟體進行後續相關之研究。

第四章 程式架構與分析流程

4.1 前言

本研究利用 FLAC 3D 之內建語言 FISH 嘗試撰寫軟體間之轉換程序，建議利用專業繪圖軟體 Surfer 繪出地形數值圖形，再經由所撰寫之程序，轉換至 ANSYS 做前處理，然後經由轉換程序匯入 FLAC 3D 進行計算。最後，於第五章中經由假設案例以及真實案例之驗證，說明輔助分析程式及轉換程序之可靠度。

由於主要分析程式 FLAC 3D 之主程式對於前處理部分，相較於其它分析軟體而言較為不足，故本研究利用 Visual Basic 6.0 程式將 FLAC 3D 程式之基本指令加以視窗化，並針對邊坡穩定方面之問題架構輔助分析程式。所撰寫之輔助分析程式已加入轉換程序，用以整合 FLAC 3D 計算部分與 ANSYS 前處理之優點。

4.2 分析流程

由於 FLAC 3D 在前處理模組中，是使用鍵入式指令，故使用 ANSYS 軟體來代替 FLAC 3D 軟體之前處理，以期簡化分析時間。其分析流程如圖 4.1 所示：

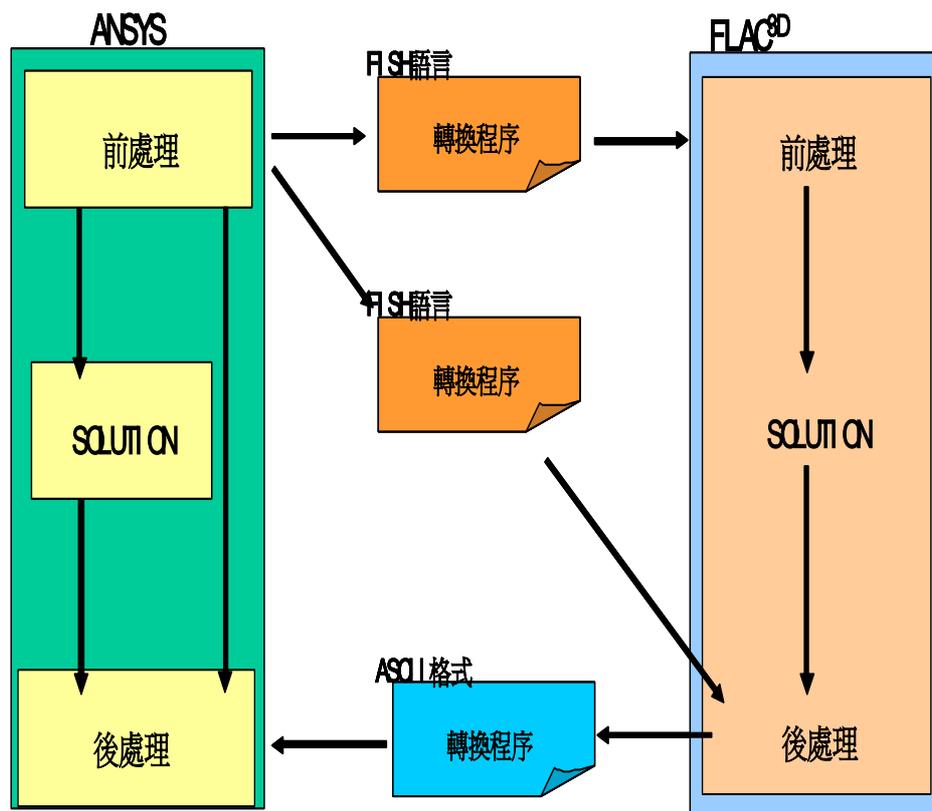


圖 4.1 所建議之分析流程圖

4.3 Visual Basic 程式實作

4.3.1 程式架構

一個良好的程式設計方法，是將冗長的程式分割成許多程序，再組合多個程序後形成完整的程式。使用此種方式不僅可使程式撰寫變得較為容易，程式碼的管理也更為輕鬆，如果程式有錯誤，將更容易找出程式錯誤之所在。只需針對各個程序的執行順序逐一加以測試，即可直接找到程式中錯誤的程序。圖 4.2 為輔助分析程式之整個架構圖。

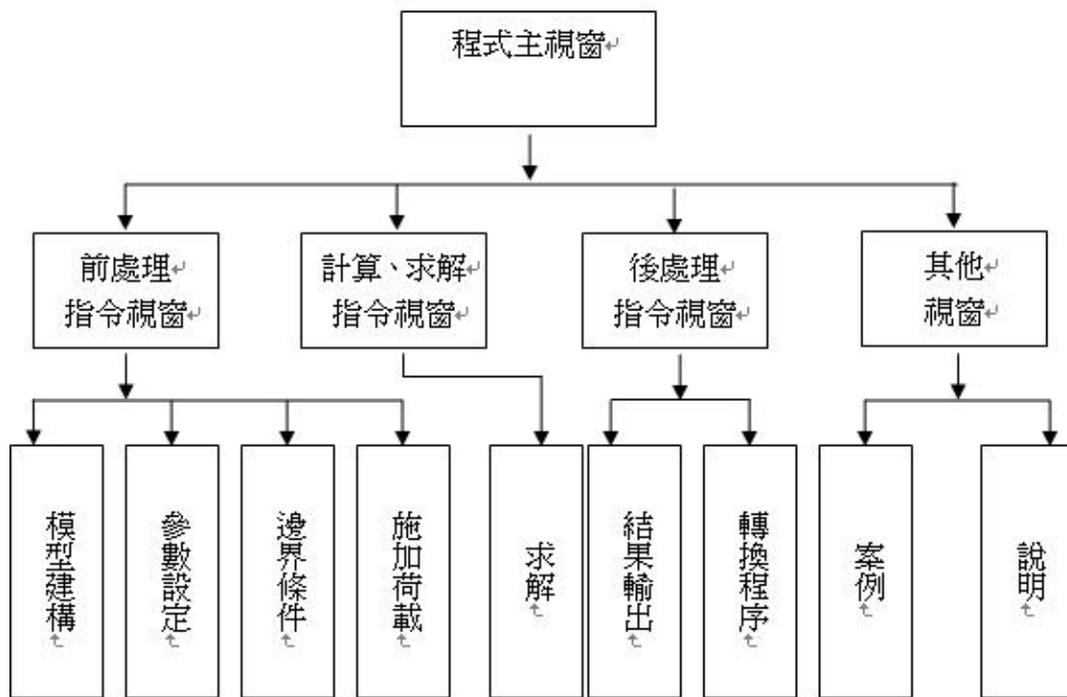


圖 4.2 輔助分析程式之架構圖

4.3.2 輔助分析程式設計與撰寫

輔助分析程式於研發過程中，所使用之軟體工具為 Microsoft 所研發出之 Visual Basic 6.0。由於主要分析程式 FLAC 3D 之前處理部分相當耗時，故利用 Visual Basic 程式將 FLAC 3D 之前處理、求解、後處理指令等加以有系統的規劃並視窗化，以增加操作之便利性。利用所撰寫之轉換程序，可整合 FLAC 3D 軟體與 ANSYS 軟體之優點，程式主視窗如圖 4.3 所示：

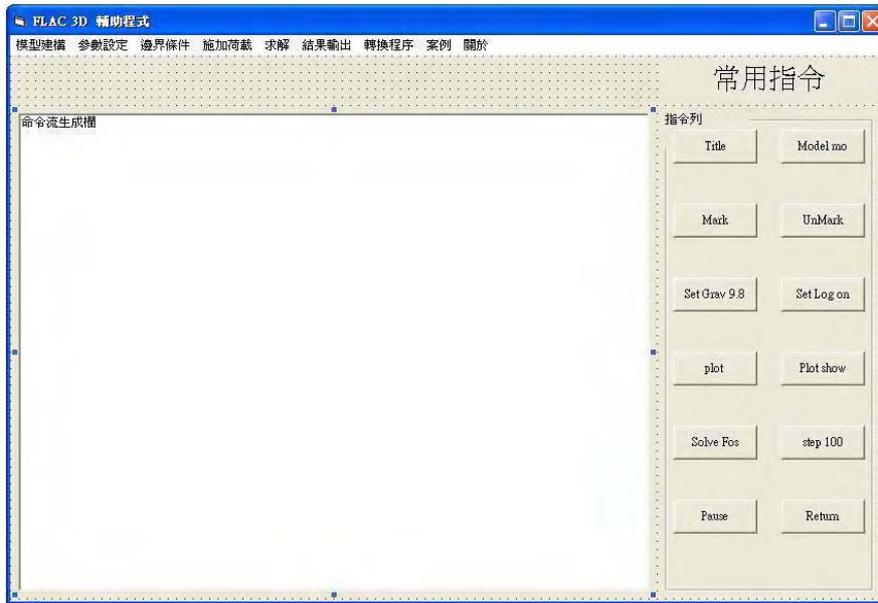


圖 4.3 FLAC 3D 輔助分析程式之主視窗

4.3.3 輔助分析程式之功能

輔助分析程式之主要視窗包括：模型建構、參數設定、邊界條件、施加荷載、求解、結果輸出、轉換程序、案例等。其基本功能簡介如下：

1. **模型建構**：一般常用之基本模型設定，輔助程式之模型建構功能視窗如圖 4.4，此視窗之功能包含使用手冊中所敘述之一般基本模型。對於一般簡易之地形建構是採用堆疊基本模型方式建構模型，圖 4.5 為 FLAC 3D 使用手冊中內建的基本模型。



圖 4.4 模型建構視窗

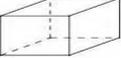
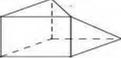
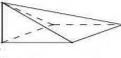
Shape	Name	Keyword	Reference Points	Size Entries	Dimension Entries	Fill
	Brick	brick	8	3	0	No
	Degenerate Brick	dbrick	7	3	0	No
	Wedge	wedge	6	3	0	No
	Pyramid	pyramid	5	3	0	No
	Tetrahedron	tetrahedron	4	3	0	No
	Cylinder	cylinder	6	3	0	No
	Radial Brick	radbrick	15	4	3	Yes
	Radial Tunnel	radtunnel	14	4	4	Yes

圖 4.5 FLAC 3D 內建基本模型

2. 參數設定：輔助分析程式之參數設定功能視窗，如圖 4.6 所示。此功能視窗僅針對 FLAC 3D 中內建的數個基本模式加以架構，各模式之參數設定皆不同。

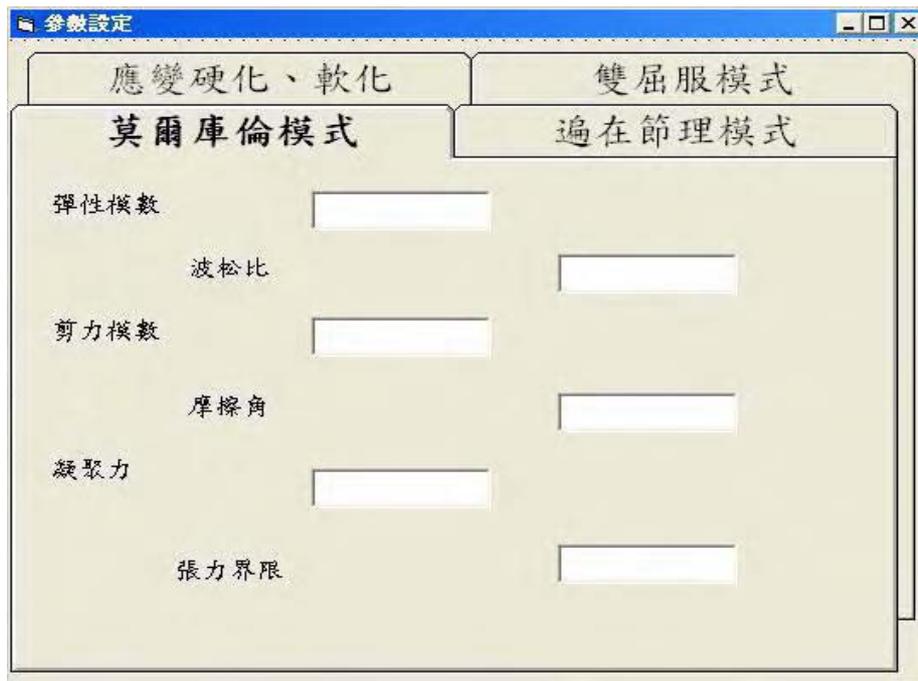


圖 4.6 參數設定視窗

3. **邊界條件**：設定相關邊界條件，輔助分析程式之邊界條件功能視窗如圖 4.7，此功能視窗設計對於所建構的模型，定義其應力、位置的束制行為。



圖 4.7 邊界條件視窗

4. **施加荷載**：可依需求增加荷重，輔助分析程式之施加荷載功能視窗如圖 4.8 所示，此功能視窗之設計可針對所需施加荷重的位置增加荷重。



圖 4.8 邊界條件視窗

5. **求解**：設定所需求解之參數，建立輔助分析程式之求解功能視窗，此功能視窗設計針對 FLAC 3D 所包含之後處理結果指令，加以有系統的整合，好讓使用者能有所依循。

6. **結果輸出**：設定匯出之相關參數，輔助分析程式之結果輸出功能視窗如圖 4.9 所示，此功能視窗設計對於 FLAC 3D 程式輸出指令加以有系統的整理。

The screenshot shows a software window titled 'Form2' with two tabs: '結果輸出' (Results Output) and '增加荷重' (Add Load). The '結果輸出' tab is selected and contains a grid of input fields for various parameters. The parameters are arranged in two columns:

Parameter	Input Field	Parameter	Input Field
孔隙水壓	<input type="text"/>	X位移	<input type="text"/>
主應力	<input type="text"/>	Y位移	<input type="text"/>
XY應力	<input type="text"/>	Z位移	<input type="text"/>
XX應力	<input type="text"/>	X速度	<input type="text"/>
YY應力	<input type="text"/>	Y速度	<input type="text"/>
速度	<input type="text"/>	Z速度	<input type="text"/>

圖 4.9 結果輸出暨增加荷重視窗

7. **轉換程序**：此功能視窗之設計包含了轉換程序，輔助分析程式之轉換程序功能視窗如圖 4.10 所示，其中包括：

- a. **Surfer 轉換至 FLAC 3D**
- b. **ANSYS 轉換至 FLAC 3D**
- c. **Surfer 轉換至 ANSYS**



圖 4.10 轉換程序視窗

三種程序係利用 FLAC 3D 內建語言 FISH 加以撰寫，關於各種轉換程序之用法，在輔助分析程式之說明選項中有詳細之介紹。本研究所建立之三種轉換程序係考慮不同需求後加以建構，例如 Surfer 轉換為 ANSYS 係考慮複雜不規則地形；ANSYS 轉換為 FLAC 3D 同屬上者；Surfer 轉換為 FLAC 3D 係考慮均質不規則地形。圖 4.10 為 ANSYS 轉換 FLAC 3D 之操作視窗。以下針對以上三種轉換程序加以介紹。

a. Surfer 轉換為 ANSYS

(1) 轉換概念

將 Surfer 所輸出之檔案轉換為 ANSYS 可讀取之格式。

232825	2651790	1008
232830	2651790	1009
232835	2651790	1010
232840	2651790	1010
232845	2651790	1010
232850	2651790	1011
232855	2651790	1013
232860	2651790	1013
232865	2651790	1015
232870	2651790	1017
232875	2651790	1019
232880	2651790	1020
232885	2651790	1022
232890	2651790	1022
232895	2651790	1023
232900	2651790	1023
232905	2651790	1026
232910	2651790	1026
232915	2651790	1029
232920	2651790	1032
232925	2651790	1035
232930	2651790	1038
232935	2651790	1039
232940	2651790	1042
232945	2651790	1044
232950	2651790	1045
232955	2651790	1047
232960	2651790	1050
232965	2651790	1053
232970	2651790	1054
232975	2651790	1056
232980	2651790	1057
232985	2651790	1059
232990	2651790	1060
232995	2651790	1064

圖 4.11 Surfer 輸出檔案格式

圖 4.11 為節錄部分 Surfer 輸出的檔案格式後之型式，其分別代表為地形的 X、Y、Z 分量之高程，利用轉換概念，可將 Surfer 輸出之 X、Y、Z 座標，加上 ANSYS 所能讀取的指令格式，如下圖 4.12 所示。

```

n. ,232825,2651790,1008
n. ,232830,2651790,1009
n. ,232835,2651790,1010
n. ,232840,2651790,1010
n. ,232845,2651790,1010
n. ,232850,2651790,1011
n. ,232855,2651790,1013
n. ,232860,2651790,1013
n. ,232865,2651790,1015
n. ,232870,2651790,1017
n. ,232875,2651790,1019
n. ,232880,2651790,1020
n. ,232885,2651790,1022
n. ,232890,2651790,1022
n. ,232895,2651790,1023
n. ,232900,2651790,1023
n. ,232905,2651790,1026
n. ,232910,2651790,1026
n. ,232915,2651790,1029
n. ,232920,2651790,1032
n. ,232925,2651790,1035
n. ,232930,2651790,1038
n. ,232935,2651790,1039
n. ,232940,2651790,1042
n. ,232945,2651790,1044
n. ,232950,2651790,1045
n. ,232955,2651790,1047
n. ,232960,2651790,1050
n. ,232965,2651790,1053
n. ,232970,2651790,1054
n. ,232975,2651790,1056
n. ,232980,2651790,1057
n. ,232985,2651790,1059
n. ,232990,2651790,1060
n. ,232995,2651790,1064
n. ,233000,2651790,1067

