

行政院國家科學委員會補助
大專學生研究計畫研究成果報告

* *****
* 計畫名稱：以多重解析度之三維密度徑角轉換及傅立葉轉換為基礎之三維模型檢索系統 *
* *****

執行計畫學生：曹邠哲
學生計畫編號：NSC 101-2815-C-216-012-E
研究期間：101年07月01日至102年02月28日止，計8個月
指導教授：石昭玲

處理方式：本計畫可公開查詢

執行單位：中華大學資訊工程學系

中華民國 102年04月03日

(一) 摘要

以前大眾普遍的使用二維平面影像，不過隨著科技的進步，製作三維模型更加的容易，人們逐漸趨向於使用更加真實的三維立體影像，二維的平面影像已經無法滿足使用者，三維的遊戲、動畫和電影也因使用者的需求量增大，而有顯著的成長。而且也隨著網際網路越來越發達，散播與取得三維模型變得更加容易，在眾多的三維模型中，要如何搜尋到符合使用者需求的三維模型，變成一個重要的研究方向，在三維模型使用越來越普及的同時，三維模型的搜尋引擎也將會扮演一個重要的角色。

在本計畫中，使用到多重解析度與密度的概念來擷取三維模型的內部特徵，在不同的解析度下，完整的擷取到三維模型的內部特徵，可以更細微的表現出三維的內部資訊，接著再進行三維模型的相似度的比對，以搜尋出相似的三維模型。

(二) 研究動機與研究問題

對於人們來說，三維立體影像相對於二維平面影像更加的真實，隨著科技的發展，製作三維模型的工具和掃描技術的大幅提升，使用者可以更加容易的製作出三維模型，當使用者製作出自己本身所需或是想要學習別人製作的三維模型，通常都會於網路上尋找資料，由於網路的便利性，流通於網路上的資料相當多，因此三維模型資料庫相當龐大，想要快速且正確的搜尋到符合需求的模型相當不容易，如何快速且正確的搜尋三維模型也就是現在需要討論的問題。

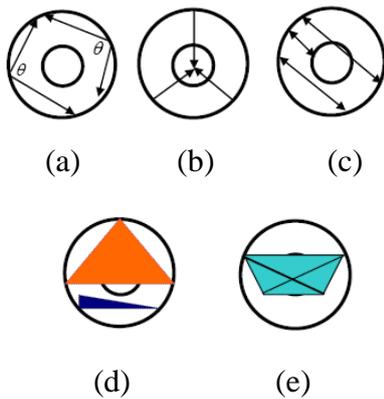
在本計畫中，藉著使用網格的概念擷取三維模型的內部特徵，來表示三維模型的內部資訊，並且考慮在各種不同解析度的情況之下進行三維模型的內部資訊特徵擷取，如此一來就可以更細微的表現出三維的內部資訊，也可以更完整的擷取三維模型的內部特徵。接著再進行三維模型的相似度的比對，以搜尋出相似的三維模型。

(三) 文獻回顧與探討

Osada et al. [1,2] 提出 3D 幾何形狀分佈 (3D shape distributions) 的方法。這幾何形狀函式 (shape function) 有下列五種，A3、D1、D2、D3、D4(如圖一)，分別代表意思為：A3，在 3D 模型上亂數任取三個點所產生夾的角度。D1，固定中心點並在模型邊緣上亂數選取的點，藉由固定點和選取點計算兩點間距離。D2，在 3D 模型邊緣上亂數選取任兩點並計算出兩點之間的

