

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

碳纖維索的局部振動對斜張橋地震反應的影響探討

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC94-2211-E-216-009-

執行期間：94年08月01日至95年07月31日

執行單位：中華大學土木與工程資訊學系

計畫主持人：苟昌煥

計畫參與人員：郭宇軒

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 95 年 10 月 16 日

## 碳纖維索的局部振動對斜張橋地震反應的影響探討

# Study on Effects of Carbon Fiber Composite Cable Local Vibration on The Seismic Response of Cable-stayed Bridges

苟昌煥 中華大學土木與工程資訊學系副教授

### 摘要

在跨徑較大的斜張橋中，長短不一的纜索體系所涵蓋的自振範圍很大，在車輛、地震或風雨荷載作用下，纜索的局部振動易與橋梁體系發生耦合振動的現象，這種耦合振動不但會改變斜張橋振動能量的分佈，同時還會影響振動體系的阻尼特性。本文將以多質點來模擬纜索的振動，並依廣義自由度的觀念，將纜索的振態作為自由度來考慮。在研究中發現，碳纖維索對於避免產生索橋耦合振動的表現較鋼索為佳，而在地震反應方面也較鋼索為小，因此碳纖維索斜張橋比鋼索斜張橋在抗震上較具有優勢。

**關鍵字：**斜張橋，纜索局部振動，碳纖維索，地震反應

### Abstract

Among large span cable-stayed bridges, the free vibration of the cable system comprising cables of different length covers a wide range. Under reaction to a vehicle, earthquake or wind/rain fall load, the local vibration of cables tends to induce coupled vibration with the bridge mechanism. This coupled vibration not only alters energy distribution of the cable stayed bridge but also affects damping characteristics of the vibration mechanism. The study simulates cable vibration with multi-particle model, and considers modal shape of cables as a “degree of freedom” according to the broader definition of generalized degree of freedom. The study finds that the carbon fiber cable, in comparison with the steel cable, has a better performance to avoid generation of coupled vibration in the cable-stayed bridge, and a lighter seismic response as well. Therefore a cable-stayed bridge with carbon fiber cables prevails over a cable-stayed bridge with steel cables in terms of seismic endurance.

**Keywords:** Cable-stayed bridge, Local vibration of cable, Carbon fiber cable, Seismic response

### 一、前言

斜張橋之主要構造包括橋塔、主梁、斜張纜索及基礎，其傳力機制是藉由斜張纜索承受拉力的同時，將作用於主梁的載重傳遞至橋塔，再經由橋塔將載重傳遞至基礎。這種傳力機制會

使得主梁大部分的自重均能由斜張纜索來承受，因而可有效減少主梁的尺寸，其中高強度纜索（必須被施加足夠的預力，以使中垂效應（cable sag effect）降至最低）的應用，更可有效控制橋梁的變形。

當纜索兩端支點受到外力擾動時，容易誘發索的局部振動，纜索的局部振動不但會改變斜張橋振動能量的分佈，同時也會影響振動體系的阻尼特性。在跨徑較大的斜張橋中，長短不一的纜索體系所涵蓋的自振範圍很大，在車輛、地震或風雨荷載作用下，纜索的局部振動易與結構整體之振動發生耦合（coupling）振動的現象[1,2]，因而引起複雜的結構動力特性。

纜索的振動可以分解為隨邊界支承點的整體振動和獨立於邊界支承點的局部振動兩個部份，當兩者的振動頻率到達一致時，將發生索橋共振。迄今為止，雖然沒有因索橋共振而影響橋梁使用性能的事例報告，但纜索在主梁錨固位置發生疲勞損傷的現象仍時有發生[3]。在斜張橋現場振動測試中，不乏觀測到索橋共振的例子，如 Fujiwara 等人[1]在斜張橋現場振動測試中，發現了某一根纜索的二階振態與扭轉振態發生顯著的耦合振動；又如多多羅大橋在成橋試驗中，日本本州四國聯絡橋公路團第三建設局向島工事事務所對斜張橋纜索的局部振動進行了一系列的實驗研究[2]，在實驗過程中，也觀察到索橋共振的現象。