```

圖 4.12 將 Surfer 資料轉換為 ANSYS 檔案格式後之型式

(2) 轉換技巧

由於地形資料過於龐大，如果利用如 Excel 資料處理工具，則僅能處理 65,535 筆資料，然而真實地形資料常超過數十萬筆，如果使用 Excel 般之工具會較為麻煩，但若利用 Visual C++ 程式撰寫一簡易程式來整理資料，則可增加或減少所需指令，其處理時間僅需數秒。相較於 Excel 工具軟體，所自行撰寫之小程式較為簡便。

(3) 轉換程序

將整理過後資料，匯入 ANSYS 進行建模。

b. ANSYS 轉換為 FLAC 3D

(1) 轉換概念

將 ANSYS 建模後輸出之檔案格式，轉換成 FLAC 3D 可讀取之檔案格式。圖 4.13 為 ANSYS 建模後輸出之節點檔案，圖 4.14 則是 ANSYS 建模後輸出之元素檔案。

1	0.0000000000	10.0000000000	0.0000000000
2	0.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
3	0.0000000000	5.0000000000	0.0000000000
4	10.0000000000	10.0000000000	0.0000000000
5	5.0000000000	10.0000000000	0.0000000000
6	10.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
7	10.0000000000	5.0000000000	0.0000000000
8	5.0000000000	0.0000000000	0.0000000000
9	3.6097222222	6.3902777778	0.0000000000
10	3.01282407407	2.98717592593	0.0000000000
11	7.01282407407	6.98717592593	0.0000000000
12	6.45439814815	3.54560185185	0.0000000000
13	0.0000000000	0.0000000000	10.0000000000
14	10.0000000000	0.0000000000	10.0000000000
15	5.0000000000	0.0000000000	10.0000000000
16	10.0000000000	10.0000000000	10.0000000000
17	10.0000000000	5.0000000000	10.0000000000
18	0.0000000000	10.0000000000	10.0000000000
19	5.0000000000	10.0000000000	10.0000000000
20	0.0000000000	5.0000000000	10.0000000000
21	6.4097222222	6.4097222222	10.0000000000
22	3.5416666667	3.5416666667	10.0000000000
23	6.9902777778	2.9902777778	10.0000000000
24	2.9902777778	6.9902777778	10.0000000000
25	0.0000000000	0.0000000000	5.0000000000
26	10.0000000000	0.0000000000	5.0000000000
27	3.6097222222	0.0000000000	3.6097222222
28	7.01282407407	0.0000000000	3.01282407407
29	3.01282407407	0.0000000000	7.01282407407
30	6.45439814815	0.0000000000	6.45439814815
31	10.0000000000	10.0000000000	5.0000000000
32	0.0000000000	10.0000000000	5.0000000000
33	6.4097222222	10.0000000000	6.4097222222
34	3.5416666667	10.0000000000	3.5416666667
35	6.9902777778	10.0000000000	2.9902777778

圖 4.13 ANSYS 建模後輸出之節點檔案

43	41	30	30	45	45	45	45	2	1	1	1	0	1
43	44	21	21	17	17	17	17	2	1	1	1	0	2
43	26	14	14	30	30	30	30	2	1	1	1	0	3
43	23	17	17	21	21	21	21	2	1	1	1	0	4
44	42	45	45	33	33	33	33	2	1	1	1	0	5
44	33	21	21	16	16	16	16	2	1	1	1	0	6
42	33	35	35	45	45	45	45	2	1	1	1	0	7
43	44	45	45	21	21	21	21	2	1	1	1	0	8
42	41	45	45	11	11	11	11	2	1	1	1	0	9
42	35	31	31	4	4	4	4	2	1	1	1	0	10
43	30	41	41	26	26	26	26	2	1	1	1	0	11
41	11	7	7	12	12	12	12	2	1	1	1	0	12
41	28	12	12	6	6	6	6	2	1	1	1	0	13
41	28	26	26	30	30	30	30	2	1	1	1	0	14
39	37	27	27	45	45	45	45	2	1	1	1	0	15
39	38	9	9	3	3	3	3	2	1	1	1	0	16
39	25	2	2	27	27	27	27	2	1	1	1	0	17
38	40	45	45	36	36	36	36	2	1	1	1	0	18
38	34	9	9	1	1	1	1	2	1	1	1	0	19
38	40	36	36	32	32	32	32	2	1	1	1	0	20
39	45	38	38	37	37	37	37	2	1	1	1	0	21
38	36	34	34	32	32	32	32	2	1	1	1	0	22
40	24	37	37	45	45	45	45	2	1	1	1	0	23
40	36	18	18	24	24	24	24	2	1	1	1	0	24
39	27	37	37	25	25	25	25	2	1	1	1	0	25
37	29	22	22	13	13	13	13	2	1	1	1	0	26
37	24	20	20	22	22	22	22	2	1	1	1	0	27
37	25	27	27	29	29	29	29	2	1	1	1	0	28
38	1	32	32	34	34	34	34	2	1	1	1	0	29
38	45	34	34	36	36	36	36	2	1	1	1	0	30
36	33	21	21	45	45	45	45	2	1	1	1	0	31
36	33	19	19	21	21	21	21	2	1	1	1	0	32
34	35	9	9	5	5	5	5	2	1	1	1	0	33
38	9	3	3	1	1	1	1	2	1	1	1	0	34
35	11	9	9	5	5	5	5	2	1	1	1	0	35

圖 4.14 ANSYS 建模後輸出之元素檔案

(2) 轉換技巧

其資料處理暨轉換程序與前述第一種方法相同。

(3) 轉換程序

利用 FISH 語言撰寫轉換程序，並配合 VB 予以視窗化。圖 4.15

為視窗化之轉換程序示意圖。



圖 4.15 視窗化之轉換程序

c. Surfer 轉換為 FLAC 3D

(1) 轉換概念

由 Surfer 輸出之數據可以直接由 FLAC 3D 讀取，圖 4.16 為轉換程序之程式碼，即 FLAC 3D 之內建語言。

```
!Fish function to generate a model surface
;from a topographic map
;
;FISH variables:
; dx_size      : element size in x-direction
; dy_size      : element size in y-direction
; n_zon_col    : number of elements in x-direction
; n_zon_row    : number of elements in y-direction
; z_base       : elevation (in z-direction) of base of brick primitive
; z_size       : number of elements in z-direction
; x0r          : minimum x-coordinate
; y0r          : minimum y-coordinate
;Enter the command TOPO to invoke this function
;
def topo
loop i (1,n_zon_col)
loop j(1,n_zon_row)
x1=x0r+dx_size*(i-1)
x2=x1+dx_size
y1=y0r+dy_size*(j-1)
y2=y1+dy_size
z1=table(j,x1)
z2=table(j+1,x1)
z3=table(j+1,x2)
z4=table(j,x2)
zb=z_base
zs=z_size
command
gen zon brick p0 x1 y1 zb p1 x2 y1 zb p2 x1 y2 zb p3 x1 y1 z1 &
p4 x2 y2 zb p5 x1 y2 z2 p6 x2 y1 z4 p7 x2 y2 z3 &
size 1 1 zs
end_command
end_loop
end_loop
end
```

圖 4.16 轉換程序之程式碼

(2) 轉換技巧

其資料處理暨轉換程序與前述第一種方法相同。

(3) 轉換程序

利用 FISH 語言將 Surfer 輸出之 X、Y、Z 座標，直接轉換成 FLAC 3D 軟體能夠讀取之格式。圖 4.17 為 Surfer 數值地形資料轉換為 FLAC 3D 後之模型。

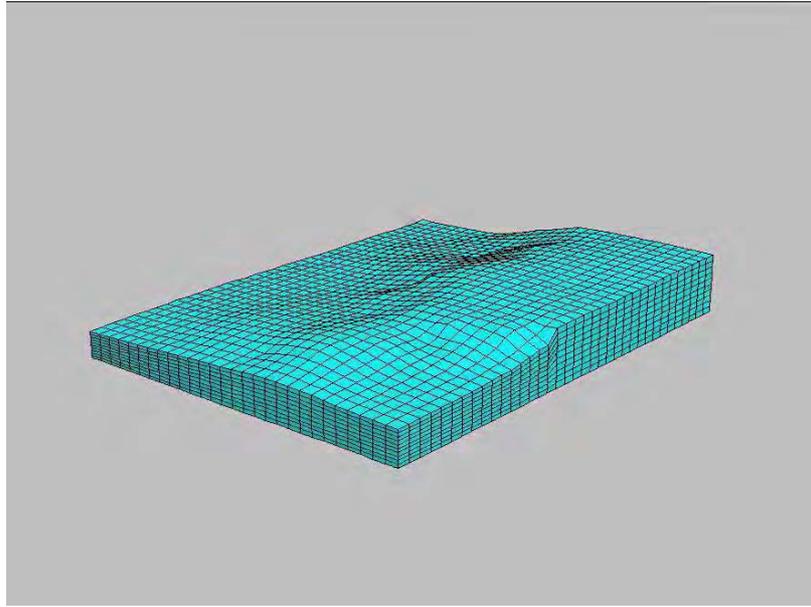


圖 4.17 Surfer 數值地形資料轉換為 FLAC 3D 後之模型

8. 案例：包含研究中利用建議流程所探討的驗證案例以及真實案例之解說與命令流，輔助程式之案例功能視窗如圖 4.18 所示。



圖 4.18 案例功能視窗

4.4 小結

本研究利用 Visual Basic 6.0 軟體將 FLAC 3D 軟體之基本指令加以視窗化，並針對邊坡穩定方面之問題架構輔助分析程式。所撰寫之輔助分析程式已加入轉換程序，輔助分析程式之轉換程序功能視窗包括：Surfer 轉換至 FLAC 3D、ANSYS 轉換至 FLAC 3D、Surfer 轉換至 ANSYS 等三類轉換功能，可用以整合 FLAC 3D 之計算部分與 ANSYS 之前處理的優點。

第五章 邊坡穩定案例探討

5.1 前言

本章係利用簡易邊坡穩定案例驗證所開發出之輔助分析程式的效用，並建議一分析程序以建構複雜地形之模型，然後輔以所開發出之轉換程序進行複雜地形的建模。

5.2 簡單之邊坡穩定案例

簡單地形邊坡，其建模可利用 FLAC 3D 內建之基本模型加以堆疊組成之，如圖 5.1 所示，其左方皆為基本模型之示意圖，右方為 FLAC 3D 實際建模之模型，如利用堆疊方式可輕易組成所需之簡單邊坡地形。

以下擬利用輔助分析程式進行案例之模擬，而模擬案例為使用手冊中之案例，用以證實輔助分析程式可應用於案例探討中。

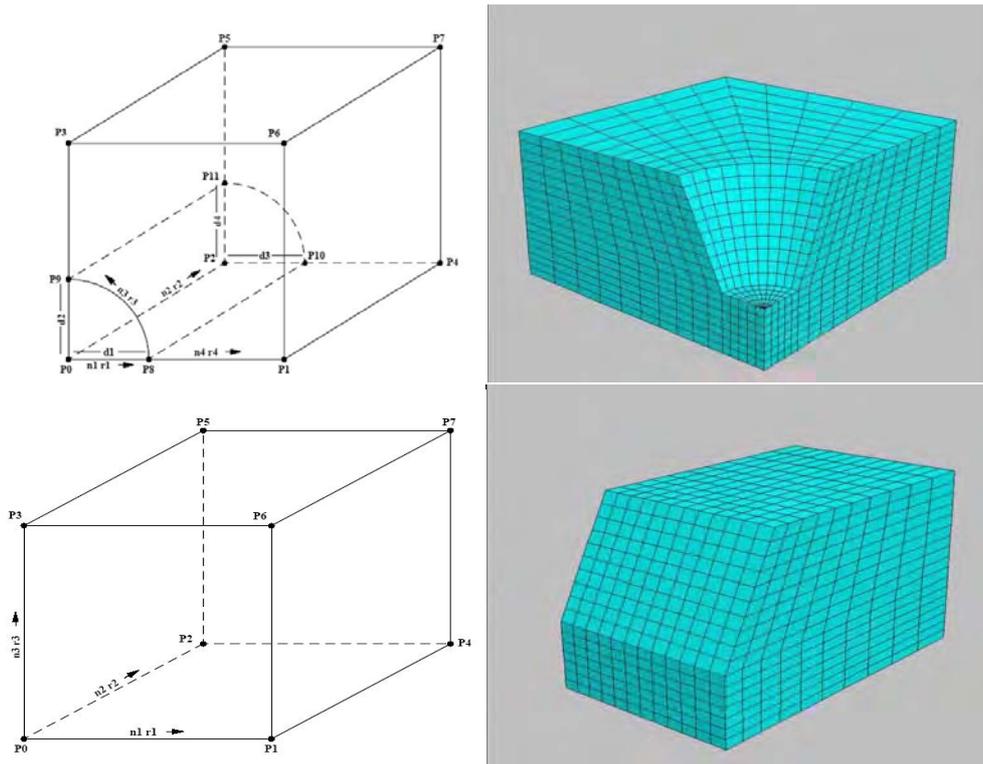


圖 5.1 基本模型示意圖

所引用之案例基本參數說明如下：假設案例為一坡高 9m 的邊坡，坡角約 45 度。其地層體積模數(bulk modulus)為 200 MPa、剪力模數(shear modulus)為 100 MPa、摩擦角(friction angle)是 45 度、凝聚力(cohesion)是 100 kPa、張力極限(tension limit)為 100 kPa。

以下使用輔助分析程式進行案例之研討，其分析步驟包括：

1. 模型建構：應輸入案例所需之模型。
2. 參數設定：應輸入地層材料參數。
3. 邊界條件：給予地層適當的束制及初始條件。
4. 求解：可設定所需求解之時間、次數等。

5. 結果輸出：可設定所需匯出之參數，並匯出txt格式之檔案，其可直接由FLAC 3D進行分析計算，輸出結果如圖5.2所示。

```
;建模部份
gen zone radcyl &
p0 0 0 25 p1 add 80 0 0 p2 add 0 0 -25 p3 add 0 80 0 &
dim 24.5 24.5 12 12 ratio 1 1 1 1.1
gen zone radcyl &
p0 0 0 0 p1 add 80 0 0 p2 add 0 0 -15 p3 add 0 80 0 &
dim 12 12 12 12 ratio 1 1 1 1.1 fill size 5 7 10 10
gen zone brick &
p0 0 -40 -15 p1 add 12 0 0 p2 add 0 40 0 p3 add 0 0 15 &
size 5 12 7
gen zone brick &
p0 12 -40 -15 p1 add 68 0 0 p2 add 0 40 0 p3 add 0 0 15 &
size 10 12 7 ratio 1.1 1 1
gen zone brick &
p0 12 -40 0 p1 add 68 0 0 p2 add 0 40 0 p3 add 12.5 0 25 &
p4 add 68 40 0 p5 add 12.5 40 25 p6 add 68 0 25 p7 add 68 40 25 &
size 10 12 10 rat 1.1 1 1

;材料參數
mod mo
pro bulk 2e8 she 1e8 fric 45 coh 1e6 ten 1e6
; 邊界條件
fix x range x -.1 .1
fix x range x 79.9 80.1
fix y range y -40.1 -39.9
fix y range y 79.9 80.1
fix x range z -15.1 -14.9
fix y range z -15.1 -14.9
fix z range z -15.1 -14.9
set g 0 0 -10

;求解
step 4000
solve
save sl_eq.sav
```

圖 5.2 命令輸出檔案

經 FLAC 3D 之分析計算，此邊坡之安全係數 FS(Factor of Safety) 為 1.7。數值分析之後處理結果說明如下。圖 5.3 係假設案例之格網模型，圖 5.4(視點 0,0,0)與圖 5.5(視點 20,0,50)為所計算出之邊坡位移圖，圖 5.6(視點 0,0,0)與圖 5.7(視點 20,0,50)是邊坡之超額孔隙水壓圖，圖 5.8、圖 5.9 與圖 5.10 分別為邊坡在 X、Y、Z 方向之速度(視點 20,0,50)。