距離。D3，亂數選取三點形成面積並計算面積。D4，亂數選取四點形成體積並計算體積。其中 D2 為最常用之方法。

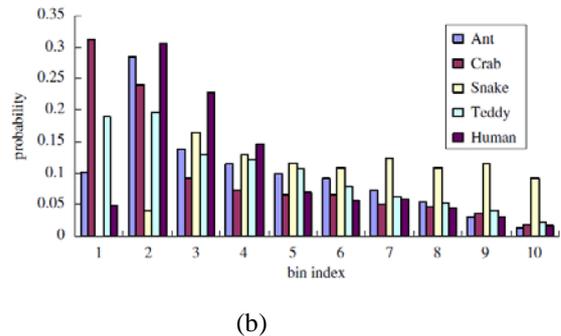
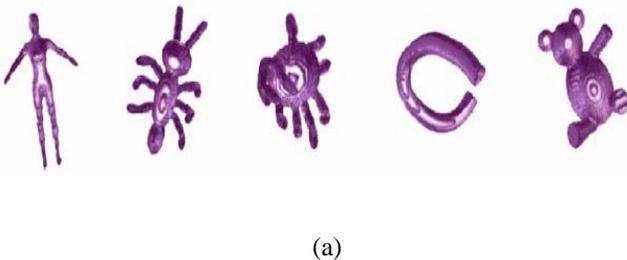
Xiang Pan et.al[3]提出了一個 3D 模型檢索系統。他們首先利用 Poisson equation 定義一個 3D 模型的形狀如圖二所示。接下來再計算每個模型之 Poisson Histogram 來當作一個 3D 模型的特徵如圖三所示，最後利用模型之間的 Histogram 的距離大小來判斷兩個模型是否相似。



圖一 函式圖形(a) A3 (b) D1 (c) D2 (d) D3 (e) D4[1,2]。



圖二用 Poisson equation 定義的 3D 模型形狀[3]。

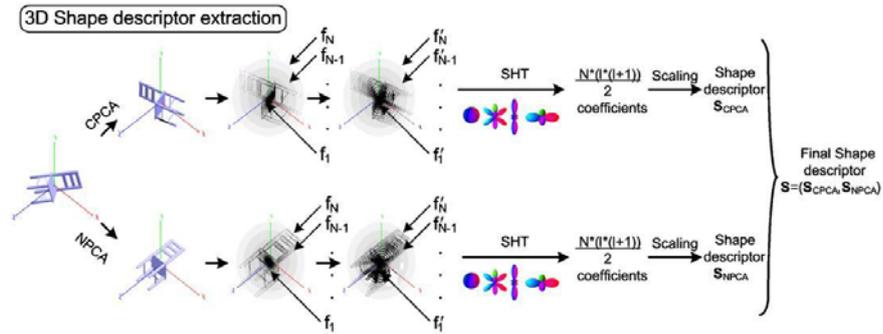


圖三 (a) 五種不同的 3D 模型，人類, 螞蟻, 螃蟹, 蛇, 泰迪熊。(b) 其相對應的 Poisson Histogram[3]。

Vranic 等人[4] 提出利用球型諧波來計算 3D 模型的特徵向量，但此方法必須先將 3D 模型做 PCA 正規化才不會受旋轉的影響。因此 Funkhouser 等人[5,6] 即提出了即使不需將模型先做正規化也依然可以利用球型諧波公式求出特徵向量。其主要概念是將 3D 模型的資料轉換成頻率(frequency)的表示法，就有如 2D 上的傅立葉轉換(Fourier transform)一般。也就是對不同半徑的同心球(concentric spheres)中的資料，使用球型諧波來求得 3D 模型的特徵向量，這樣就能避免因旋轉而產生的問題。