對發生索橋共振的振態而言，若不考慮纜索的局部振動時，一方面會對纜索的材料阻尼有著過高的評估；另一方面會低估了纜索的振動能量，因此將無法準確反應斜張橋的動力特性[3]。因此，在斜張橋設計階段就應重視索橋共振的現象，以避免橋梁在使用過程中出現各種可能的不利因素。

## 二、分析原理及方法

本文將採用應變能比例阻尼理論，在考慮主要振態的阻尼特性及纜索局部振動的影響下，對碳纖維索斜張橋進行動力特性及地震反應分析。若干重要分析原理及方法，茲簡述於以下各小節中。

### 2.1 梁柱單元之勁度矩陣與質量矩陣的建立

基本假設：

- (1) 變形後斷面形狀不改變，不計波松比的影響。
- (2) 軸向變位微分係數比其它兩個方向小，並忽略軸向二次以上之微分係數項。

梁柱單元之變位採用 Hermite 插值函數來表示，其中軸向變位用 Hermite 一次插值函數；平面內變位及轉角用 Hermite 三次插值函數。若梁柱單元上任意點 $(x, y, z)$ 的變位以 $U$ 、 $V$ 、 $W$ 來表示，而轉角以 $\theta$ 來表示，並令 $w_G$ 表斷面重心的軸向變位； $u_s$ 、 $v_s$ 、 $\theta$ 分表斷面剪切中心的變位與轉角，則有

$$\begin{aligned}w_G &= \mathbf{N}_w W \\u_s &= \mathbf{N}_u U \\v_s &= \mathbf{N}_v V \\\theta &= \mathbf{N}_\theta \theta\end{aligned}\tag{1}$$

其中  $\mathbf{N}_w = \mathbf{N}_\theta = \{1-z, z\}^T$  ;

$$\mathbf{N}_u = \mathbf{N}_v = \left\{1-3z^2+2z^3, (z-2z^2+z^3)l, 3z^2-2z^3, (-z^2+z^3)l\right\}^T ;$$

$z$  表單元之座標除以單元之長度  $l$

由上述之變位函數即可組成梁柱單元之形狀函數矩陣  $\mathbf{N}$ ，而梁柱單元之勁度矩陣為

$$\mathbf{k}^e = \int_l \mathbf{N}^T \mathbf{P}^T \mathbf{D} \mathbf{P} \mathbf{N} dz \quad (2)$$

式中  $\mathbf{P}$  表微分矩陣； $\mathbf{D}$  表材料特性矩陣，可由虎克定律依應力與應變關係求得。

梁柱單元之質量矩陣亦可由  $\mathbf{N}$  得出

$$\mathbf{m}^e = \int_l \mathbf{N}^T \rho A \mathbf{N} dz \quad (3)$$

式中  $\rho$  為單位體積質量； $A$  為梁柱之斷面面積

## 2.2 索單元之勁度矩陣與質量矩陣之建立

索單元的勁度矩陣可由其應變能求得，而質量矩陣可由其動能求得。在由線性化有限變位理論求得應變能的變分式時，索的應變可以分為線性項及非線性項，而插值函數採用與梁柱單元相同的 Hermite 多項式。由變分式中的線性項即可得出索單元的勁度矩陣[4]：

$$\mathbf{k}^{eL} = \begin{bmatrix} k_{11}^{cL} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{22}^{cL} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{33}^{cL} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中  $k_{11}^{cL} = E_c A_c \int_l \mathbf{N}'_w{}^T \mathbf{N}'_w dz$  ;  $k_{22}^{cL} = E_c A_c \int_l \mathbf{N}''_u{}^T \mathbf{N}''_u dz$  ;  $k_{33}^{cL} = E_c A_c \int_l \mathbf{N}''_v{}^T \mathbf{N}''_v dz$  ;  $E_c$  表索的彈性模數； $A_c = \int dA$

