

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

## 幾何畫廊：康威對緊致曲面分類定理的證明 研究成果報告(精簡版)

計畫類別：個別型

計畫編號：NSC 96-2521-S-216-001-

執行期間：96年08月01日至97年07月31日

執行單位：中華大學應用數學系

計畫主持人：李華倫

處理方式：本計畫可公開查詢

中華民國 97年10月30日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫  成果報告  
 期中進度報告

幾何畫廊：康威對緊致曲面分類定理的證明

計畫類別： 個別型計畫  整合型計畫

計畫編號：NSC 96-2521-S-216-001-

執行期間：2007年 8月 1日至 2008年 7月 31日

計畫主持人：李華倫

共同主持人：

計畫參與人員：

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告  完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：

赴國外出差或研習心得報告一份

赴大陸地區出差或研習心得報告一份

出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份

國際合作研究計畫國外研究報告書一份

處理方式：除產學合作研究計畫、提升產業技術及人才培育研究計畫、  
列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權， 一年 二年後可公開查詢

執行單位：

中 華 民 國 2008 年 10 月 28 日

# 幾何畫廊：康威對緊致曲面分類定理的證明

李華倫

私立中華大學應用數學系

計畫中文摘要：

緊致曲面基本定理是一個早在20世紀初就已發展完成的定理，而在1992年康威(John H. Conway)提出一個新證明，他稱之為“去除不相干型式的證明”簡稱“ZIP”。本計畫將製作一系列互動式3維幾何動畫來展示這個證明，並研究如何運用互動程式來建構曲面及表現變型之過程。

計畫英文摘要：

The fundamental theorem of compact surfaces was developed in the early 20th century. In about 1992, John H. Conway gave a new proof. He calls it his Zero Irrelevancy Proof (Z. I. P.) In this project we make several interactive 3D computer programs to illustrate the ideas. Along the way we develop some methods to create topological surface through interactive computer programs.

關鍵詞：

拓樸，曲面，互動3D程式，方向性

Keywords：

Topology, Surface, Interactive 3D program, Orientation

報告內容：

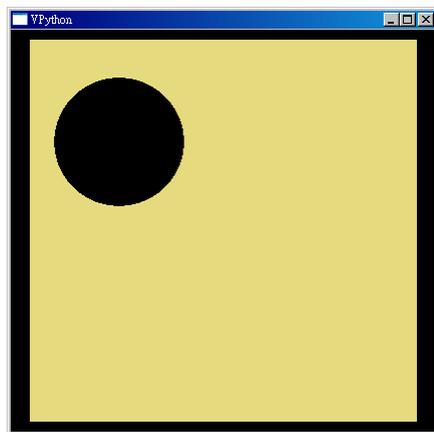
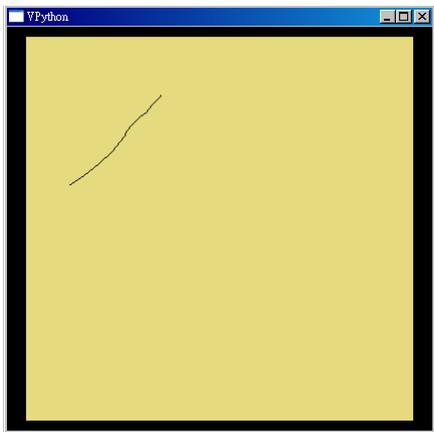
前言：緊致曲面基本定理敘述所有緊致曲面都和那種在球面上加把手或十字帽的曲面拓樸同胚。這是一個早在 20 世紀初就已發展完成的定理，而在 1992 年康威(John H. Conway)提出一個新證明，他稱之為“去除不相干型式的證明”簡稱“ZIP”。1999 年伊利諾-香檳-厄班納大學的法蘭西(George Francis)與麥克阿瑟獎得主(MacArthur Fellow)威克斯(Jeff Weeks)合寫了一篇文章“康威之 ZIP 證明”內容有趣。