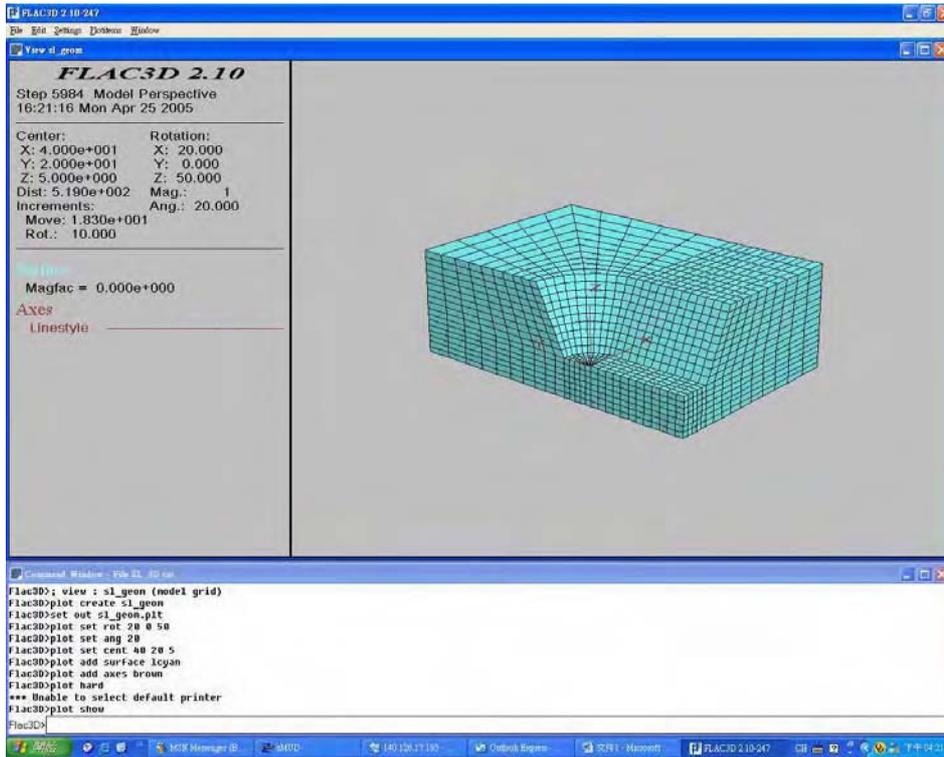


圖 5.3 基本網格模型

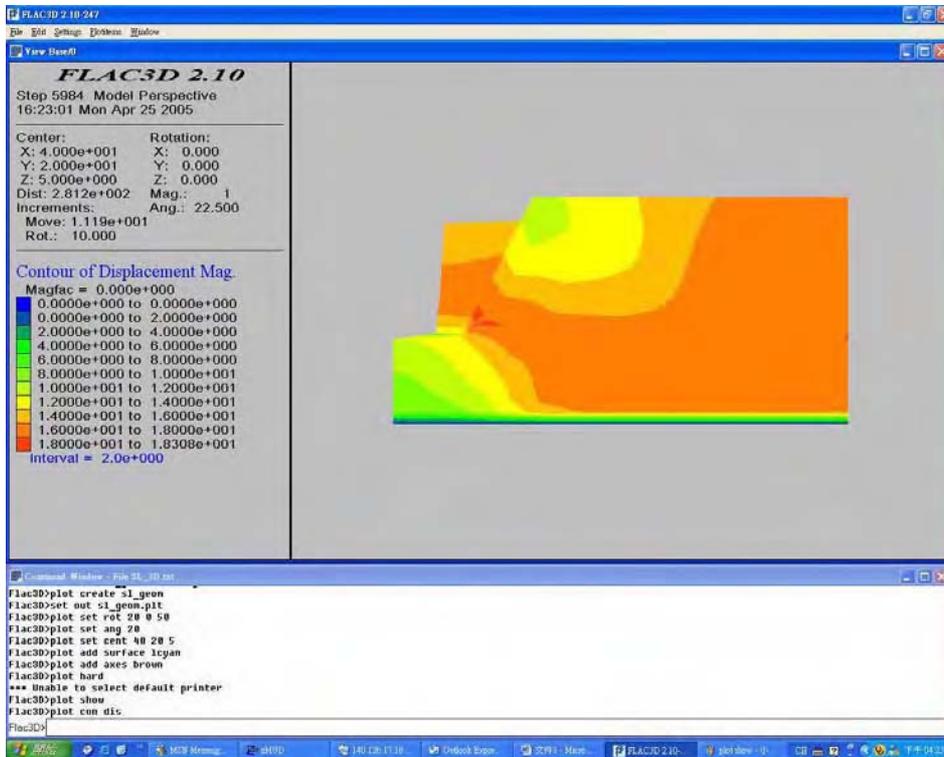


圖 5.4 邊坡位移(視點 0,0,0)

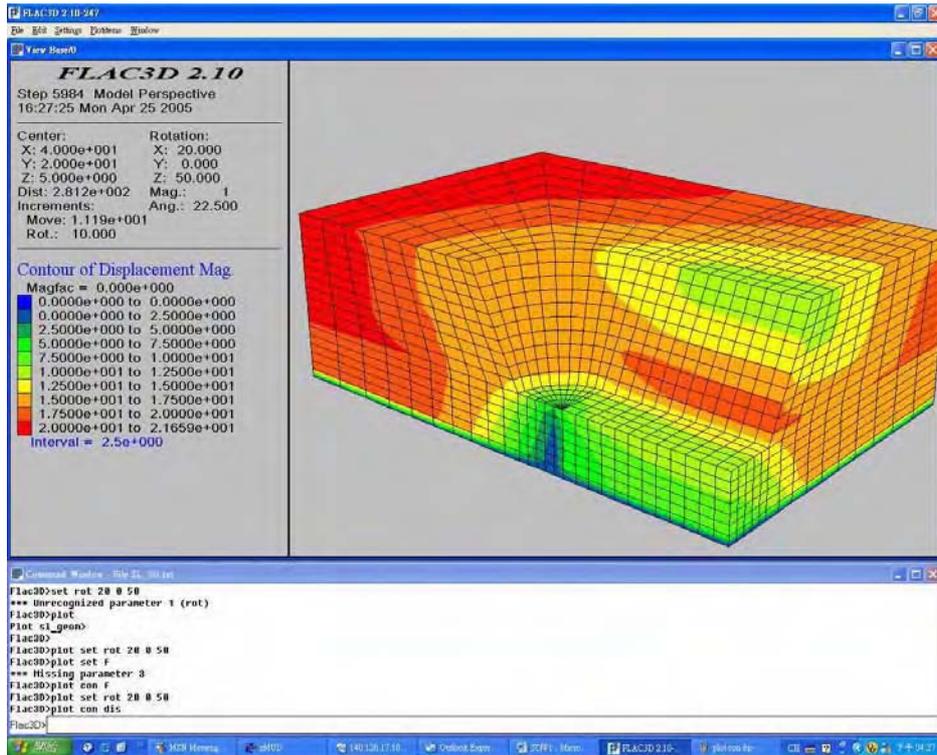


圖 5.5 邊坡位移(視點 20,0,50)

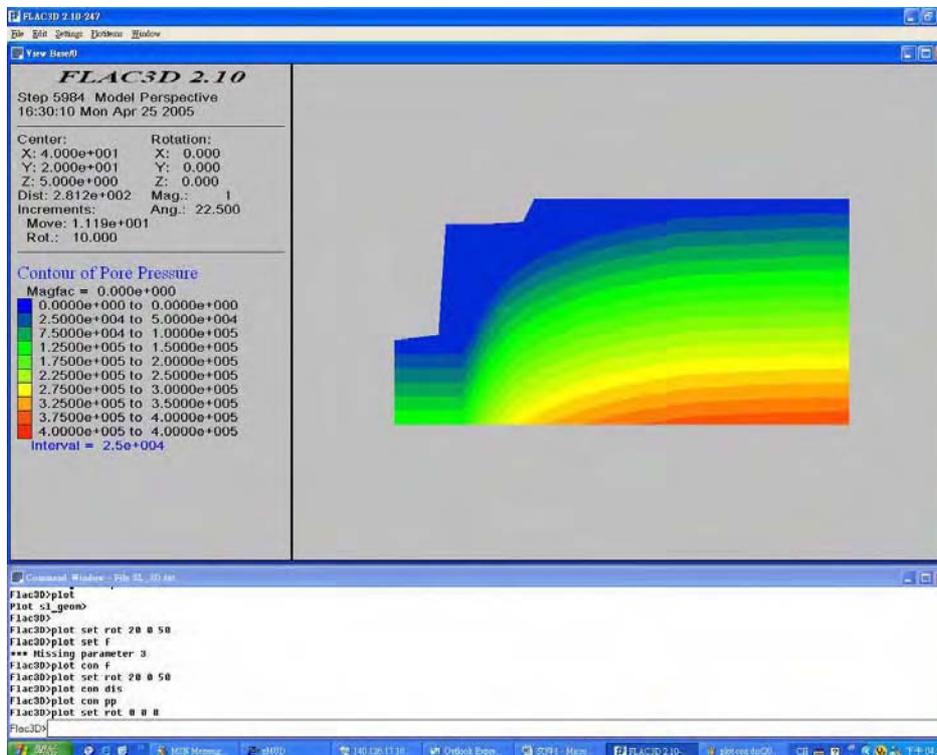


圖 5.6 邊坡超額孔隙水壓(視點 0,0,0)

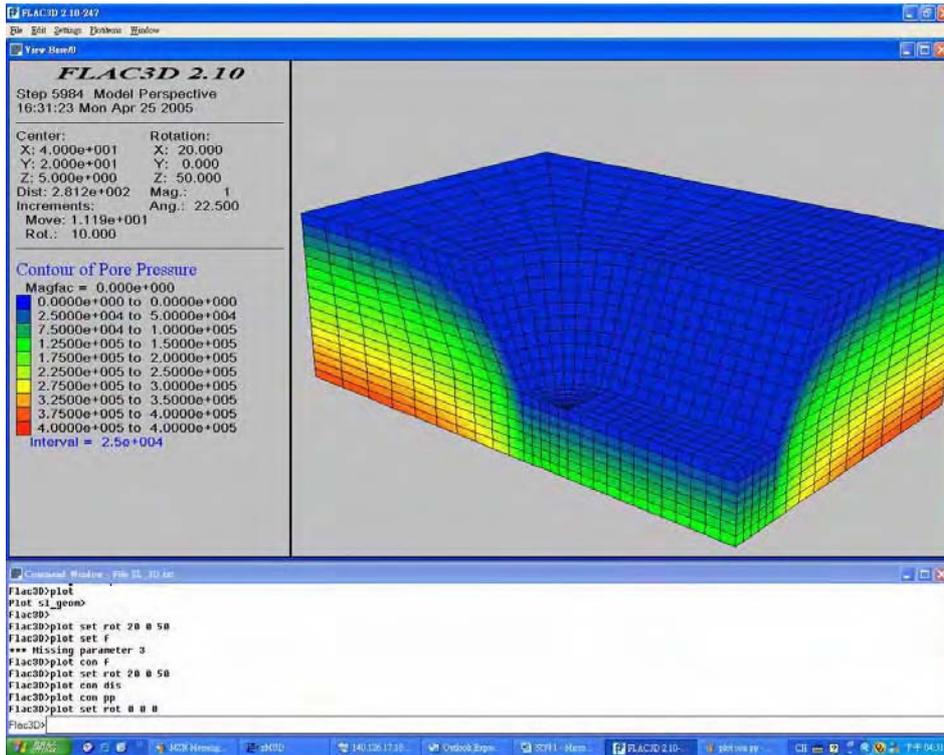


圖 5.7 邊坡超額孔隙水壓(視點 20,0,50)

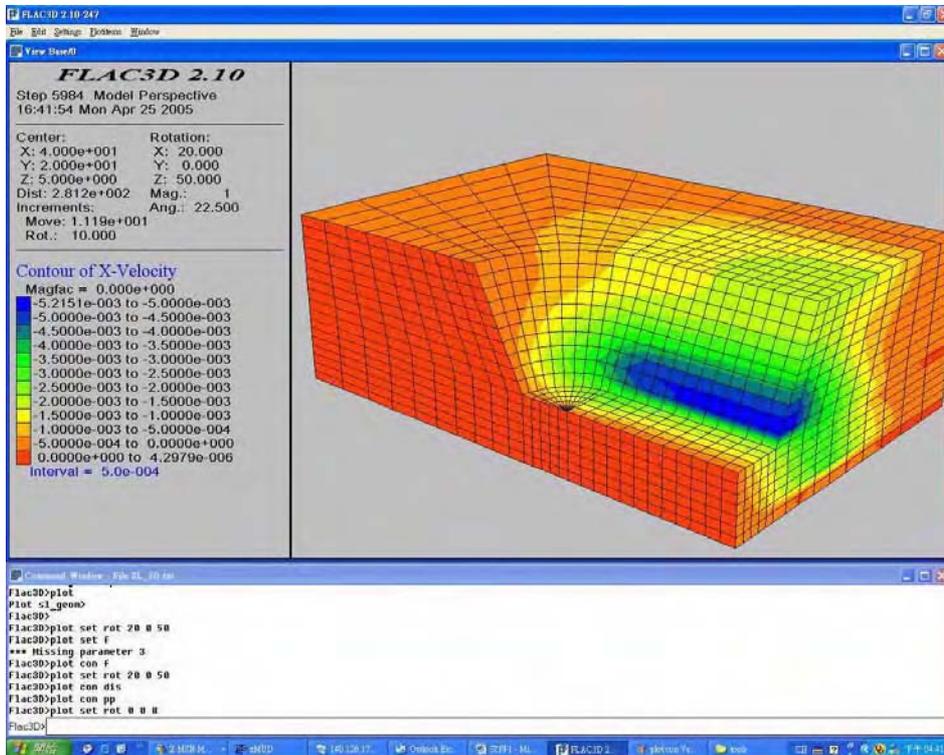


圖 5.8 邊坡 X 方向之速度(視點 20,0,50)

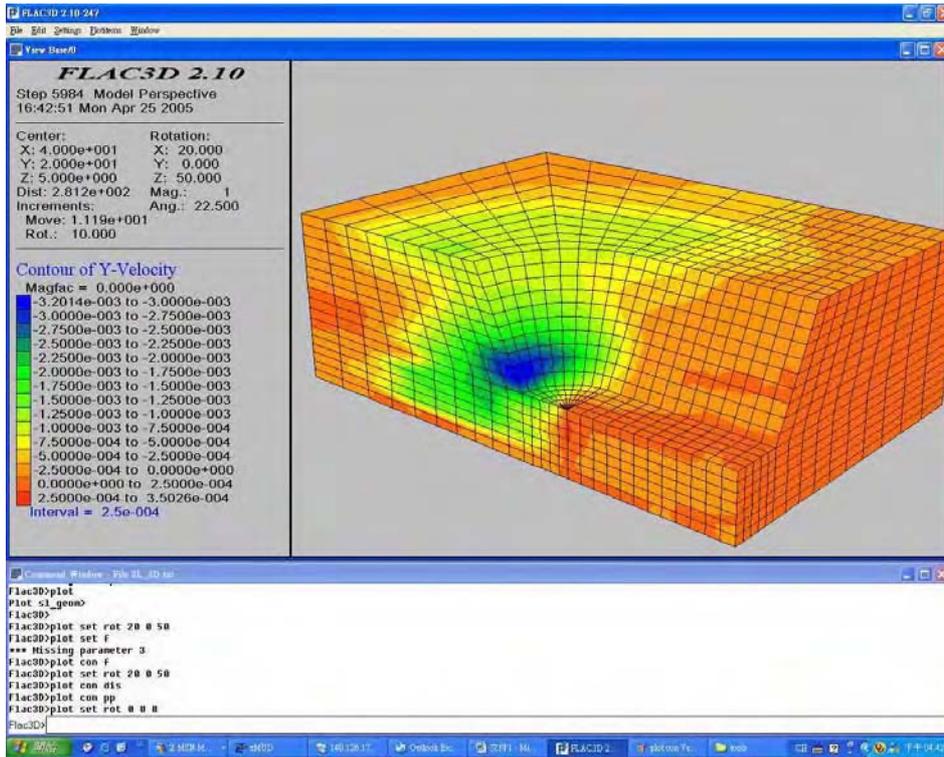


圖 5.9 邊坡 Y 方向之速度(視點 20,0,50)