Papadakis[7]等人提出基於球型諧波的理论下，使用兩種不同的 3D 模型擺正方法，並將兩

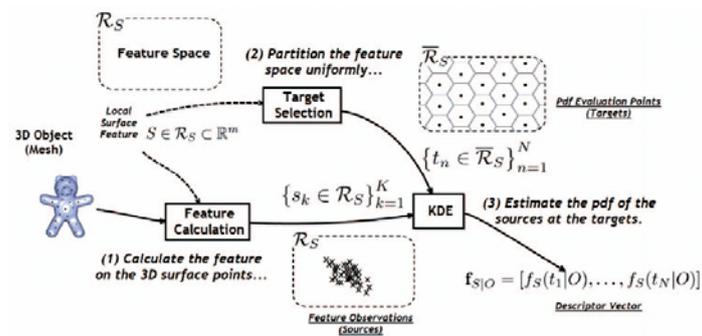
種結合為一。而擺正的方法分為，在點座標系統下進行 3D 模型的擺正(CPCA)以及使用該模型上三角片的單位法向量做擺正的動作(NPCA)。做完擺正的動作以後，對於每個 3D 模型的中心點，根據不同的角度可放射出與模型表面形成交集的射線，將交集與中心點之間的線段，等距離補點。再對 CPCA 與 NPCA 兩種擺正方式，利用球型諧波針對已補點完的 3D 模型，進行擷取特徵值的動作。最後，將兩種擺正方法所得到的特徵值組合起來，即為該 3D 模型的特徵值(如圖四)。



圖四 NPCA 和 CPCA 於特徵擷取和外形比對組合[7]。

Ceyhun Burak Akgul 等人[8,9]提出一個Probability Density-Based 形狀特徵(Probability Density-Based Shape Descriptors)，此形狀特徵可以用kernel density estimation(KDE)和快速高斯轉換(fast Gauss transform)更有效的求得(如圖五)。

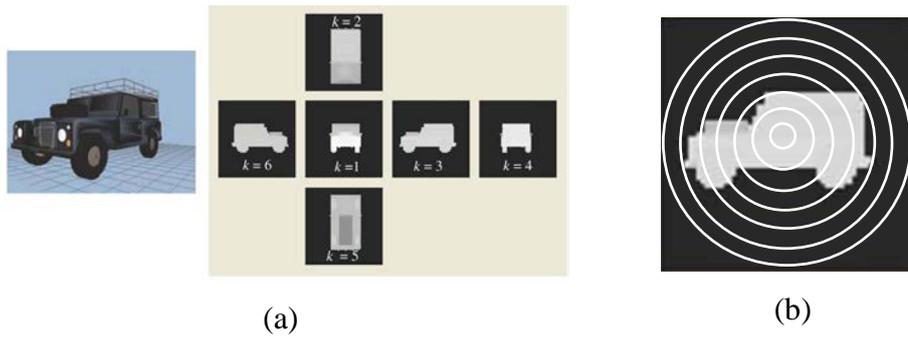
Helin Dutagac等人[10]提出一個三維模型檢索的演算法，他們首先對三維模做(principal component analysis)PCA，(independent component analysis)ICA 和 (nonnegative matrix factorization)NMF三種不同擺正方式，接下來他們使用不同的特徵算出正確率來討論這三種擺正哪一種方式比較好。



圖五 Probability Density-Based Shape Descriptors流程圖[8]。

Shih 等人[11]提出了一個 3D 模型檢索系統，其先利用 3D 模型從六個不同的視角，產生六個不同的投影灰階平面(如圖六(a))，我們稱之為立面圖。灰階值的深淺代表模型在該立面圖的高度分佈資訊。接著將每一個立面利用簡單的同心圓擷取特徵(如圖六(b))，就可以算出兩個 3D