研究目的：本計畫研究製作3維幾何互動程式來展示“康威之ZIP 證明”中的證明。過程中我們研究如何依拓樸學的方式，做拉扯、扭曲等動作，來建構曲面及表現變型之過程。

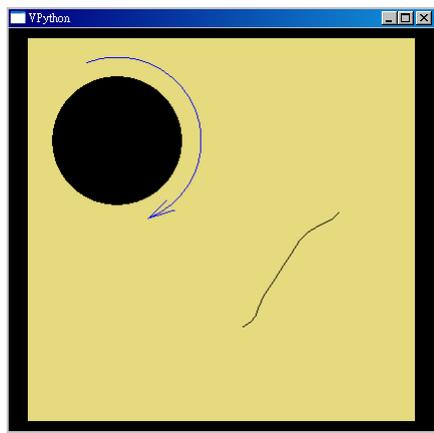
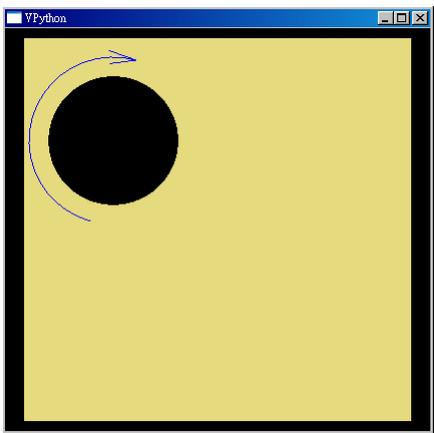
文獻探討：主要參考 George K. Francis所著 A Topological Picturebook及P. A. Firby 與 C. F. Gardiner所著Surface Topology

研究方法：

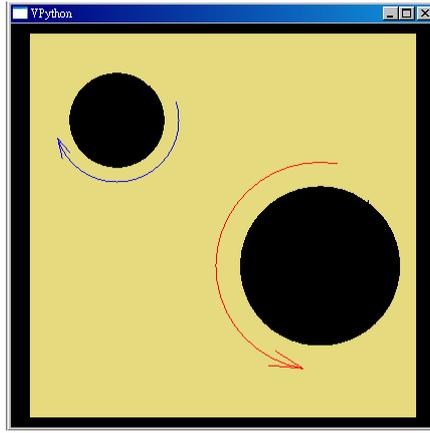
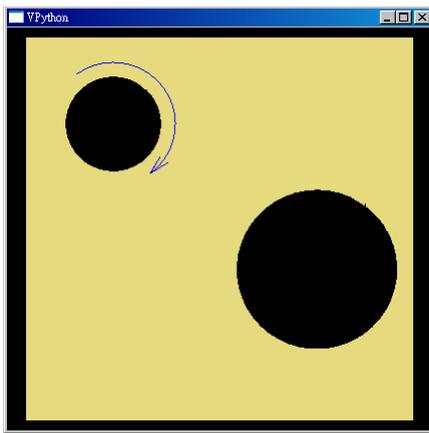
首先我們嘗試互動式程式讓使用者做出曲面的切割(如下圖)



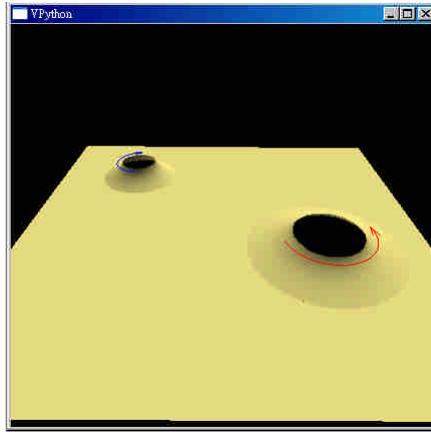
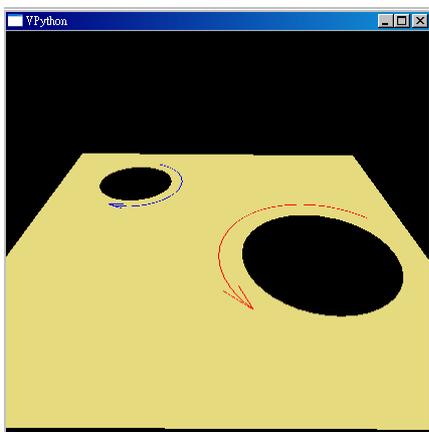
讓使用者決定破洞邊界曲線之方向性然後再切割出另一條裂縫(如下圖)