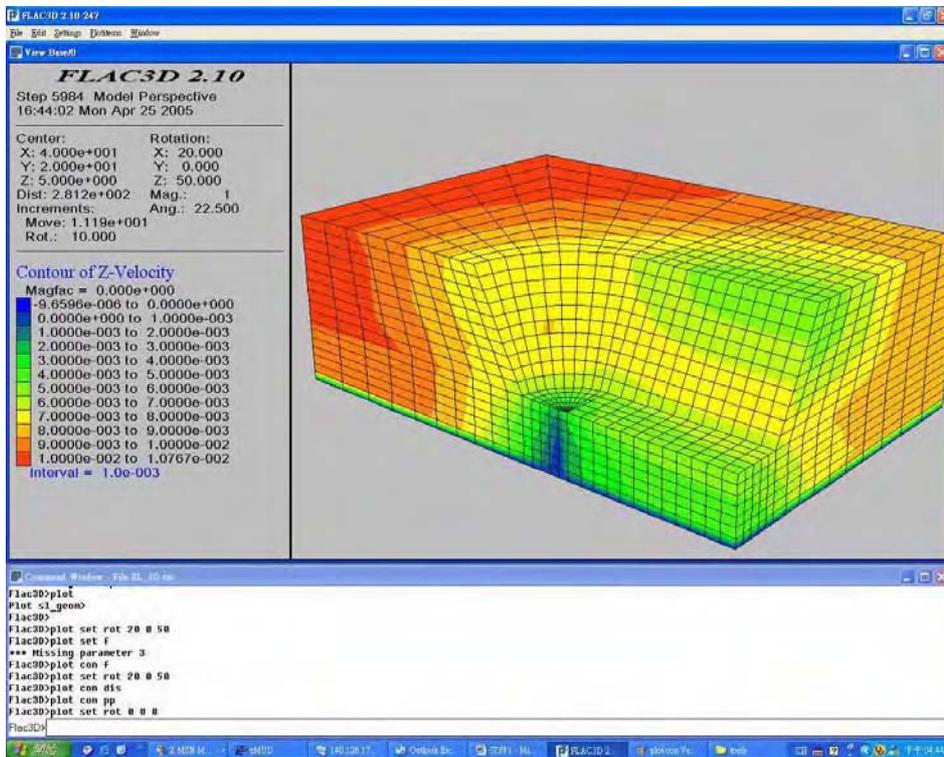


圖 5.10 邊坡 Z 方向之速度(視點 20,0,50)

5.3 複雜邊坡穩定案例

5.3.1 真實地型建模步驟

真實地形之案例可利用有限元素分析軟體 ANSYS、並經由專業繪圖軟體 Surfer 進行真實地形之建構，再匯入至 ANSYS 軟體中設定地層材料之參數，再經由轉換程序匯入至 FLAC 3D 軟體中進行數值分析，以下為前處理步驟之說明。

1. 使用繪圖軟體 Surfer 對真實地形座標進行建模。
2. 將建模資料自 Surfer 軟體匯入 ANSYS 軟體中。
3. 於 ANSYS 軟體中，決定分析問題之種類。
4. 於 ANSYS 軟體中，設定分析的地層材料參數。
5. 建構實體化分析模型。
6. 格網劃分：格網尺寸大小亦會影響分析結果，格網愈小分析之結果愈接近公式解，但有其一定之收斂值存在。
7. 設定邊界條件。
8. 經轉換程序，將建構好之模型匯入 FLAC 3D 軟體中。
9. 於 FLAC 3D 軟體中進行後處理分析。

轉換程序中，由 ANSYS 軟體轉換至 FLAC 3D 軟體之程序，主要之使用元素為 Solid 45，再配合 FLAC 3D 特有的元素，可撰寫轉換程序，圖 5.11 為 Solid 45 元素，圖 5.12 是 ANSYS 與 FLAC 3D 對應之結構元素。圖 5.13 是數值地形資料分別在 ANSYS 與 FLAC 軟體中之顯示模式。

SOLID45 3-D Structural Solid

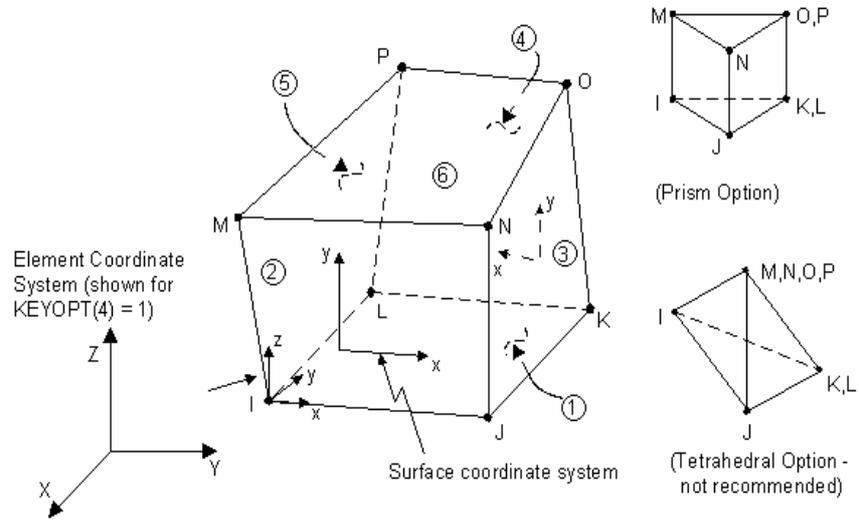


圖 5.11 ANSYS 軟體中之 Solid 45 元素

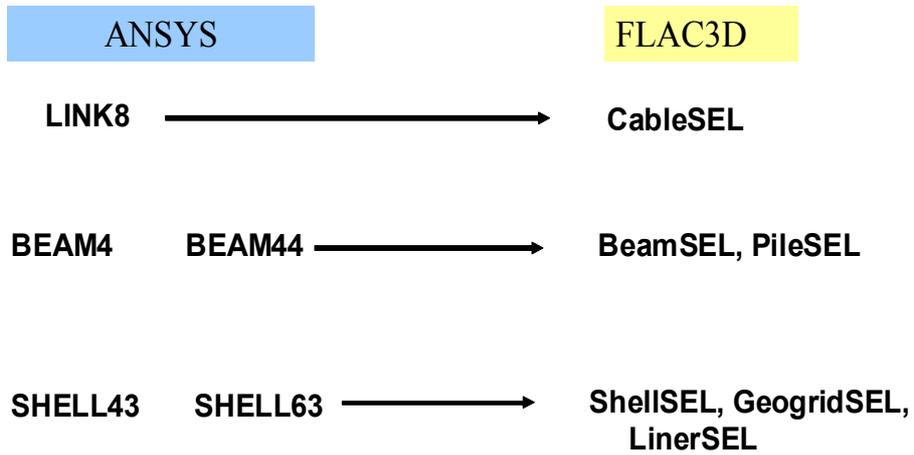
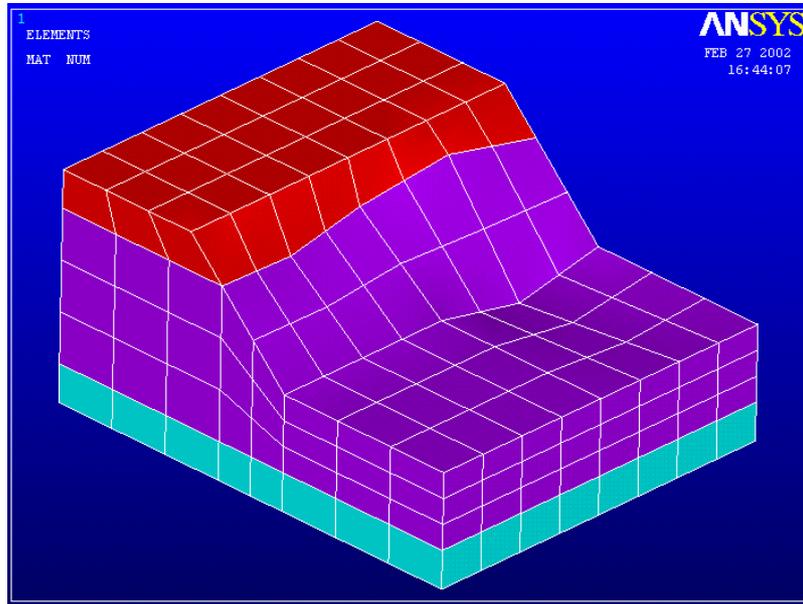
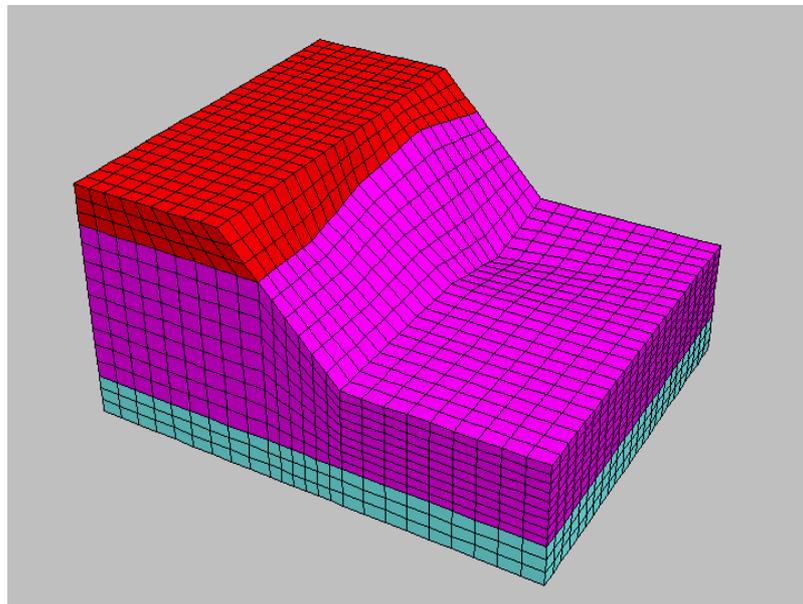


圖 5.12 ANSYS 軟體與 FLAC 3D 軟體對應之結構元素



(a) ANSYS 模型



(b) FLAC 3D 模型

圖 5.13 地形資料轉換後之數值模型：(a)ANSYS，(b)FLAC 3D

5.3.2 真實地形建模流程圖示

1. 將 Surfer 軟體轉換後的節點檔案，如「***.dat」，利用 Visual C++ 撰寫的小程式整理成 ANSYS 可讀取的檔案格式，如「k, , x,y,z」，或是「n, , x,y,z」，再將修改的格式存成「***.txt」。圖 5.14 為 ANSYS 之操作視窗示意圖。