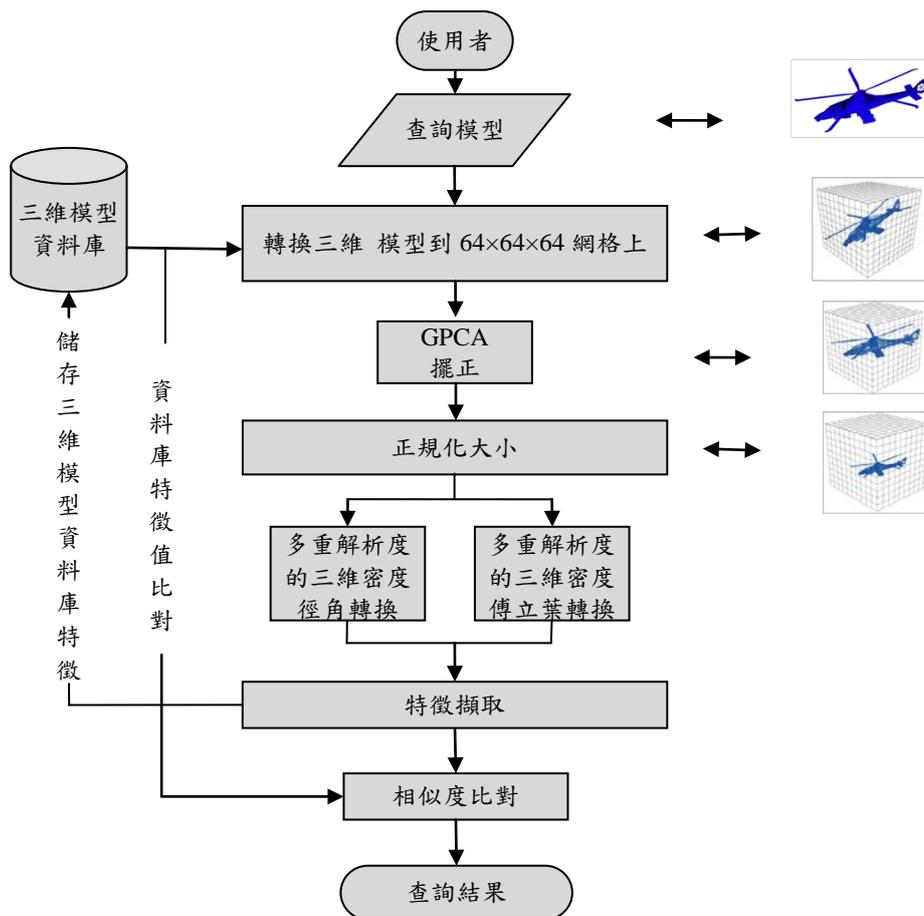
模型的相似程度。



圖六 (a) 3D 模型的六個投影立面圖。(b) 投影立面圖利用同心圓擷取特徵[11]。

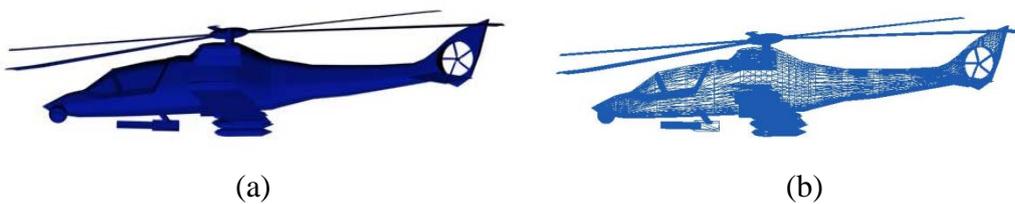
(四) 研究方法及步驟

由於目前現有的三維模型搜尋的方法，大多數都採用三維模型輪廓外型上的”外部特徵”，但是對於一個複雜的三維模型，單是只有外部特徵是稍嫌不足的。因此希望除了對三維模型外型輪廓來擷取特徵之外，更希望能藉由擷取三維模型的內部特徵來加強表示出模型中的內部資訊。圖七為三維模型搜尋系統流程圖。