再由變分式的非線性項，可得出索單元的幾何勁度矩陣[4]：

$$\mathbf{k}^{eG} = \begin{bmatrix} k_{11}^{cG} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{22}^{cG} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{33}^{cG} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{44}^{cG} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中  $k_{11}^{cG} = \int_l \mathbf{N}'_w{}^T \mathbf{N}'_w dz$  ;  $k_{22}^{cG} = \int_l \mathbf{N}'_u{}^T \mathbf{N}'_u dz$  ;  $k_{33}^{cG} = \int_l \mathbf{N}'_v{}^T \mathbf{N}'_v dz$  ;  $k_{44}^{cG} = 2 \frac{I_c}{A_c} \int_l \mathbf{N}'_0{}^T \mathbf{N}'_0 dz$  ;

$$I_c = \int x^2 dA = \int y^2 dA$$

若將索的動能變分式由插值函數來表示時，可得到索單元的質量矩陣[4]：

$$\mathbf{m}^c = \frac{A_c r_c}{g} \begin{bmatrix} m_{11}^c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{22}^c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{33}^c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{44}^c \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中  $m_{11}^c = \int_l \mathbf{N}_w^T \mathbf{N}_w dz$  ;  $m_{22}^c = \int_l \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u dz$  ;  $m_{33}^c = \int_l \mathbf{N}_v^T \mathbf{N}_v dz$  ;  $m_{44}^c = 2 \frac{I_c}{A_c} \int_l \mathbf{N}_\theta^T \mathbf{N}_\theta dz$  ;  $r_c$  表索單元的重量； $g$  為重力加速度。

### 2.3 纜索局部振動的自由度縮減法

由於柔性纜索在外力作用下容易發生面內和面外的局部振動，此振動易和整體結構的振動發生耦合現象，因此在考慮纜索局部振動時，宜按多質點來模擬纜索的振動。為了減少龐大的運算時間，並避免密集分佈的纜索振動頻率會帶來分析上的諸多困難，因此本文將引用 Nagai[5] 等人所提出的靜態濃縮法，並依據廣義自由度的觀念，將纜索的振態作為自由度來考慮。

纜索的局部振動模式可依據振態疊加原理，由邊界節點的位移（即支點位移）及由纜索各振態來共同描述，如圖 2-1[6]所示。

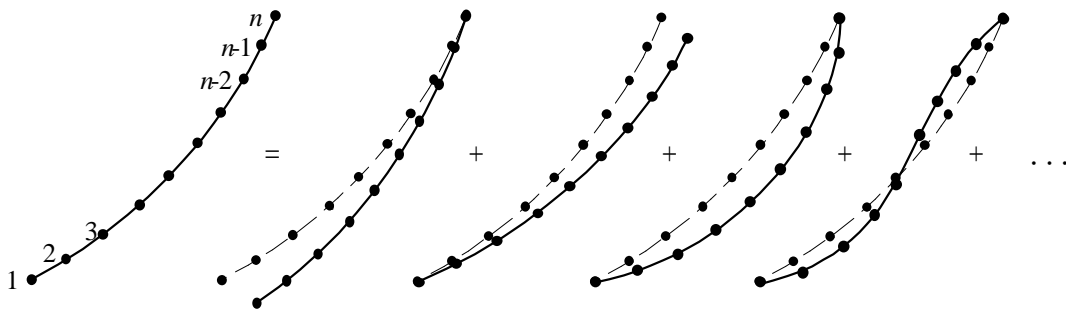


圖 2-1 纜索單元的振態廣義座標表示法

很顯然的，本方法的計算精度與考慮的振態數目有關，由於一般結構前幾階的振態影響較大，因此纜索的局部振動影響可用前幾階振態來近似表示。

若將單元兩端的邊界位移以及單元的振態位移進行疊加，則可得出纜索的振動反應，其中與振態位移相對應的質量和勁度係數可依據上述之靜態濃縮法得到。

## 2.4 整體結構矩陣之建立

### 2.4.1 整體勁度矩陣 K、質量矩陣 M 之建立

當斜張橋各單元之勁度及質量矩陣建立後，需再進行疊加以獲得橋梁整體之勁度矩陣及質量矩陣。為了能使各單元矩陣疊加的過程更加系統化，本文將採用單元定位向量的觀念[7]來完成，所謂單元定位向量是將各節點之未知量編號依單元連接節點之序號所編排而成的向量，能將各矩陣中之元素正確的疊加到整體結構矩陣中。

## 2.4.2 整體阻尼矩陣 C 之建立

本文將考慮由模態分析逆運算求得阻尼矩陣[7,8]：

$$\mathbf{C} = a_1 \mathbf{K} + \sum_{r=1}^{N_c-1} \left( \frac{2\hat{\xi}_r \omega_r}{\mathbf{M}_r} \right) (\mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_r) (\mathbf{M} \boldsymbol{\phi}_r)^T \quad (7)$$