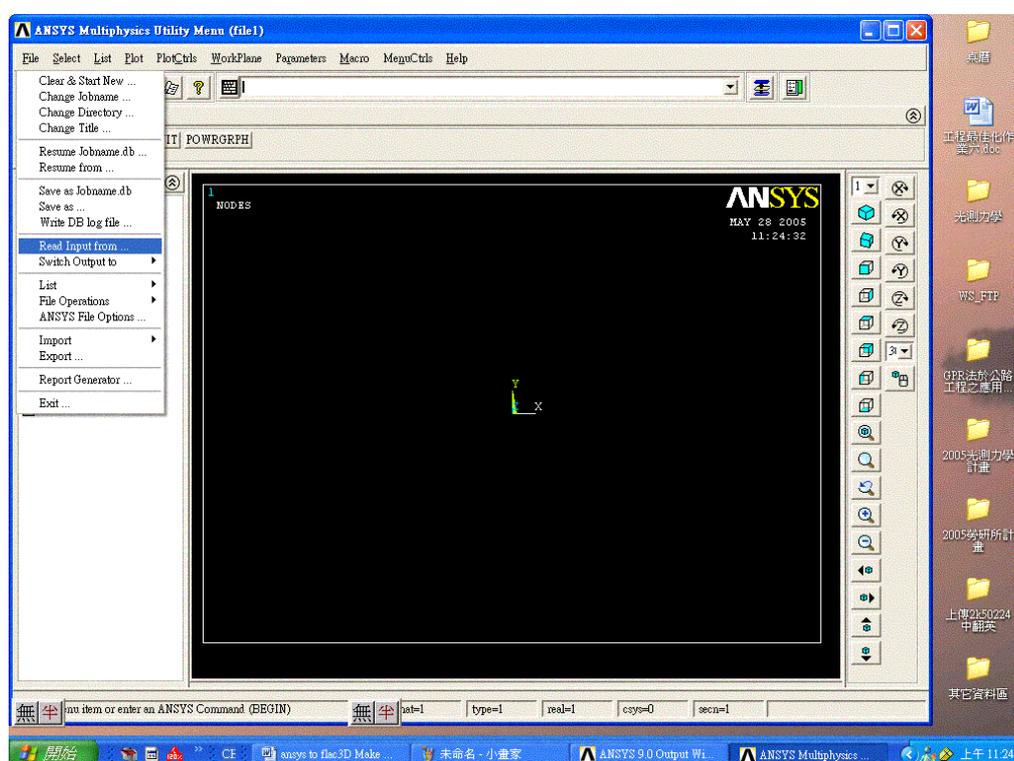


圖 5.14 ANSYS 操作視窗

2. 鍵入或是點選視窗 read imp 指令，其操作視窗如圖 5.15 所示。

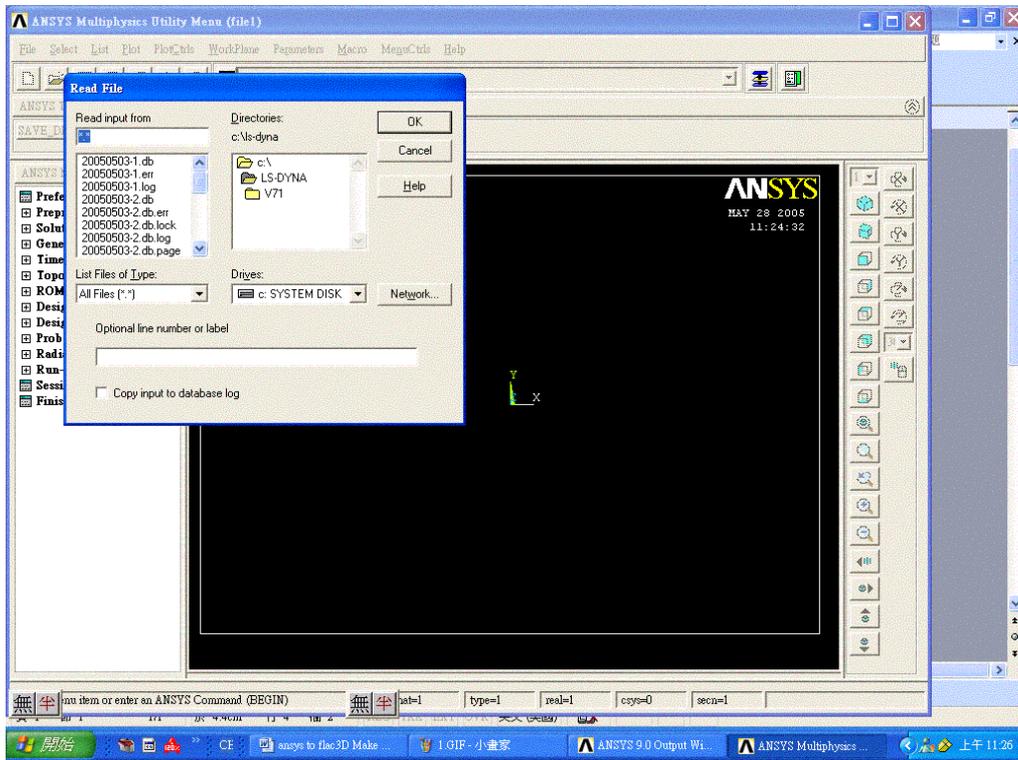


圖 5.15 真實地形建模流程之步驟 2 示意圖

3. 將整理過的「***.txt」格式的資料匯入 ANSYS 後，再由點產生線，
如圖 5.16 所示。

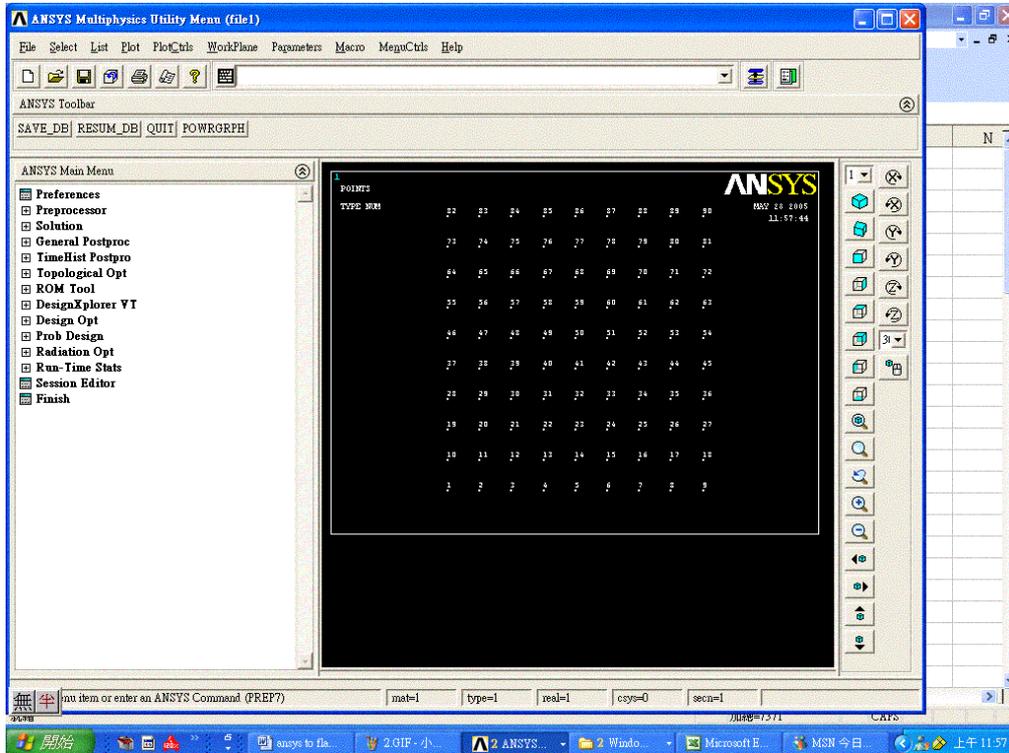


圖 5.16 真實地形建模流程之步驟 3 示意圖

4. 再將各線段編輯成一線曲折線，如圖 5.17(a)、(b)所示。

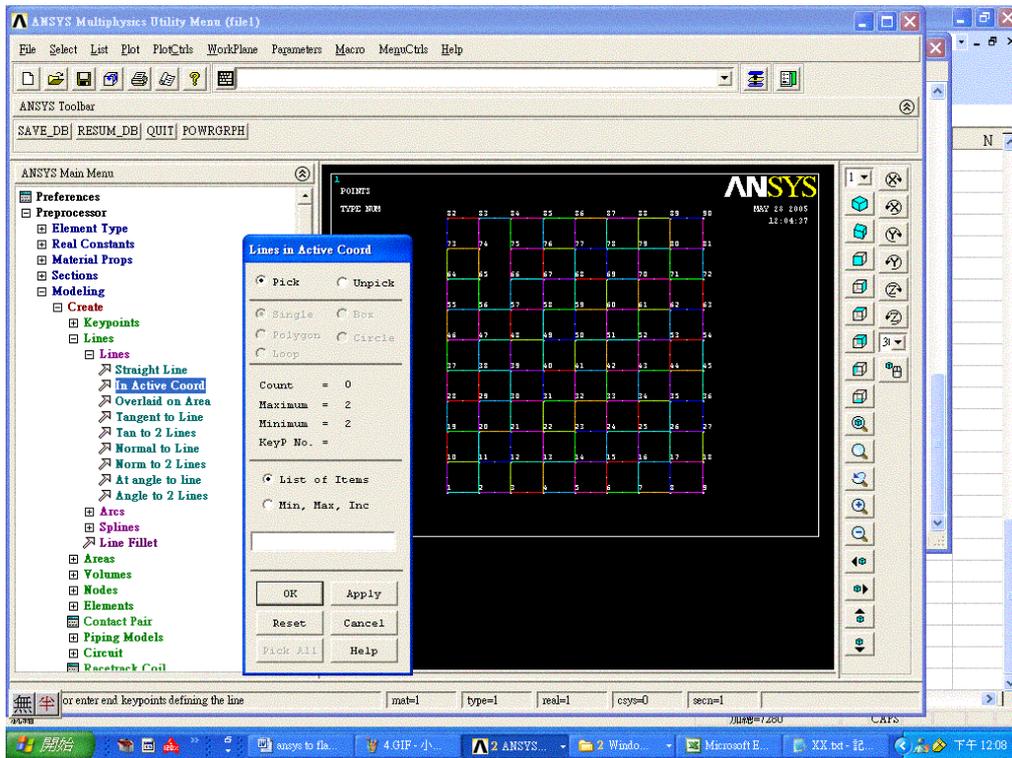


圖 5.17(a) 真實地形建模流程之步驟 4 示意圖

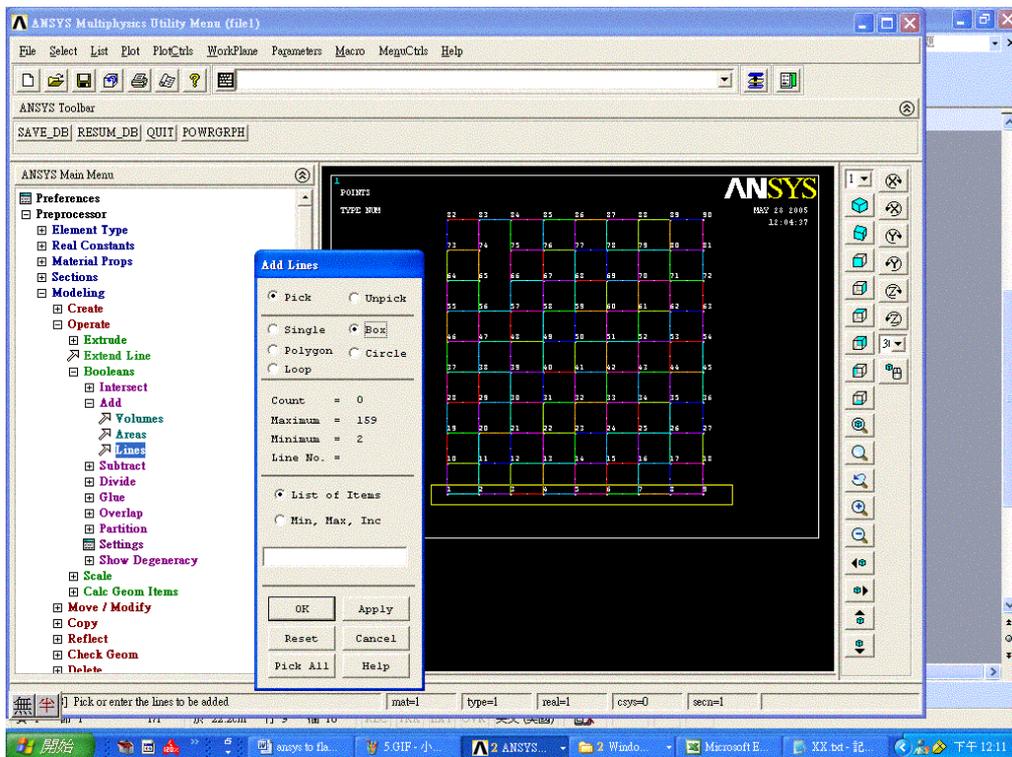


圖 5.17(b) 真實地形建模流程之步驟 4 示意圖

5. 步驟 5 為進行曲面之生成，如圖 5.18(a)所示。鍵入或點選使用 CERATE/AERA/BY SKINING/指令以產生曲面(選擇已編輯好的曲折線)，所生成的曲面如圖 5.18(b)所示。

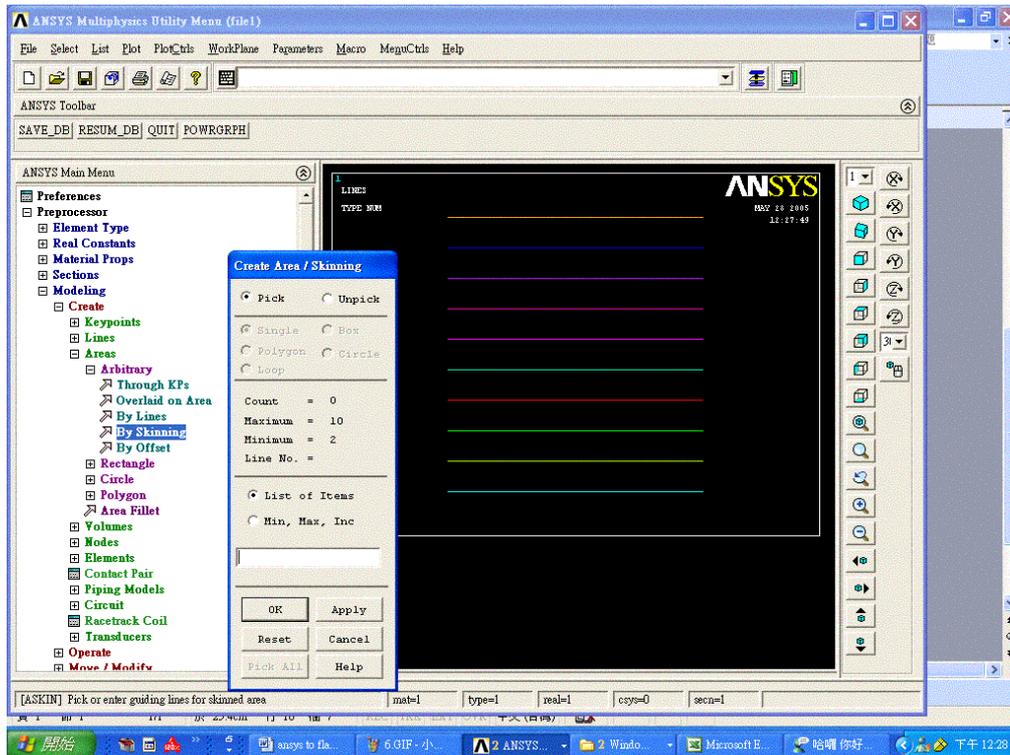


圖 5.18(a) 真實地形建模流程之步驟 5 示意圖

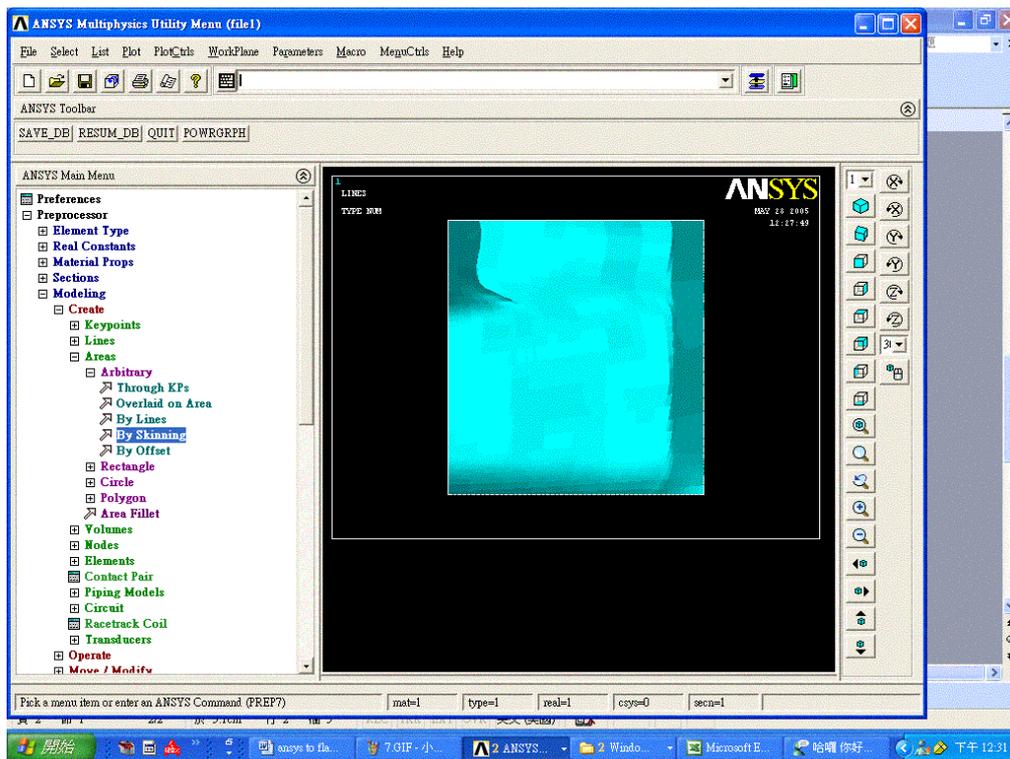


圖 5.18(b) 真實地形建模流程步驟 5 所生成的曲面示意圖

6. 步驟 6 係進行體積之生成：將產生底面的邊線，如圖 5.19 所示。

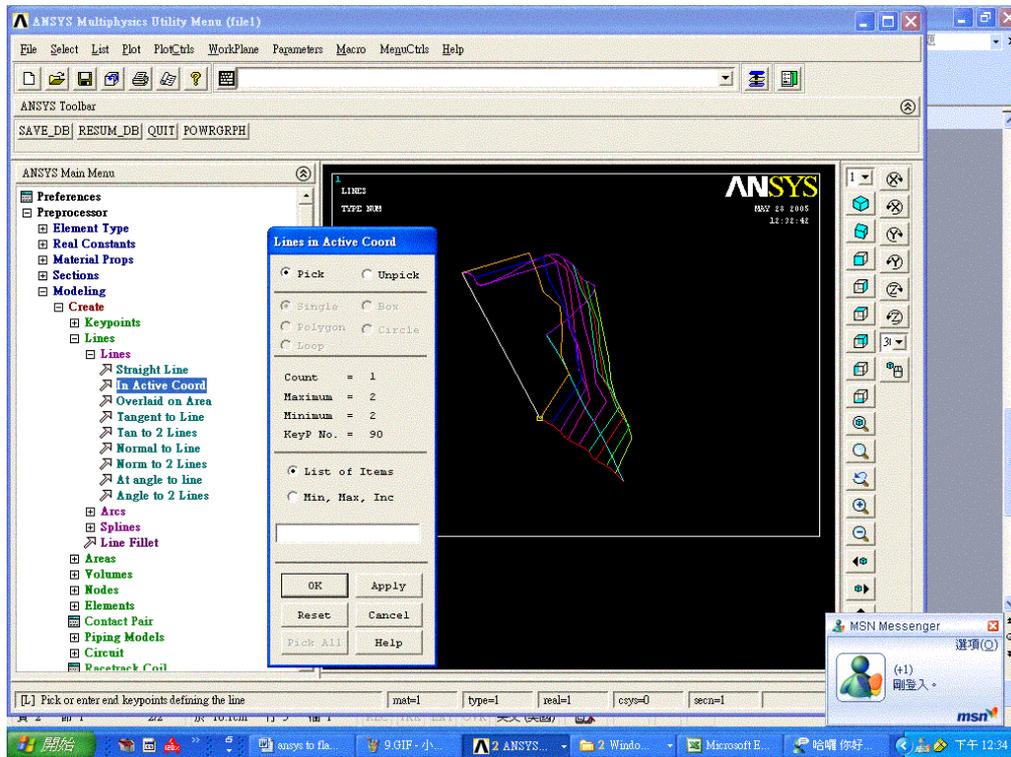


圖 5.19 真實地形建模流程之步驟 6：進行體積之生成之示意圖

7. 底面四個邊線都有了。鍵入或點選指令 CERATE/AERA/BY SKINING/產生曲面(針對剛才產生的邊線及底面進行)，共產生二個面，可用指令 CERATE/AERA/BY LINE 產生底面，其結果如圖 5.20 所示。