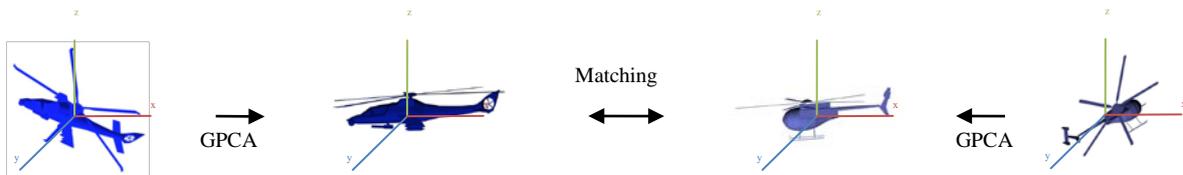


圖七 三維模型搜尋系統流程圖。

本計畫首先針對三維模型利用網格主軸分析演算法(Grid-based PCA, GPCA)[12]，將模型做擺正。在過去的三維模型檢索系統中，常運用 Principal Components Analysis(PCA)的方法，求得三維模型的主軸，並以此擺正模型。傳統的 PCA 做法，是利用模型中三角片的頂點座標們來計算主軸(Principal axes)，但以圖八為例，直升機須要用許多的三角片來表示，如此三角片分佈不均的情況，會造成主軸計算時的偏差。本計畫中，利用 GPCA 來做三維模型擺正方法。先把三維模型切成網格，切割網格的主要好處是可過濾模型的細微變化，也充分的表現出三維模型的外型。每格網格都只會取得一個特徵參數來計算主軸，不會因為三角片分佈不均的問題來影響主軸的精確度，希望能正確地擺正大部分的模型。(如圖九)。

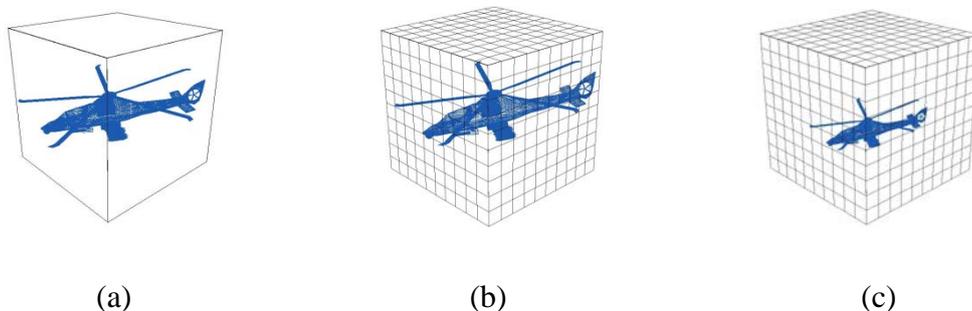


圖八 (a)直升機的三維模型 (b)直升機的三角片分佈。



圖九 GPCA 的擺正和比對。

將模型擺正之後，為了不受到模型大小所影響，須對模型大小在正規化一次。將模型切割成 $64 \times 64 \times 64$ 的網格，如圖十(b)所示，將三維模型的質量中心移動到(32, 32, 32)位置，並縮放三維模型讓所有有效網格到達中心的平均距離為 16，如圖十(c)所示。移動三維模型的質量重心到正立方體的中心。



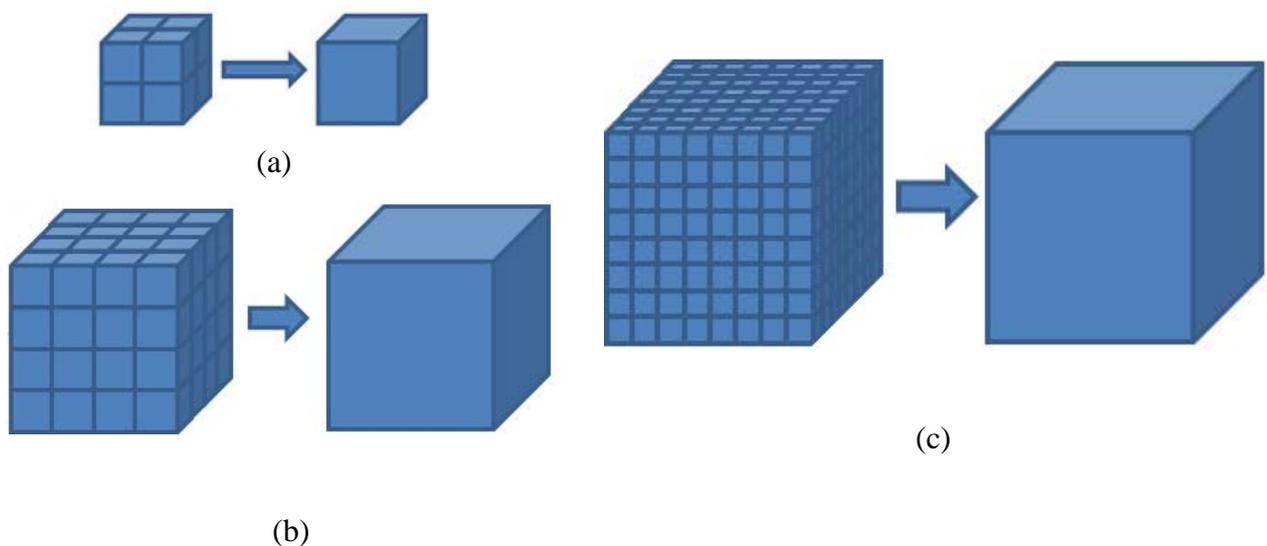
圖十 對擺正後的三維模型做大小的正規化 (a)最小立方體包圍住三維模型 (b)正規化三維模型前 (c)正規化三維模型後切成 $64 \times 64 \times 64$ 的微型網格。