其中  $a_1 = \frac{2\xi_{N_c}}{\omega_{N_c}}$ ； $\hat{\xi}_r = \xi_r - \xi_{N_c} \left( \frac{\omega_r}{\omega_{N_c}} \right)$ ； $N_c$  表考慮的振態個數； $\xi_r$  表第  $r$  振態之複合振態阻尼比[7、8]； $\omega_r$  表第  $r$  振態之自然頻率； $\boldsymbol{\phi}_r$  表第  $r$  振態之特徵向量。

## 2.5 多支承體系地震反應計算理論

傳統橋梁結構動力分析，係假設橋梁結構各橋墩之間距與地震時所產生之剪力波速度相較甚小，且橋梁各支承處之土壤性質相似，故假設所有橋梁支承所受之地表加速度為一致，然而斜張橋之受震反應並非如此單純，由於斜張橋跨徑長，使得各橋墩間震波傳遞產生延遲時差之情形，因此多支承輸入效應宜被適當的考慮，以符合真實性。

為探討結構體多支承振動特性，可將結構體總自由度  $N$  區分為兩種，即支承點之運動自由度  $N_b$  與非支承點之運動自由度  $N_s$ 。而結構體總位移向量  $\mathbf{Y}_t$  亦可區分為結構體支承處之位移向量  $\mathbf{Y}_b$  與非支承處之位移向量  $\mathbf{Y}_s$  兩部分，如下所示：

$$\mathbf{Y}_t = \begin{Bmatrix} \mathbf{Y}_s \\ \mathbf{Y}_b \end{Bmatrix} \quad (8)$$

假設結構體各支承均為固定的情況下，受地震擾動時相應於非支承自由度產生之動力位移為  $\mathbf{Y}_s^d$ ，則多支承輸入之結構運動方程式為

$$\mathbf{M}_s \mathbf{Y}_s^{d''} + \mathbf{C}_s \mathbf{Y}_s^{d'} + \mathbf{K}_s \mathbf{Y}_s^d = -(\mathbf{M}_s \mathbf{R} + \mathbf{M}_{sb}) \mathbf{T} \ddot{\mathbf{v}}_g \quad (9)$$

在(9)式中， $\mathbf{T}$  表支承處地表加速度之座標轉換矩陣； $\ddot{\mathbf{v}}_g$  為支承處之地表加速度。

對於纜索局部振動對斜張橋各項動力反應之計算分析，本文將採子空間迭代法(subspace iteration method)及直接積分法來進行。

## 三、案例分析及探討

本文根據文獻[9]所示的對稱雙索面扇形雙橋塔三跨斜張橋結構模型進行分析。斜張橋為全長 908m，中間主跨長 448m，兩側邊跨均為 230m，塔為 178.8m 高之鑽石型橋塔，在距離塔頂 134.9m 位置設置橫梁；距塔頂 6.3m 至距塔頂 30.8m 之間為纜索的錨定位置，橋上纜索共計 112 根，橋塔每側配置 14 對纜索，纜索在橋塔上的錨固間距為 1.75m，另外在主梁上的錨定間距則為 15m。圖 3-1 和表 3-1 分別為此斜張橋之分析模型示意圖以及主梁、橋塔的斷面參數。主梁採

用混凝土結構，橋塔採用鋼結構；纜索則分別採用鋼索及碳纖維索兩種不同材料來進行分析。表 3-2 所示為主梁、橋塔、鋼索及碳纖維索的彈性模數及單位重。

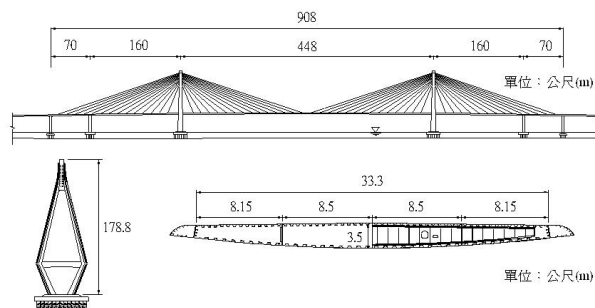


圖 3-1 斜張橋模型示意圖[9]