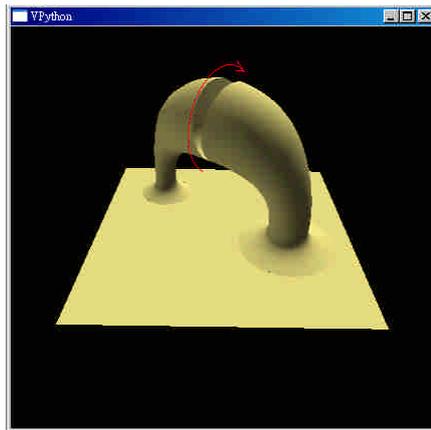
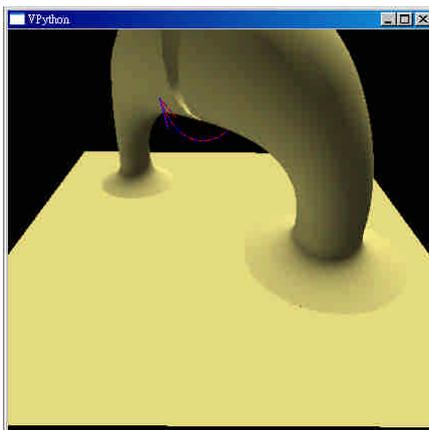
連續動畫讓裂縫變成圓洞，接著再由使用者決定破洞邊界曲線之方向性(如下圖)



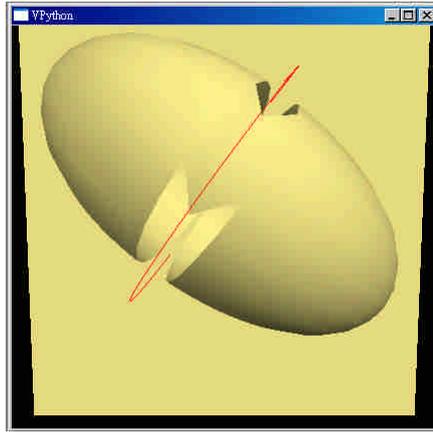
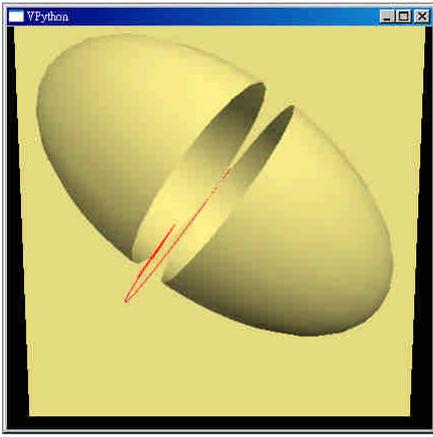
接著讓使用者變換觀察角度並讓把手曲面慢慢生長出來(如下圖)