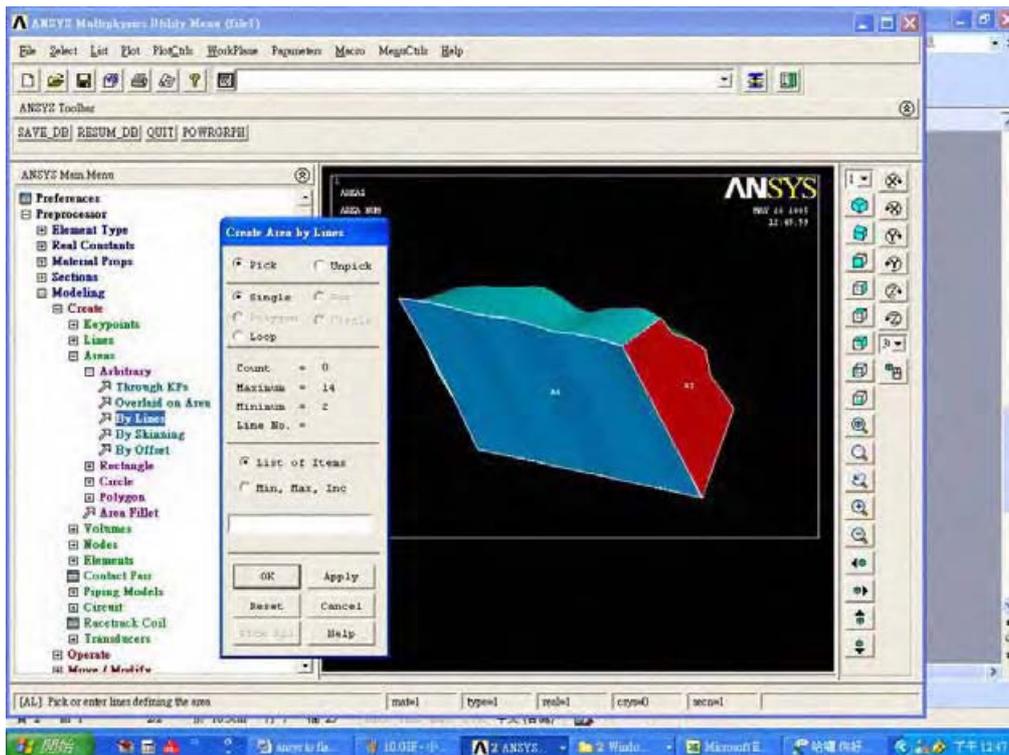


圖 5.20 真實地形建模流程之步驟 7 示意圖

8. 鍵入或點選指令 CREATE/VOLUMES/ARBITRARY/BY AREAS/ 以完成體積之建模，如圖 5.21 所示。

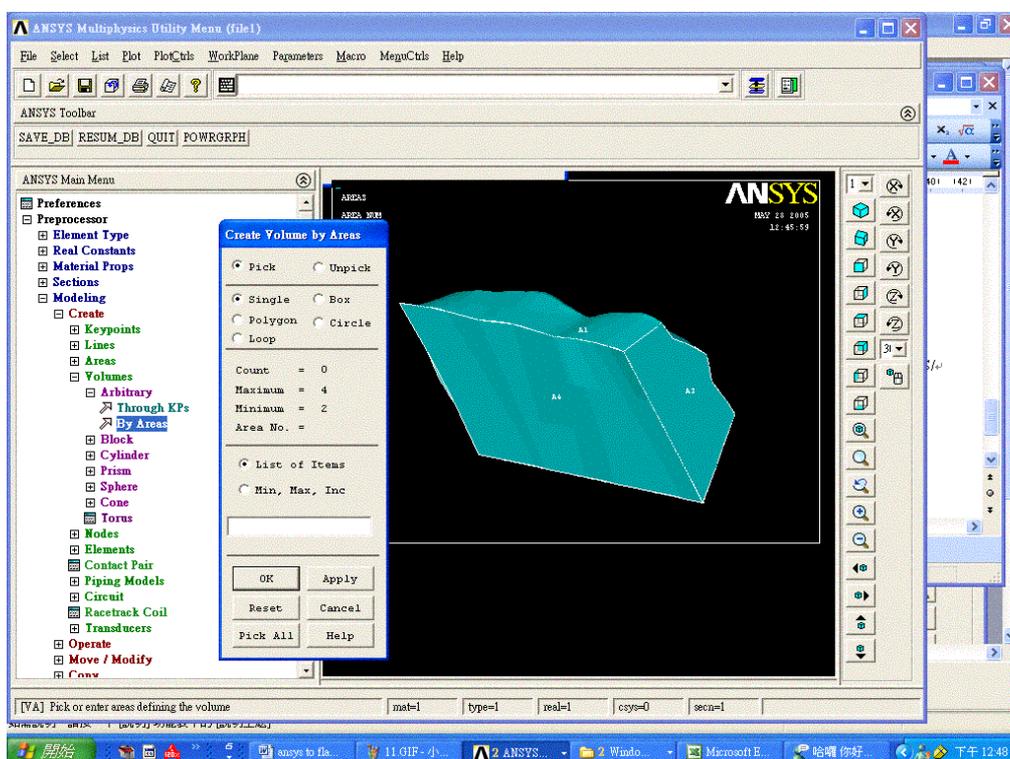


圖 5.21 真實地形建模流程步驟 8 示意圖

9. 體積完成並格網化，最後輸出檔案，利用輔助分析程式中之轉換程序匯入 FLAC 3D 進行計算。

5.3.3 真實案例探討

使用建議之分析流程，將真實之數值地形圖，經由專業繪圖軟體 Surfer 匯出，然後匯入 ANSYS 軟體中建模並設定參數，再經由轉換程序匯入 FLAC 3D 作後續之計算。

1. 案例一

圖 5.22 係使用專業繪圖軟體 Surfer 所繪出之地形圖，其中共有 70,635 個節點。

因真實地形資料過於龐大，故可能導致前處理與分析時間過於冗長，故擬進行下列之研究：利用 Surfer 軟體將原本之 70,635 個節點，逐次減少至 90%、80%、70% 等等後，再分析比較其數值結果之差異性。圖 5.23 係使用專業繪圖軟體 Surfer 選取 10% 節點數(即 7,064 個節點數)時所繪製之數值地形圖。使用建議之流程，並使用輔助分析程式中之轉換程序，即可得到 FLAC 3D 所分析出之結果。

經分析後發現，當節點數化簡至 70% 時，其所計算出之安全係數等相關參數仍能趨於一定值，故在本真實地形之分析過程，可直接將節點數縮減，以縮短其前處理與分析所需時間。

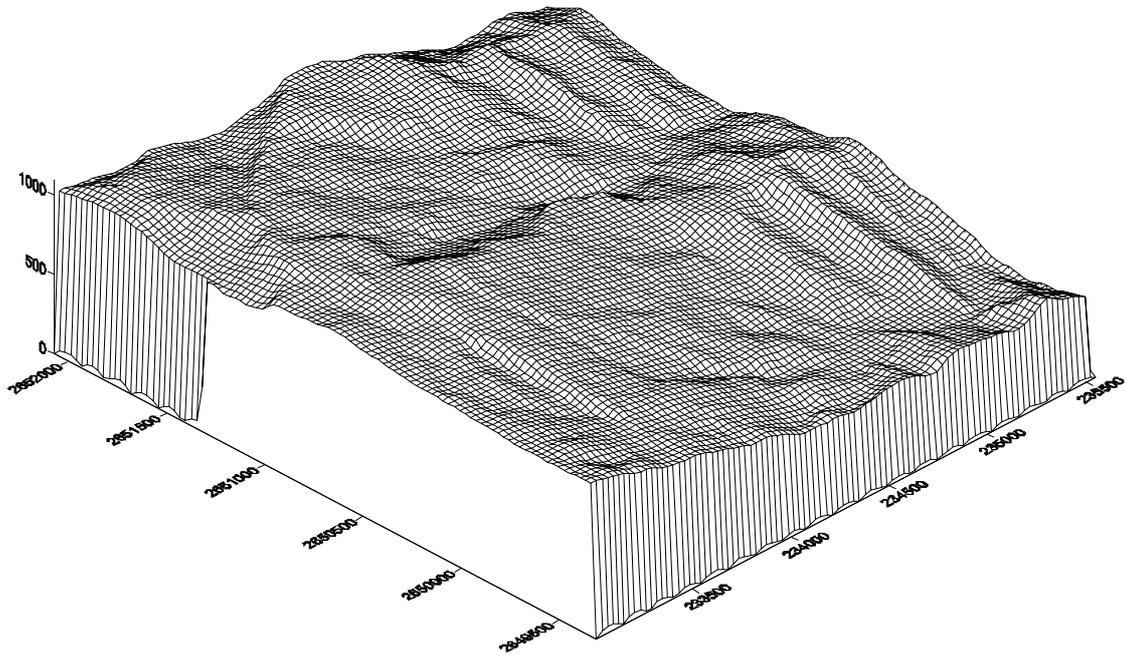


圖 5.22 案例一之數值地形圖

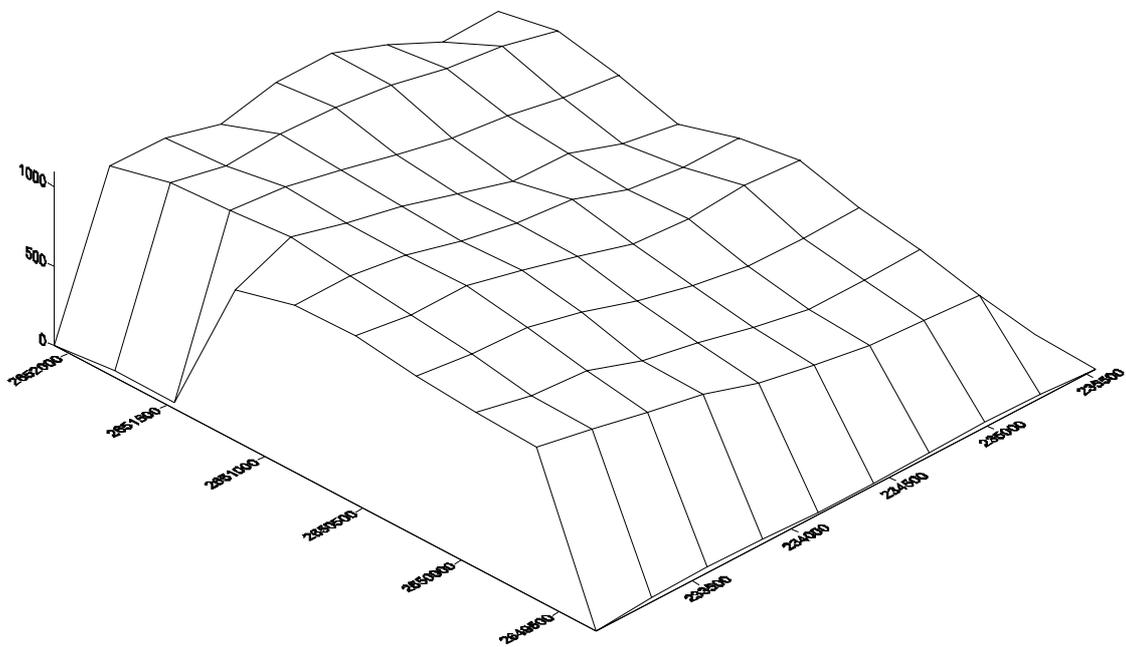


圖 5.23 案例一之節點數取 10%時所繪製之數值地形圖

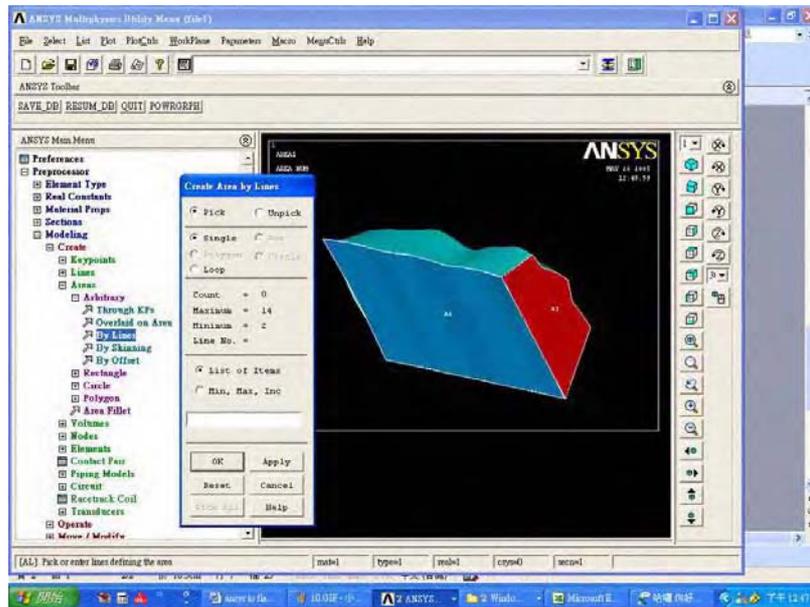


圖 5.24 案例一之 ANSYS 數值模型

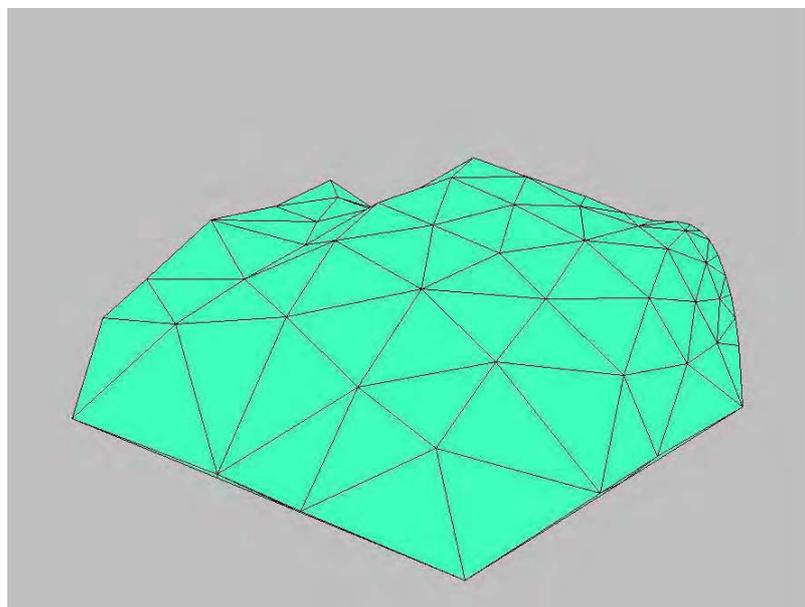


圖 5.25 案例一經轉換匯入 FLAC 3D 後之數值模型

2. 案例二

圖 5.26 也係使用專業繪圖軟體 Surfer 所繪出之地形圖，其中共有 361,201 個節點，其分析方法與案例一相同，數值結果之結論與案例一之結果相同。

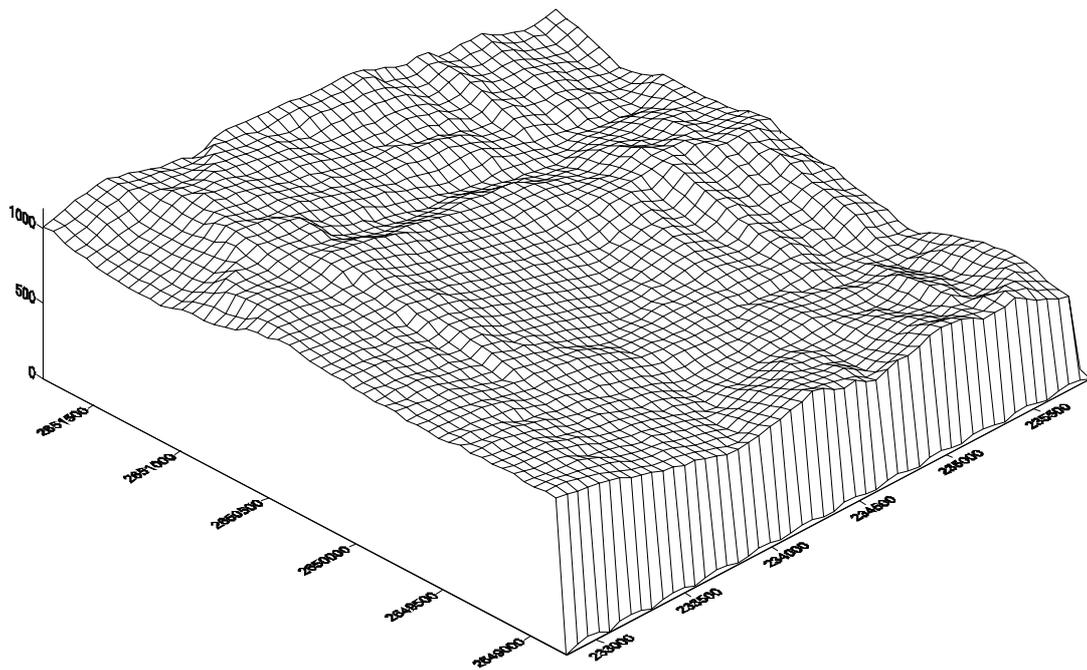


圖 5.26 案例二之數值地形圖

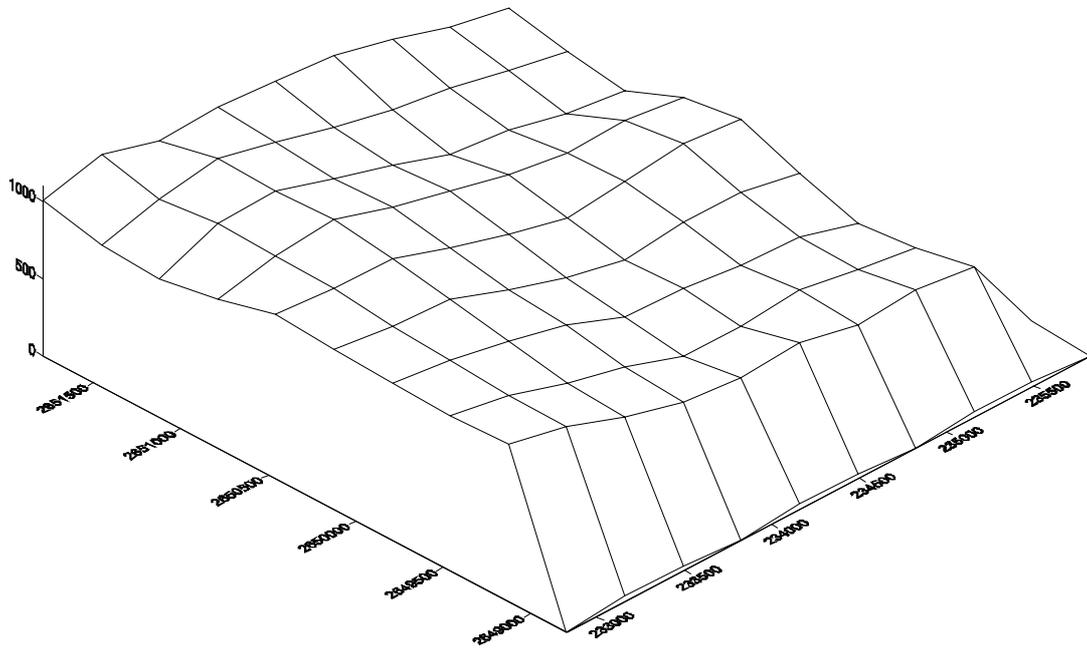


圖 5.27 案例二之節點數取 10%時所繪製之數值地形圖

5.4 小結

本章係建議一分析程序以建構複雜地形之模型，利用簡易邊坡穩定案例驗證所開發出之輔助分析程式的效用，然後輔以所開發出之轉換程序進行複雜地形的建模。關於案例之研討，有詳述其分析步驟，使用建議之分析流程，可將真實之數值地形圖，經由專業繪圖軟體 Surfer 匯出，然後匯入 ANSYS 軟體中建模並設定參數，再經由轉換程序匯入 FLAC 3D 作後續之計算。