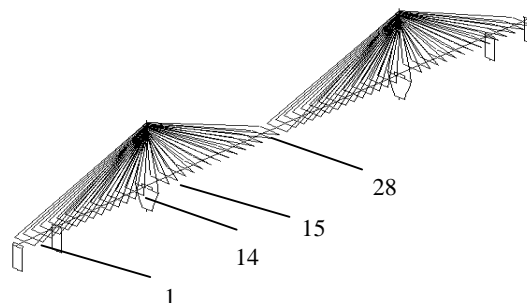


圖 3-2 斜張橋有限元素模型

表 3-1 斜張橋模型斷面特性[9]

	$A (m^2)$	$I_x (m^4)$	$I_y (m^4)$	$J (m^4)$	$I_w (m^4)$
主梁	1.4516	2.5971	154.07	7.0443	127.48
橋塔	11.975~57.515	21.035~223.91	33.636~556.542	26.619~475.47	不考慮
索	0.00419~0.00857	-	-	-	-

表 3-2 斜張橋模型材料彈性模數及單位重[9]

	彈性模數 ( $tf/m^2$ )	單位重 ( $tf/m^3$ )
主梁	20000000	7.85
橋塔	3500000	2.4
鋼索	20000000	7.85
碳纖維索	17000000	1.6

圖 3-2 所示為斜張橋有限元素模型，主梁採用魚骨形，質量都集中在中間主梁上，並附加慣性質量。主梁兩邊之剛臂與纜索相連接。考慮纜索局部振動時，纜索切分為 40 段，不考慮纜索局部振動時，纜索則不切分。從邊跨到橋塔纜索編號為 1~14 號，橋塔到中跨跨中央纜索編號為 15~28 號。

計算結果的分析說明，分述於以下各小節中。

### 3.1 纜索局部振動對結構主要振態的影響

圖 3-3 為鋼索與碳纖維索前三階自振頻率範圍的比較圖（由於橋體對稱，所以僅示出半邊橋體的比較結果），由圖中可看出，鋼索前三階的自振頻率範圍在 0.43Hz~3.93Hz 之間，而碳纖維索前三階的自振頻率範圍在 0.93Hz~8.60Hz 之間。雖然碳纖維索自振頻率涵蓋範圍較大，但碳纖維索的振動特性與橋體的振動特性有一定的差異（也就是說，斜張橋主要振態所對應的自振頻率普遍的較碳纖維索一階自振頻率來的低），因此碳纖維索無論有否考慮纜索的局部振動，對橋體的縱飄、對稱豎彎、反對稱豎彎及對稱側彎等主要振態均無發生索橋耦合振動的情況，唯有在圖 3-4 所示的對稱扭轉振態中（考慮纜索局部振動），可看出中跨中間附近的幾條索與橋體間有明顯耦合振動的情形發生。若將碳纖維索換成是鋼索時，考慮纜索局部振動會對橋體的對稱豎彎振態（圖 3-5）、對稱側彎振態（圖 3-6）及反對稱豎彎振態（圖 3-7）產生顯著的索橋耦合振動。表 3-3 係針對具有鋼索或碳纖維索之斜張橋，在有無考慮纜索局部振動的情況下，對橋梁主要振動頻率所做的評比，由表中可知，在本研究案例中，是否考慮纜索的局部振動，對碳纖維索斜張橋主要振態的頻率影響並不大，但對鋼索斜張橋之對稱豎彎或反對稱豎彎振態卻有著較大的影響。