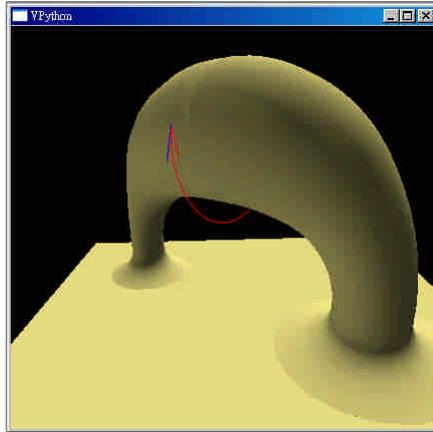
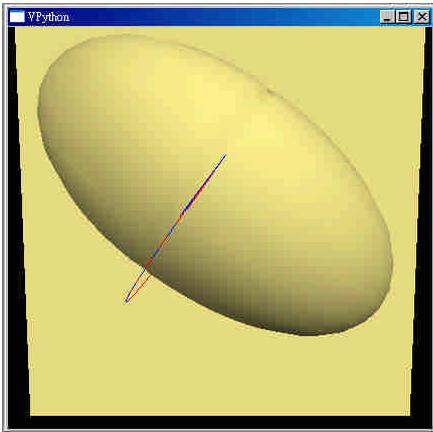
設計程式讓長出來的把手漸漸靠近，並讓使用者變換角度觀察(如下圖)



由上往下可觀察兩把手依其邊界曲線縫合的情況（如下圖）

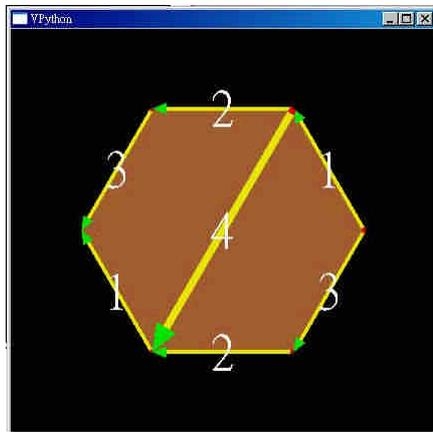
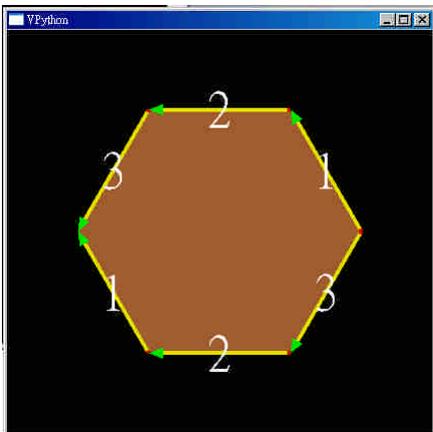


最後縫合完全，形成具有一個把手的曲面(如下圖)

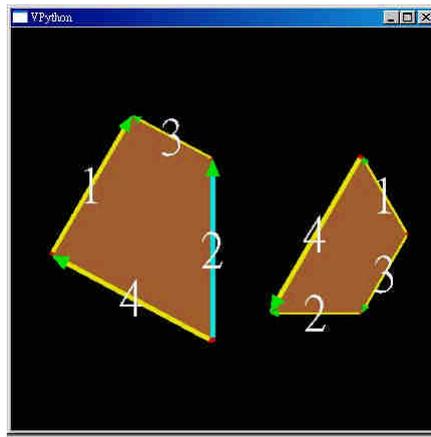
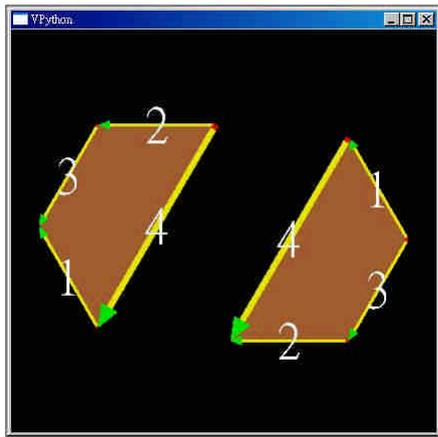