第六章 結論與建議

本文係利用 Visual Basic 程式撰寫以 FLAC 3D 軟體為核心的輔助分析程式，將 FLAC 3D 之前處理、分析計算、及後處理指令等加以有系統的規劃並視窗化，以增加操作之便利性。可利用所撰寫的轉換程序，整合 ANSYS 軟體之前處理模組、與 FLAC 3D 之計算模組暨後處理模組之優點，程式中所建立之轉換程序，可以方便建構真實地形之模型。經由仔細的研討，可得下列結論與建議：

6.1 結論

1. 相較於其他分析軟體，FLAC 3D 之前處理模組較不易操作，致初學者使用 FLAC 3D 程式較為不易，故已利用 Visual Basic 程式開發出一簡易之輔助分析程式，將 FLAC 3D 之基本指令利用 Visual Basic 程式加以視窗化。經由假設案例驗證操作之過程，證實所開發出之輔助視窗程式操作順利。
2. 本研究一共撰寫三種建議之轉換程序，以利於縮減 FLAC 3D 之建模時間。由假設案例以及真實案例之研討結果得知，本研究所研發出之建模流程及轉換程序之可信度高且是可行的。
3. 經由研究得知，使用本研究所建議之流程，較易呈現真實地形，使分析結果更接近真實情況。若地形圖未經過簡化，則常因資料過於龐大，資料轉換與分析時間會過長。

4. 本研究共建議三種轉換程序，他們均適用於簡易模型之建構，但就建模效率而言，真實之複雜地形利用第一、二種轉換程序時，所需之 ANSYS 材料的參數設定較為方便；但均質地形的情况下，則以使用第三種轉換程序效率最好。

6.2 建議

1. 所發展出之輔助分析程式，可用以協助使用者有系統的針對一般類型之邊坡穩定問題加以分析，但對於邊坡補強等進階問題的探討，本輔助分析程式之架構尚未完善，故後續之研究可針對這點進行輔助分析程式架構之改善。
2. 研究中對於真實地形之模擬，只針對能否詳細模擬出真實地形加以研討，所以只探討節點數對分析結果的影響，後續之研究可針對地層其他影響因素加以探討。

參考文獻

- Aksoy, M., and Once, G., (2003), “A Parametric Study of Slope Stability under Circular Failure Condition by A Numerical Method,” *FLAC and Numerical Modeling in Geomechanics – 2003*, pp. 83-89.
- ANSYS, Inc., (2002), “User’s Guide of ANSYS,” *User’s Manual*, Release 6.1, ANSYS, Inc., Pennsylvania, U.S.A.
- Bishop, A.W., (1955), “The Use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Slopes,” *Geotechnique*, London, U.K., Vol. 1, pp. 7-17.
- Cala, M. and Flisiak, J., (2001), “Slope Stability Analysis with FLAC and Limit Equilibrium Methods”, *FLAC and Numerical Modeling in Geomechanics – 2001*, pp. 111-114.
- Cala, M., and Flisiak, J., (2003), “Complex Geology Slope Stability Analysis by Shear Strength Reduction”, *FLAC and Numerical Modeling in Geomechanics*, Brummer *et al.*(eds.), pp. 99-102.
- Chen, W.F., (1975), *Limit Analysis and Soil Plasticity*, Elsevier, New York.
- Chen, W.F., and Snitbhan, N., (1975), “On Slip Surface and Slope Stability Analysis”, *Soils and Foundations*, Vol. 15, No. 3, pp 41-49.
- Das, B.M., (2000), “Fundamentals of Geotechnical Engineering”, Brooks/Cole, California.
- Dawson, E.M., Roth, W.H., and Drescher, A., (1999), “Slope Stability Analysis by Strength Reduction”, *FLAC and Numerical Modeling in Geotechnique*, Vol. 49, No. 6, pp. 835-840.
- Donald, I.B., and Giam, S.K., (1988), “Application of the Nodal

- Displacement Method to Slope Stability Analysis,” *Proceedings of the Fifth Australia - New Zealand Conference on Geomechanics*, Sydney, Australia, pp. 456-460.
- Duncan, J.M., (1995), “Limit Equilibrium and Finite-Element Analysis of Slopes,” *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol. 122, No. 7, pp. 577-596.
- Fellenius, W., (1936), “Calculation of the Stability of Earth Dams,” *Proceedings of the Second Congress of Large Dams*, Vol.4, pp. 445-463.
- Griffiths, D.V., and Lane, P.A., (1999), “Slope Stability Analysis by Finite Elements,” *Geotechnique*, London, U.K., Vol. 49, No. 3, pp. 387-403.
- Itasca Consulting Group, Inc., (2003), “Fast Lagrangian Analysis of Continua in Dimensions,” *User’s manual*, Version 2.1, Minneapolis, Minnesota, U.S.A.
- Janbu, N., Bjerrum, L., and Kjaernsli, B., (1956), “Stabilitetsberegning for fyllinger skjaeringer og naturlige skraninger,” *Norwegian Geotechnical Publication*, No. 16, Oslo, Norway.
- Matsui, T., and San, K.C., (1992), “Finite Element Slope Stability Analysis by Shear Strength Reduction Technique,” *Soils and Foundations*, Vol. 32, No. 1, pp. 59-70.
- Morgenstern, N.R., and Price, V.E., (1965), “The Analysis of the Stability of General Slip Surfaces,” *Geotechnique*, Vol. 15, No. 1, pp. 79-93.
- Revillo, J., and Castillo, E. (1977), “The Calculus of Variations Applied to Stability of Slopes”, *Geotechnique*, Vol. 27, No.1, pp.1-11.
- Roscoe, K. H., (1970), “The Influence of Strain in Soil Mechanics – The

- Tenth Rankine Lecture,” *Geotechnique*, Vol. 20, No. 2, pp. 129-170.
- Shukha, R., and Baker, R., (2003), “Mesh Geometry Effects on Slope Stability Calculation by FLAC Strength Reduction Method – Linear and Non-linear Failure Criteria”, *FLAC and Numerical Modeling in Geomechanics*, Brummer *et al.*(eds.), pp. 109-116.
- Spencer, E., (1967), “A Method of Analysis of the Stability of Embankments Assuming Parallel Interslice Forces,” *Geotechnique*, London, U.K., Vol. 17, No. 1, pp. 11-26.
- Terzaghi, K., and Peck, R.B., (1967), *Soil Mechanics in Engineering Practice*, (2nd ed.), John Wiley and Sons, Inc., New York, N. Y.
- Ugai, K., (1989), “A Method of Calculation of Total Factor of Safety of Slopes by Elasto-Plastic FEM,” *Soils and Foundations*, Vol. 29, No. 2, pp. 190-195.
- Ugai, K., and Leshchinsky, D., (1995), “Three-Dimensional Limit Equilibrium and Finite Element Analysis: A Comparison of Results,” *Soils and Foundations*, Vol. 35, No. 4, pp. 1-7.
- Varela, S.A., and Alonso, G.L.I., (2003), “3D Slope Stability Analysis at Boinas East Gold Mine”, *FLAC and Numerical Modeling in Geomechanics*, Brummer *et al.*(eds), pp. 117-123.
- Zienkiewicz, O.C., Humpheson, C., and Lewis, W., (1975), “Associated and Non-Associated Visco-Plasticity and Plasticity in Soil Mechanics,” *Geotechnique*, London, U.K., Vol. 25, No. 4, pp. 671-689.
- 朱源民，(1999)，「土壤邊坡補償性疊加解分析」，碩士論文，淡江大學土木工程研究所，台北。

林子軒，(2003)，「土木結構修復補強知識管理與資源決策輔助資訊系統之研究」，碩士論文，國立交通大學土木工程研究所。

林昆賢，(2001)，「GPS/GIS 應用於南橫公路邊坡地工環境災害調查分析與資料庫系統之建立研究」，碩士論文，國立屏東科技大學土木工程研究所。

洪如江，(1979)，「地工技術在台灣山崩中之應用」，邊坡穩定與坍方研討會論文專集，中國土木水利工程學會，第 147-172 頁。

洪如江，(1998)，「坡地建築之破壞」，地工技術，第68期，第129-142頁。

施開元，(2002)，「逆向岩坡傾倒破壞分析程式 TOP 之視窗化與應用」，碩士論文，中原大學土木工程研究所。

陳志昌，(2001)，「FLAC 程式應用於土壤邊坡穩定分析」，碩士論文，國立中央大學土木工程研究所。

楊凱勝，(2003)，「FLAC 與 STABL 程式於邊坡穩定分析之比較研究」，碩士論文，中原大學土木工程研究所。

劉泰維，(1999)，「物件導向技術運用於空間結構分析之研究」，碩士論文，中華大學土木工程研究所。

第四部分

出席國際學術會議報告

註：共兩份，包括參加「第 10 屆亞洲科技與數學研討會（10th Asian Technology Conference in Mathematics）」及「2006 上海岩土工程國際會議（GeoShanghai International Conference 2006）」之會議報告。此一部分並非本計畫報告應具備之附件，僅供參考用。

行政院國家科學委員會補助國內專家學者出席國際學術會議報告

2006 年 1 月 12 日

附件三

報告人姓名	呂志宗	服務機構 及職稱	中華大學土木與工程資訊學系 副教授
時間 會議 地點	2005 年 12 月 12~16 日 韓國/清州/韓國國立教育大學 (Korea National University of Education)	本會核定 補助文號	94-2914-I-216-005-A1
會議 名稱	(中文) 第 10 屆亞洲科技與數學研討會 (英文) The 10 th Asian Technology Conference in Mathematics		
發表 論文 題目	(中文) 單點抽水所引致的多孔隙彈性半無限域之地表暫態位移解析 (英文) Analysis of Transient Ground Surface Displacements due to a Point Sink in a Porous Elastic Half-Space		
<p>一、參加會議經過</p> <p>「第 10 屆亞洲科技與數學研討會」是探討科技與數學在教育與應用領域的重要會議。世界各國之政府及學者專家等，均相當重視本國之數學教育、現代科技在數學領域之應用、以及成熟之科技數學在工程等各領域之應用方式等，為此美國即成立 ATCM (Advanced Technology Council in Mathematics) 等單位，極力推動各項合作與交流計畫，本次會議即是由 ATCM 所推動之國際性學術交流研討會。過去十年來，係由亞洲各國與數學教育相關之學術單位輪流主辦「亞洲科技與數學研討會」，原則上每年舉辦一次，每次地點均不同，至今共舉辦了十屆會議。</p> <p>本次會議是於 2005 年 12 月 12~16 日在韓國國立教育大學 (Korea National University of Education, KNUE) 舉行，該大學位於韓國中部地區之清州，係韓國最著名的教育相關之專業大學。在 12 月份大雪的點綴下，其優美的景緻，呈現有如童話般之詩意的美感。這所學校環境單純，師生均熱情有禮，大會期間該校所提供之所有溫馨接待，均極為體貼細心且無微不至，讓人有賓至如歸的感覺。雖然外面的溫度是攝氏零下七度，但訪客之內心卻溫暖無比。此一會議之參與國家雖是以亞洲各國為主，但本次會議亦有來自美國、以色列、法國、丹麥、澳洲、阿拉伯聯合大公國等國家之學者專家出席與會。</p> <p>二、與會心得</p> <p>本次研討會之會議主軸為「在各個層面增進科技與加強數學(Enriching Technology in Enhancing Mathematics for All)」，其旨在提供一個交流平台，讓亞洲及世界各國之教師、研究人員及學者專家等能有彼此相互交流學習的機會，祈使各國能在數學教育、數學研究、與新科技之應用等方面有所進步。</p> <p>會議之研討主題包括十大類，如下所示：</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mathematics Education Using Information & Communication Technologies • Geometry Using Dynamic Geometry Software • Algebra Using CAS (Computer Algebra System) • Internet and Web Technology for Mathematics • Graphics Calculators • Development of Computer Integrated Curriculum in Mathematics 			

- Technology Policies in Education
- Mathematical Research Using Technology
- Using Dynamic Statistics Software
- Learning and Assessment Using Technology

以上每一領域，大會均有安排該領域之翹楚進行專題演講，本人獲益良多。例如，在研討會創辦人 Chu 與 Yang 的演講中，曾深入淺出的介紹數學與科技之過去、現在與未來。其指出，過去的人極努力的試著將科技融入數學中，現在的人則已知如何在科技中融入數學或於數學中融入科技，而未來的努力方向則是讓數學深入各個層面，其發展會遵守 FACT (Fun-Accessible-Challenging-Theoretical) 與 AOLA (Author-Once-Learn-Anywhere) 的原則。本人之參與，極有助於瞭解科技與數學之發展現況，亦有助於提升個人在土木工程上之教學與研究等。

本會議籌備期間長達一年，自摘要徵稿截止日起算，亦約有半年之論文審查時間。論文之審查，係由各分項領域的學者專家組成委員會後進行嚴謹之論文審查。大會會議期間，共安排 94 個場次之論文發表或專題演講。本次會議之參與國家是以亞洲之日本、臺灣、大陸、香港、菲律賓、馬來西亞、新加坡、印度、及地主國韓國等為主，但亦有來自美國、以色列、法國、丹麥、澳洲、阿拉伯聯合大公國等國家共約兩百五十位之學者專家、教育人員與研究生出席與會。

會議開議期間，主辦單位特別安排與會人員欣賞韓國傳統之民俗文化的表演，其表演令人讚不絕口；此外，亦安排訪客體驗並品嚐當地之美食文化，使我們對韓國傳統文化有更深一層的認識。韓國不遺餘力的保存與發揚其傳統文化，令人留下極深刻之印象。會議創辦人曾說，這次的文化表演是過去幾屆以來最出色的一次。

三、建議

參與國際性之學術會議，有助於開拓學術研究領域之視野，也可以在會議期間，多認識一些來自世界各地之學者專家，應有助於建立友誼，並瞭解世界各國相關科技領域之發展現況，對以後提出國際性之學術合作應極有幫助。另外，瞭解不同國家間之民俗文化，並與其有深入之對話，對增進人類各國家民族間彼此關懷與照顧的情誼，亦有極大之幫助。建議國科會可多鼓勵國內之學者專家，多參與類似之重要國際性學術會議。

四、攜回資料名稱及內容

所攜回資料包括以下兩大類，說明如下：

- (1) 第 10 屆亞洲科技與數學研討會論文集(Proceedings of the 10th Conference of Advanced Technology Council in Mathematics)。資料主要內容包括大會邀請之專家的專題演講資料、大會各個研討主題之論文等。
- (2) 各種數學領域相關之科學工具軟體的簡介。包括 Cabri、Casio、Math-Love、Mathematica 等公司所研發出之最新數學工具軟體，本人之參與，有助於瞭解其應用方向與應用領域，有些軟體自己也正在使用中。

本次本人之參與，除有助於瞭解科技與數學之發展現況，亦應有助於推廣數學與科技在土木工程上之應用，對提升個人往後在工程數學之教學與增進各項研究成果等極有助益。

五、其他（用照片說明會議經過）



照片 1 KNUE 之大門



照片 2 ATCM 2005 主要之會議場地



照片 3 本人攝於 KNUE 之大門



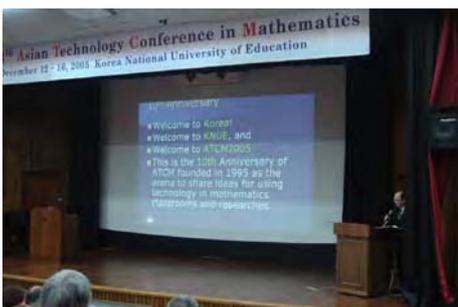
照片 4 ATCM 2005 所提供之 KNUE 宿舍



照片 5 ATCM 2005 迎賓之跑馬燈



照片 6 在 KNUE 所舉辦之 ATCM 2005 的開幕式



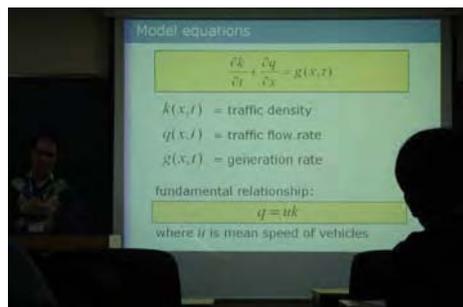
照片 7 ATCM 2005 大會主席致詞



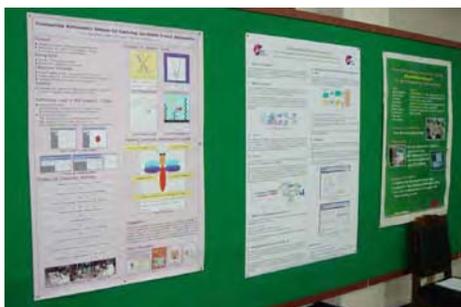
照片 8 ATCM 2005 安排之專題演講



照片 9 來自台灣的張老師正進行論文簡報



照片 10 來自新加坡的洪教授正進行專題演講



照片 11 ATCM 2005 壁報展示區之展示論文(1/3)