只有外部特徵是無法表現出三維模型完整的資訊，還需要內部資訊來更完整的表現出三維模型。所以為了將網格更細微表現出三維內部特徵，因此考慮加入多重解析度與密度的觀念。針對頻率特徵，我們希望整合兩種方法：

1. 多重解析度的三維密度徑角轉換(Multi-resolution Density 3D-ART Descriptor)：

在這次計畫所提出的多重解析度的三維密度徑角轉換特徵是針對原本的三維徑角轉換[13]做改善。主要作法為將一個三維模型切成 $64 \times 64 \times 64$ 的網格，如圖十(c)所示，在每格微型網格中若有三維模型的一部份時，就將此網格視為 1， $TinyVoxel(x,y,z) = 1$ ，(代表此微型網格為有效網格)；反之微型網格中沒有三維模型存在則將它視為 0， $TinyVoxel(x,y,z) = 0$ ，(代表此微型網格為無效網格)。在這裡加入了密度的觀念，將多個微型網格組合成一個巨型網格，在各個不同解析度情況之下擷取特徵：

- (1) 將 $2 \times 2 \times 2$ 的微型網格組合成一個巨型網格，如圖十一(a)，對於每個三維模型，均可切出 $32 \times 32 \times 32$ 個巨型網格。每個巨型網格中有效微型網格的個數，即為這巨型網格的代表值，範圍為 $[0 \sim 8]$ 。
- (2) 將 $4 \times 4 \times 4$ 的微型網格組合成一個巨型網格，如圖十一(b)，對於每個三維模型，均可切出 $16 \times 16 \times 16$ 個巨型網格。每個巨型網格中有效微型網格的個數，即為這巨型網格的代表值，範圍為 $[0 \sim 64]$ 。
- (3) 將 $8 \times 8 \times 8$ 的微型網格組合成一個巨型網格，如圖十一(c)，對於每個三維模型，均可切出 $8 \times 8 \times 8$ 個巨型網格。每個巨型網格中有效微型網格的個數，即為這巨型網格的代表值，範圍為 $[0 \sim 512]$ 。



圖十一 (a) $2 \times 2 \times 2$ 的微型網格組合成一個巨型網格 (b) $4 \times 4 \times 4$ 的微型網格組合成一個巨型網格
(c) $8 \times 8 \times 8$ 的微型網格組合成一個巨型網格。

基本的三維徑角轉換係數 $F(n, m_\theta, m_\varphi)$ 定義如下：

$$F(n, m_\theta, m_\varphi) = \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^1 V_{n, m_\theta, m_\varphi}^*(\rho, \theta, \varphi) f(\rho, \theta, \varphi) \rho d\rho d\theta d\varphi ,$$

$f(\rho, \theta, \varphi)$ 為極座標上的值， $V_{n, m_\theta, m_\varphi}(\rho, \theta, \varphi)$ 是三維徑角轉換特徵的基底函式。基底函式是由兩個角度以及一個徑度。

$$V_{n, m_\theta, m_\varphi}(\rho, \theta, \varphi) = A_{m_\theta}(\theta) A_{m_\varphi}(\varphi) R_n(\rho) ,$$