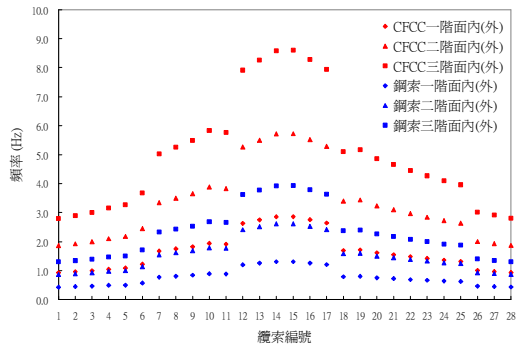


圖 3-3 鋼索與碳纖維索前三階自振頻率範圍比較圖（對稱取半橋分析）

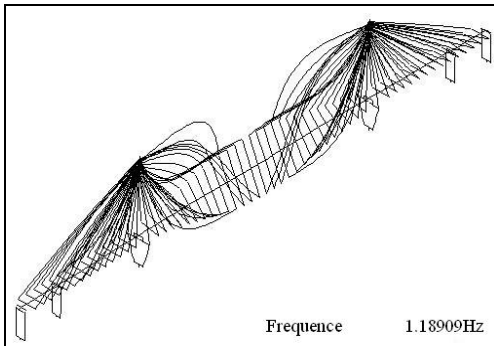


圖 3-4 對稱扭轉振態

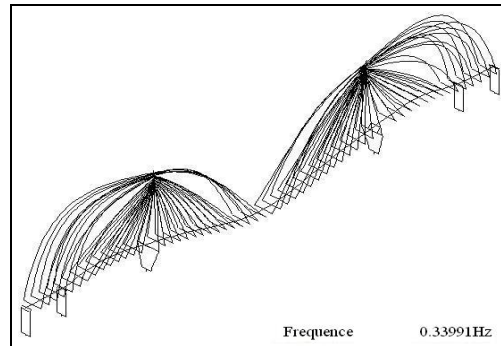


圖 3-5 對稱豎彎振態

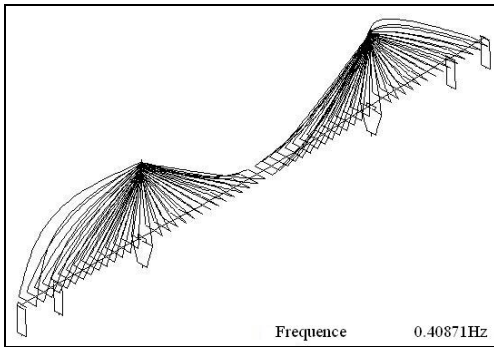


圖 3-6 對稱側彎振態

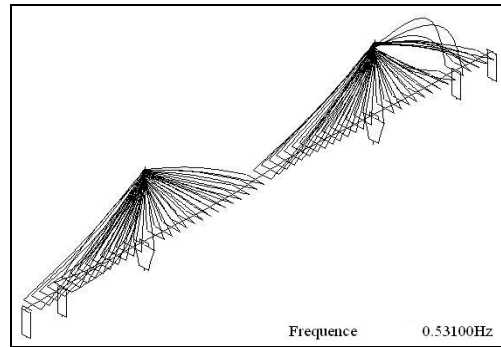


圖 3-7 反對稱豎彎振態

表 3-3 是否考慮纜索局部振動對斜張橋自振頻率增減影響之比較

	鋼索斜張橋自振頻率 (Hz)			碳纖維索斜張橋自振頻率 (Hz)		
	不考慮纜索 局部振動	考慮纜索 局部振動	增減 百分比 (%)	不考慮纜索 局部振動	考慮纜索 局部振動	增減 百分比 (%)
縱飄	0.08195	0.08185	-0.122	0.08360	0.08360	0.0
對稱豎彎	0.34956	0.33991	-2.761	0.34025	0.34	-0.073



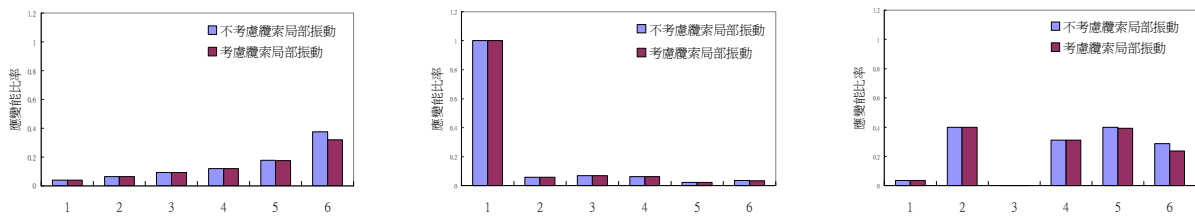
對稱側彎	0.41204	0.40871	-0.811	0.41314	0.41311	-0.007
反對稱豎彎	0.51472	0.53100	+3.163	0.50486	0.50467	-0.038
對稱扭轉	-	-	-	1.18788	1.18909	+0.102
反對稱扭轉	-	-	-	1.72606	1.73238	+0.366