照片 12 ATCM 2005 壁報展示區之展示論文(2/3)



照片 13 ATCM 2005 壁報展示區之展示論文(3/3)



照片 14 與會人員離開會場準備去餐廳用餐



照片 15 在 KNUE 用午餐



照片 16 本人正進行論文簡報(1/3)



照片 17 本人正進行論文簡報(2/3)



照片 18 本人正進行論文簡報(3/3)



照片 19 來自丹麥的 Andresen 教授正進行簡報



照片 20 本人(左一)與 Andresen 教授(左二)及分組會議主持人 KNUE 的李教授(右二)等人合影



照片 21 本人與來自日本的 Nishizawa 教授(左一)及來自美國的會議創辦人楊教授(中)合影



照片 22 本人與 KNUE 的金教授(左一)合影



照片 23 本人與大會主席劉教授(右一)合影



照片 24 本人與來自台灣的全教授(右一)合影



照片 25 本人與來自台灣的李教授(前排左一)、袁教授(前排中)及張老師(前排右一)合影



照片 26 本人與來自日本的 Nishizawa 教授(左一)及來自大陸的王教授(中)合影



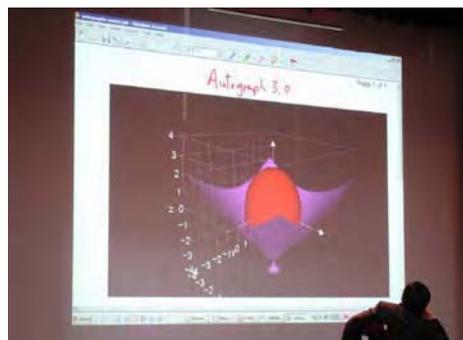
照片 27 本人與來自大陸的楊教授(右一)合影



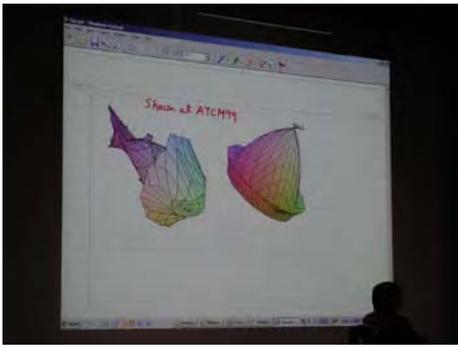
照片 28 本人與 KNUE 金博士候選人(右一)合影



照片 29 本人與會議接待宋博士(左一)合影



照片 30 Chu 博士與 Yang 博士之專題演講(1/2)



照片 31 Chu 博士與 Yang 博士之專題演講(2/2)



照片 32 大會所安排之韓國民俗表演(1/5)



照片 33 大會所安排之韓國民俗表演(2/5)



照片 34 大會所安排之韓國民俗表演(3/5)



照片 35 大會所安排之韓國民俗表演(4/5)



照片 36 大會所安排之韓國民俗表演(5/5)



照片 37 KNUE 校園內拍攝到的不知名樹果



照片 38 鑄刻在大石上之 KNUE 的校訓



照片 39 大會期間大雪覆蓋整個 KNUE 校園(1/4)



照片 40 大會期間大雪覆蓋整個 KNUE 校園(2/4)



照片 41 大會期間大雪覆蓋整個 KNUE 校園(3/4)



照片 42 大會期間大雪覆蓋整個 KNUE 校園(4/4)

中華大學補助教師出席國際性及大陸地區學術會議報告

2006 年 7 月 5 日

報告人姓名	呂志宗	系所 職稱	土木與工程資訊學系
時間 會議 地點	2006 年 6 月 6~8 日 中國上海	本校核定 補助字號	(94)中華研國字第 036 號
會議 名稱	(中文) 2006 上海岩土工程國際會議 (英文) GeoShanghai International Conference 2006		
發表 論文 題目	(中文) 單點抽水/熱源所引致的彈性半無限域之地表暫態位移 (英文) The Transient Ground Surface Displacements Due to a Point Sink/Heat Source in an Elastic Half-Space		

一、參加會議經過

本次國際學術會議是由上海的「同濟大學」與「上海土木工程學會」主辦，並由「美國土木工程學會 (ASCE)」、「International Assoc. of Foundation Drilling」、「Deep Foundation Institute (USA)」、「Georgia Institute of Technology (USA)」、「University of Kansas (USA)」、「University of Tennessee (USA)」、「Saga University (Japan)」、「Delft University of Technology (Netherlands)」等八個單位協辦之重要國際會議。共有來自台灣、香港、日本、韓國、新加坡、泰國、印度、馬來西亞、印尼、伊朗、土耳其、阿曼、沙烏地阿拉伯、澳洲、美國、加拿大、瑞士、葡萄牙、英國、愛爾蘭、法國、荷蘭、比利時、西班牙、捷克、丹麥、德國、奈及利亞、南非、及地主國等 33 個國家 (或地區) 超過 400 位的學者專家參與本次會議，其中來自美國的各界翹楚即遠超過百位，真可謂盛況空前！

本次會議是於 2006 年 6 月 6~8 日在中國上海舉行，並於 6 月 5 日與 6 月 9 日舉辦工程參觀。原本會議地點是預定在「東方明珠塔」旁邊的「上海國際會議中心 (Shanghai International Convention Center)」舉行，但因故更換至「上海外高橋皇冠假日酒店」進行。上海市為一國際化之直轄市，其市中心區高樓林立，且每一棟建築均各具特色，各項硬體基礎設施已達國際水平。根據會議籌辦單位之簡報，上海為承辦 2010 年的萬國博覽會，正積極籌劃與興建各項之基礎建設。辦好萬國博覽會，已成為上海市當前最重要的目標之一。根據本人於會議期間的所見所聞，深刻覺得這是一個朝氣蓬勃且充滿活力的現代化都市。本次會議之接待，主要是由「同濟大學」的師生擔任。該校師生熱情有禮，且校內各項儀器設備，均已達世界水準，有些設備更居領先地位，令人印象深刻。會議期間，所安排之食宿與各項參觀活動均令人滿意。六月初，上海市的氣溫約為攝氏 20~25 度，相當舒適宜人。

會議之論文發表與學術交流活動，主要是集中安排在 6 月 6~8 日。大會每天均會安排超過 75 篇之論文發表，論文所涵蓋的主題包括「邊坡穩定 (Slope Stability)」、「多孔介質之滲流與排水 (Seepage and Drainage in Porous Media)」等 24 個研究主題。本人之論文發表時間是安排在 6 月 6 日下午的 4:00~6:00 之場次，論文所屬主題為「多孔介質之滲流與排水」。同一時段，共有五個研究主題同時在五個場地進行論文發表。因無法同時前往這五個地點聽講，故常覺有遺珠之憾！然而，即使僅能領略其中之五分之一，都覺得在研究工作上，一生受用不盡。跟不同國籍與文化背景的學者專家齊聚一堂，共同參與討論，分享研究心得，覺得真是不虛此行。

二、與會心得

由「美國土木工程學會(ASCE)」協辦之本次會議所發表之論文，均已收錄在「岩土工程特刊(Geotechnical Special Publication)」中，該特刊中所刊載之論文，均已納入EI檢索之論文。本國際會議之前一屆會議是在美國舉辦，因上海市為一新興之國際化都市，其與中國之各項土木工程基礎建設均正蓬勃發展與進行中，故有許多工程問題均值得加以討論與交流，因此本屆會議移至上海市舉行。本次研討會希望能提供一個交流平台，讓世界各國之教師、研究人員及學者專家等，能有彼此交流相互學習的機會，並祈使各國能在岩土工程之科技與應用等方面有長足的進步。

本次會議包括以下 24 個研討議題：

- 「Ground Improvement」
- 「Earth Retaining Structures」
- 「Accelerated Testing of pavement Structures and Materials」
- 「Limit State Design in Geotechnical Engineering」
- 「Non-Destructive Characterization of Geomaterials – Monitoring of Properties and Processes」
- 「Seepage and Drainage in Porous Media」
- 「Pavement Foundations」
- 「Embankments and Dams」
- 「Special Session in Honor of Prof. Mehmet T. Tumay」
- 「Seismically Induced Hazards and Mitigation」
- 「Geosynthetics」
- 「Geoenvironmental Engineering」
- 「In-Situ Test Methods」
- 「Rock Mechanics」
- 「Pavement Mechanics」
- 「Non-Destructive Characterization of Geomaterials – Internal Characterization」
- 「Pile Foundations and Drilled Shafts」
- 「Applied Unsaturated Soil Mechanics in Geotechnical Engineering」
- 「Dynamic Behavior of Soils and Foundations」
- 「Engineering Issues in Karst and Ground Subsidence」
- 「Deep Excavations」
- 「Tunneling and Underground Construction」
- 「Soil Behavior and Laboratory Testing」
- 「Slope Stability」

以上每個領域，大會均有安排該領域之翹楚進行專題演講，本人深感獲益良多。例如，在岩土工程界非常著名的教授 Polous 博士的演講中，曾深入淺出的介紹群樁(Pile Group)引起的沉陷問題，他除了介紹理論分析的基本方法與概念之外，亦以實際之案例驗證其分析理論的正確性。能同時並重理論與應用，相當不易。Poulos 教授在演講過程之中，其舉手投足，處處散發出大師的魅力，他作為後生晚輩努力學習並效法的榜樣，實在當之無愧。本人之參與，極有助於瞭解岩土工程科技在學理與應用之發展現況，亦有助於提升個人在土木工程上之教學與研究等之能力。

本會議籌備期間長達一年以上，自摘要徵稿截止日起算，亦約有半年之論文審查時間。其論文之審查，係由各領域的學者專家組成委員會後進行非常嚴謹之論文審查，且完全採用 EI 等級國際期刊論文之審查規格，令人印象十分深刻。在 400 餘篇之投稿論文中，大會僅收錄約 300 餘篇之論文。

會議開議期間，主辦單位特別安排與會人員搭乘可以欣賞黃浦江及上海市夜景的遊輪，在黃浦江兩岸炫麗之高空投射燈光的引導下，上海市的夜景，美麗得如詩如畫，令人目不轉睛，彷彿置身夢境，真是不可思議。另外，傳統之民俗文化的表演，亦令人讚不絕口。主辦單位亦安排訪客體驗並品嚐當地之美食文化，使我們對上海市有更深一層的認識。上海市除積極現代化之外，其對傳統文化的保護與發揚亦不遺餘力，令人留下極深刻的印象。

三、考察參觀活動

會議主辦單位有帶與會人員參觀「同濟大學」、「貫通黃浦江之地鐵隧道」、與「2010 世博會的變電站」等。其中同濟大學的「風洞」與「振動台」等研究設備之參觀，最是令人印象深刻。各項參觀活動之照片，請參考後面第六單元之說明。

四、建議

參與國際性之學術會議，極有助於開拓學術研究領域之視野，也可以在會議期間，多認識一些來自世界各地之學者專家，應有助於建立友誼，並瞭解世界各國相關科技領域之發展現況，對以後提出國際性之學術合作應極有幫助。另外，瞭解不同國家間之民俗文化，並與其有深入之對話，對增進人類各國家民族間彼此關懷與照顧的情誼，亦有極大之幫助。建議研發處可多鼓勵本校之教師，多參與類似之重要國際學術會議。

五、攜回資料名稱及內容

所攜回資料包括以下兩大類，說明如下：

- (1) 2006 上海岩土工程國際會議論文集(Proceedings of the GeoShanghai International Conference 2006)。資料主要內容包括大會邀請之學者專家的專題演講資料、大會各個研討主題之論文等。
- (2) 各種岩土工程相關領域之科學工具軟體與儀器設備的簡介。其中上海同濟大學所研發出之岩土及地下工程設計與施工分析軟體「同濟曙光」，最是令人印象深刻，本人有攜回其試用版軟體，其應有助於本人在岩土工程上之教學與研究。

六、其他（用照片說明會議經過）



照片 1 在高雄所搭乘前往澳門的復興航空飛機



照片 2 在澳門轉機搭前往上海的上航飛機



照片 3 開幕式中朱合華院長正進行貴賓介紹(1/2)



照片 4 開幕式中朱合華院長正進行貴賓介紹(2/2)



照片 5 開幕式中之貴賓致詞 (1/3)



照片 6 開幕式中之貴賓致詞 (2/3)



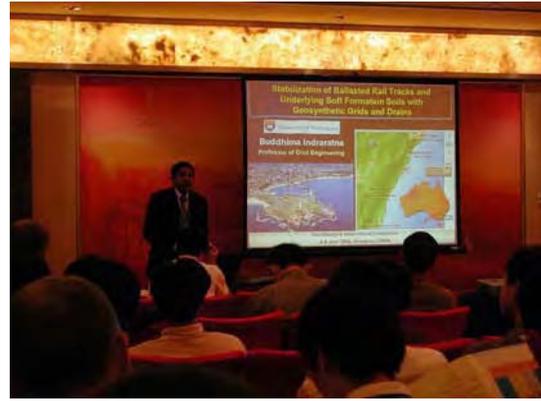
照片 7 開幕式中之貴賓致詞 (3/3)



照片 8 國際知名教授Poulos正進行專題演講(1/2)



照片 9 國際知名教授 Poulos 正進行專題演講(2/2)



照片 10 澳洲的 Indraratna 教授正進行論文簡報



照片 11 日本的 Hayashi 教授正進行論文簡報



照片 12 本人正進行論文簡報(1/3)



照片 13 本人正進行論文簡報(2/3)



照片 14 本人正進行論文簡報(3/3)



照片 15 美國的 Xiao 教授正進行論文簡報



照片 16 大陸的 Wei 教授正進行論文簡報



照片 17 美國的 Reddi 教授正進行論文簡報



照片 18 本人與中國礦業大學孫博士候選人合影



照片 19 原初會議地點「上海國際會議中心」



照片 20 上海市的地標「東方明珠塔」



照片 21 由東方明珠塔鳥瞰「上海國際會議中心」
(1/2)



照片 22 由東方明珠塔鳥瞰「上海國際會議中心」
(2/2)



照片 23 本人與同濟大學朱合華院長的合影



照片 24 本人與來自美國的 Lu 教授之合影



照片 25 上海市美麗的夜景



照片 26 大會之晚宴



照片 27 同濟大學風洞試驗之模型(1/4)



照片 28 同濟大學風洞試驗之模型(2/4)



照片 29 同濟大學風洞試驗之模型(3/4)



照片 30 同濟大學風洞試驗之模型(4/4)



照片 31 同濟大學之 4m x 4m 的振動台(1/2)



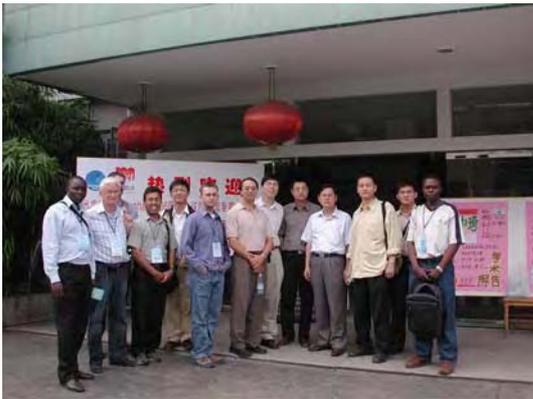
照片 32 同濟大學之 4m x 4m 的振動台(2/2)



照片 33 同濟大學的離心機試驗儀(1/2)



照片 34 同濟大學的離心機試驗儀(2/2)



照片 35 參觀同濟大學後的合影



照片 36 參觀穿越黃浦江底之上海地鐵隧道(1/2)



照片 37 參觀穿越黃浦江底之上海地鐵隧道(2/2)



照片 38 參觀 2010 上海世博會之變電站工程



照片 39 本人與來自美國的 Xiao 教授合影



照片 40 本人與來自美國的 Han 教授合影