我們也嘗試用平面模型將Connected Sum產生新曲面的方法表現出來。

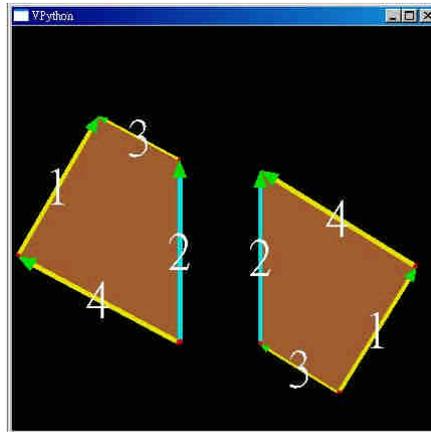
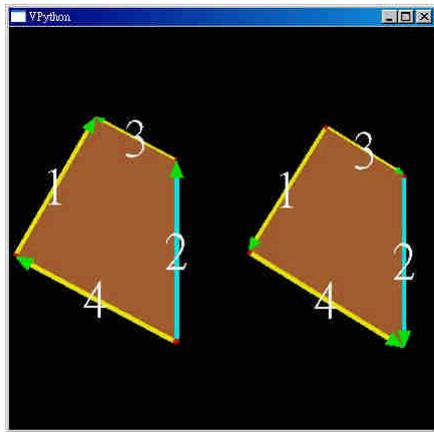
也就是使用者輸入一個曲面的代數形式(algebraic expression)我們的程式會將它以多邊形表現出來，並讓使用者進行切割(如下圖)



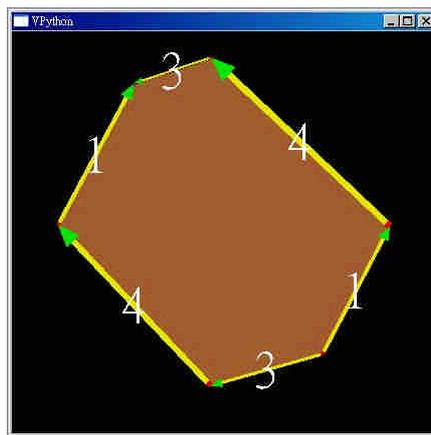
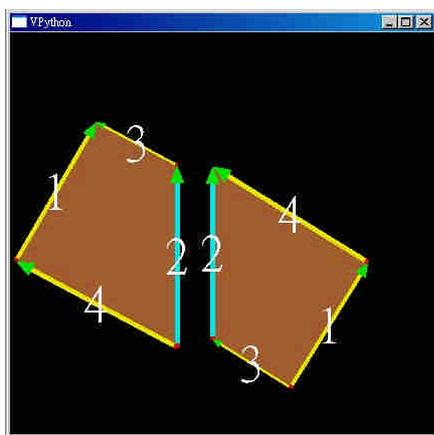
接著使用者可隨意將兩塊分開，並嘗試重新結組合它們(如下圖)



使用者確認要縫合的邊，將其中一塊移動靠向另一塊，程式會自動將區塊旋轉使得欲縫合的兩邊方向一致(如下圖)



接下來拉近兩塊區域便會縫合成一塊區域(如下圖)



計畫成果自評部份：

針對原計畫預期完成之步驟做比較與解說如下。

步驟一：原計畫希望做出，曲面與曲面之間如何黏貼、縫合等基本方法，研究成果有達成此項要求但動畫縫合過程不夠平順仍有加強之空間

步驟二：做出“Conway's ZIP Proof”中拉鍊一樣的功能來縫合曲面。研究成果中有類似拉鍊的設計但效果不如預期，應可改進。

步驟三：利用色彩展現曲面是否有方向性。研究成果改採箭頭來表現方向性，尚可。

步驟四：製作將“Conway's ZIP Proof”所有細節展現出來的動畫。研究成果改採互動式3D程式來表現。

步驟五：研究符合拓樸規範可任意拉扯、扭曲變型曲面的計算幾何原理，研究成果尚無法完全表現『任意拉扯、扭曲變型』，而是以選擇那一部分來做變型的動作，且變型也是以固定模式進行。會繼續努力。

步驟六：將上述原理寫成互動式電腦程式。已部分達成。

總結本計畫的成果尚未達成預期目標，但已完成基本雛形，接下來將再接再厲達成目標。