### 3.2 纜索局部振動對振態能量的影響

由文獻[4]可知，結構的振態阻尼比 $\xi_n$ 與應變能比率 $V_{jn}/U_n$ 成正比，其中 $V_{jn}$ 表材料 $j$ 第 $n$ 階振態的應變能，而 $U_n$ 表結構第 $n$ 階振態的振態勢能。根據纜索局部振動的考慮與否所算出的振態能量變化，在一定程度上將可以反應出纜索局部振動的影響程度。

由圖 3-8(a)、(b)、(c)的比較結果可看出，在沒有發生索橋耦合振動的主要振態（縱飄、對稱豎彎、對稱側彎及反對稱豎彎）中，考慮纜索局部振動與否，對主梁、橋塔及纜索的應變能比率沒有什麼改變，但在會發生索橋耦合振動的對稱及反對稱扭轉振態中，纜索局部振動的效應會對主梁和纜索的應變能比率有著不同程度的減小，這也就是說，對碳纖維索而言，當不考慮纜索局部振動時，所得出的振態阻尼會有略為偏大的現象。與文獻[4]相較，考慮纜索局部振動與否，碳纖維索對於振態阻尼的改變不若鋼索來的明顯。

由結構的振態阻尼比與應變能比率成正比，因此由圖 3-8(a)中可看出主梁的阻尼特性會對反對稱扭轉振態有較大的影響；由圖 3-8(b)可看出橋塔的阻尼對縱飄振態有著十分顯著的影響，這是因為主梁的反對稱豎彎振態與橋塔的縱飄振態相互耦合所引起的；另外由圖 3-8(c)亦可看出，索的阻尼特性對除縱飄和對稱側彎振態以外的振態均有所影響。



1：縱飄 2：對稱豎彎 3：對稱側彎 4：反對稱豎彎 5：對稱扭轉 6：反對稱扭轉

(a) 主梁應變能比率

(b) 橋塔應變能比率

(c) 纜索應變能比率

圖 3-8 橋體應變能比率

### 3.3 纜索局部振動對地震反應的影響

本文採用的地震波是 EL Centro 地震波，其輸入方向為沿橋軸的順橋方向。在所選擇的橋梁模型中，邊跨設有輔助墩，主梁的撓曲剛度較中跨為大，所以纜索的局部振動將有可能對中跨主梁的地震反應有較大的影響。現就中跨主梁中點處的位移、加速度、彎矩及軸力進行歷時反應分析。

圖 3-9 至圖 3-12 所示分別為中跨主梁中點處之位移、加速度、彎矩及軸力的歷時曲線，結果表明，對碳纖維索而言，有無考慮纜索的局部振動對加速度及彎矩的歷時反應僅產生些微的

差異，而對位移的歷時反應基本上卻沒有產生變化，但對軸力的歷時反應卻產生了十分顯著的改變，這說明了在地震激勵下，碳纖維索若考慮了索局部振動的效應時，會對主梁的軸力產生明顯的改變。