角度和徑度的基底函式分別定義如下：

$$A_{m_\theta}(\theta) = \frac{1}{2\pi} \exp(2jm_\theta\theta) ,$$

$$A_{m_\varphi}(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \exp(2jm_\varphi\varphi) ,$$

$$R_n(\rho) = \begin{cases} 1 & , n = 0 \\ 2\cos(n\pi\rho) & , n \neq 0 \end{cases} .$$

根據多重解析度的三維密度徑角轉換特徵轉換得到 γ 組係數，其中 $|F(n, m_\theta, m_\varphi)|$ 是介於 $0 \leq n \leq 2, 0 \leq m_\theta \leq 4$ 且 $0 \leq m_\varphi \leq 4$ (除了 $n = 0, m_\theta = 0, m_\varphi = 0$ 之外)，三維徑角轉換特徵定義如下：

$$\mathbf{v}^{3D-ART} = [v^{3D-ART}(1), v^{3D-ART}(2), \dots, v^{3D-ART}(\gamma)]^T ,$$

最後介紹多重解析度的三維密度徑角轉換特徵的相似度比對。 \mathbf{v}^{3D-ART} 和 \mathbf{u}^{3D-ART} 分別表示為多重解析度的三維密度徑角轉換特徵中的查詢模型 q 和比對模型 t 的特徵向量。查詢模型和比對模型之間的距離定義如下：

$$Dis_{q,t}^{3D-ART} = \sum_{k=1}^{\gamma} |v^{3D-ART}(k) - u^{3D-ART}(k)| ,$$

查詢模型與比對模型的相似度定義成：

$$Sim_{q,t}^{3D-ART} = \frac{1}{Dis_{q,t}^{3D-ART}} ,$$

相似值越高查詢模型與比對模型的相似度越高。

		0					1					2				
n	m_θ	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
m_φ	0															
	1															
	2															
	3															
	4															

圖十二 三維密度徑角轉換的基底函式。

2. 多重解析度的三維密度傅立葉轉換(Multi-resolution 3D Discrete Fourier Transform)：

最後我們希望能將三維傅立葉轉換(3D Discrete Fourier Transform) [14]應用於三維模型檢索，不過在本次計劃中，同樣加上多重解析度與密度概念。將多個微型網格組合成一個巨型網格，在各個不同解析度情況之下擷取特徵：

對一個三維模型 $f(x, y, z)$ 做多重解析度的三維密度傅立葉轉換後對應的係數 $g(u, v, w)$ 將被做為第二組特徵，定義如下：

$$g(u, v, w) = \frac{1}{\sqrt{N^3}} \sum_{i=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \sum_{l=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} f(x, y, z) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} (iu + kv + lw)\right),$$

其中 $-N/2 \leq i, k, l < N/2$ 且 $-N/2 \leq u, v, w < N/2$ 。經過轉換，發現係數 $g(u, v, w)$ 的絕對值中指數範圍 $-K \leq u, v, w \leq K$ (指的是最小頻率)。除了係數 $g(0,0,0)$ ，其他選定的複數都共軛成對。因此，特徵向量由 $((2K+1)^3 + 1)/2$ 的實數所組成。藉由多重解析度的三維密度傅立葉轉換，要獲得較精準的模型空間數值，必須參數 N 值要夠大(也就是選定的立體像素)。根據多重解析度的三維密度傅立葉轉換特徵轉換後除了 $g(0,0,0)$ 得到 χ 組係數，三維傅立葉轉換特徵定義如下：

$$v^{3D-DFT} = [v^{3D-DFT}(1), v^{3D-DFT}(2), \dots, v^{3D-DFT}(\chi)]^T。$$

最後介紹多重解析度的三維密度傅立葉轉換的相似度比對。 v^{3D-DFT} 和 u^{3D-DFT} 分別表示為多重解析度的三維密度傅立葉轉換特徵中的查詢模型 q 和比對模型 t 的特徵向量。查詢模型和比對模型之間的距離定義如下：