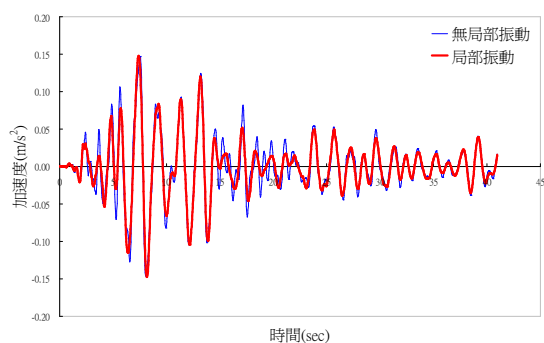


圖 3-9 主梁中點加速度歷時反應

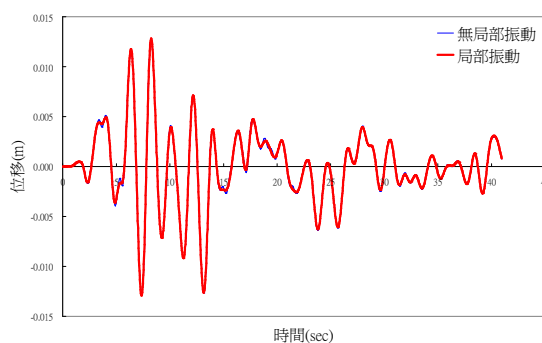


圖 3-10 主梁中點位移歷時反應

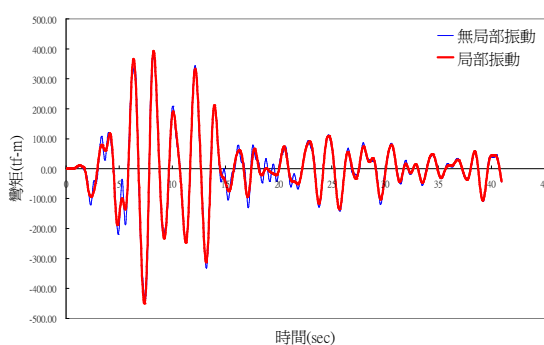


圖 3-11 主梁中點彎矩歷時反應

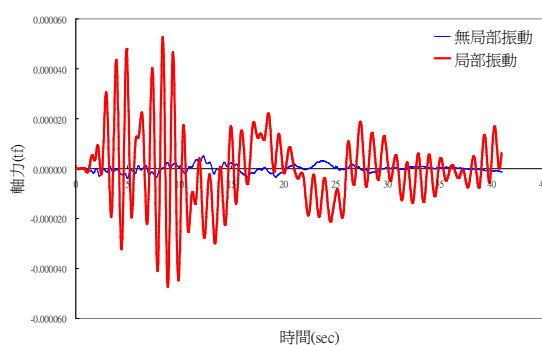


圖 3-12 主梁中點軸力歷時反應

#### 四、結論

纜索是斜張橋重要的承重構件，由於側向勁度小，因此在外力的激勵下容易發生索橋的耦合振動，因而對斜張橋的振動及阻尼特性產生一定程度的影響，以下是本研究的若干結論：

- (1) 有否考慮纜索的局部振動，對碳纖維索斜張橋主要振態的頻率影響並不大，但對鋼索斜張橋之對稱豎彎或反對稱豎彎振態卻有著較大的影響，這是因為碳纖維索一階自振頻率較高，與斜張橋之振動特性較有差異，因而對於避免產生索橋耦合振動的表現較鋼索為佳。
- (2) 對會發生索橋耦合振動的主要振態而言，當纜索不考慮局部振動效應時，所得出的振態阻尼會有偏高的現象，而碳纖維索對於振態阻尼的改變不如鋼索來的明顯。
- (3) 在地震激勵下，對碳纖維索而言，主梁中的軸力會因索的局部振動效應而有明顯的加大。
- (4) 由於碳纖維索較不易與橋體發生耦合振動，故其在地震反應方面，不論是加速度、位移、軸力或彎矩，都較鋼索小，因此碳纖維索斜張橋比鋼索斜張橋在抗震上較具優勢。

## 六、參考文獻

- [1] Fujiwara T., et al., “Characteristics of Vibration test of a Complex Multi-cable Stayed Bridges”, JSCE (1993).
- [2] Manabe Y., Yamaguchi K. , Sasaki N., “Field Vibration test of the Tatara Bridge”, Bridge and Foundation Engineering, pp. 27~30 (1999).
- [3] 布占宇，呂忠達，徐愛敏，考慮索局部振動的斜拉橋動力特性研究——杭州灣跨海大橋北航道動力特性分析」，浙江大學學報(2004)。
- [4] 布占宇，「斜拉橋地震響應分析中的索橋耦合振動和阻尼特性研究」，博士論文，浙江大學(2005)。
- [5] Nagai M., Nii J., Kawabata O., “Three Dimensional Dynamic Analysis of Cable-stayed Bridges Including Cable Local Vibration”, Proc. 4th East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction (1993).
- [6] 謝旭，高金盛，苟昌煥，黃劍源，「應用碳纖維索的大跨度斜拉橋結構振動特性」，浙江大學學報(2003)。
- [7] 賀志豪，「空間隔震橋樑考慮多支承效應與土壤結構互制之動力分析」，碩士論文，中華大學土木工程研究所(1999)。
- [8] 陳郭正，「新圓山橋考慮土壤互制與多支承輸入效應之地震動力分析」，碩士論文，國立台灣大學(1994)。
- [9] 布占宇，謝旭，「斜拉橋地震響應分析中比例阻尼參考振型的選擇方法」，浙江大學學報(2005)