$$Dis_{q,t}^{3D-DFT} = \sum_{k=1}^{\chi} |v^{3D-DFT}(k) - u^{3D-DFT}(k)|,$$

查詢模型與比對模型的相似度定義成：

$$Sim_{q,t}^{3D-DFT} = \frac{1}{Dis_{q,t}^{3D-DFT}},$$

相似值越高查詢模型與比對模型的相似度越高。

(五) 研究成果

本計畫中使用普林斯頓(Princeton Shape Benchmark)[15]的資料庫(PSB testing)，此資料庫有 92 個資料夾，共有 907 張 3D 網狀物物件檔格式(.off)。

我們使用Recall(recall value, Re)、Precision(Pr)和DCG(Discounted Cumulative Gain)值來測量檢索效能。由於在不同的資料庫中，各類別的模型數量不盡相同，所以在第 i 個類別中的的 j 個模型的Recall(Re_i^j)與Precision(Pr_i^j)定義為：

$$Re_i^j = N_i^j / N_i$$

以及

$$Pr_i^j = N_i^j / K$$

其中 N_i^j 表示在 j 模型的檢索結果中有幾個屬於第 i 個類別， N_i 表示第 i 個類別中模型的數量， K 表示檢索出3D模型的數量，平均Recall和Precision的定義如下：

$$Re = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{N_i} Re_i^j$$

以及

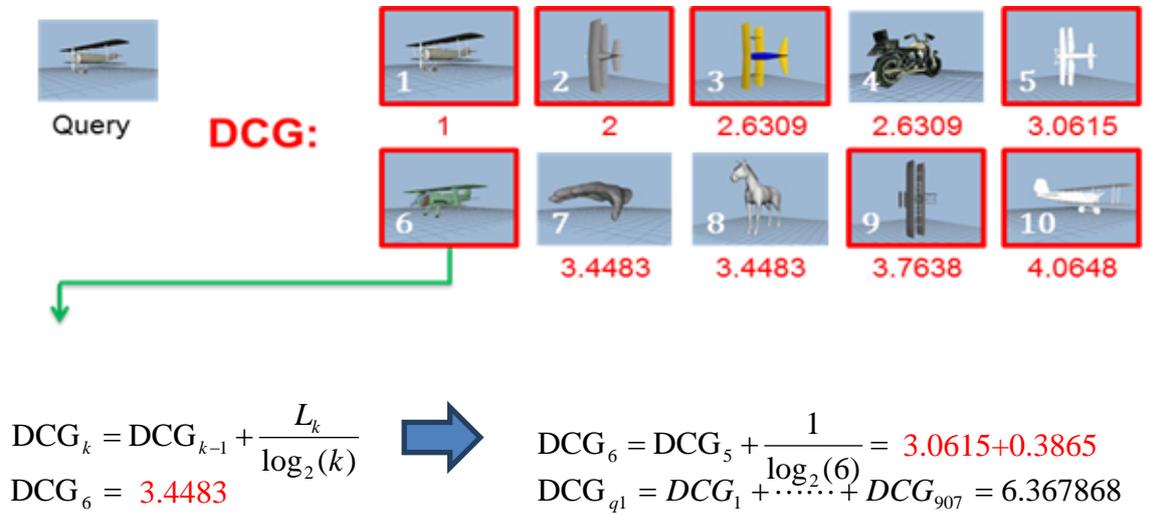
$$Pr = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^{N_i} Pr_i^j$$

其中 $N_s = N_1 + N_2 + \dots + N_c$ 而 C 表示資料庫中類別的個數。

根據資料庫中每個類別的3D模型數量不一樣，實驗裡使用的量測標準為DCG(Discounted Cumulative Gain, DCG)[16]，定義如下：

$$DCG_k = \begin{cases} DCG_{k-1} + \frac{L_k}{\log_2(k)}, & k \geq 2 \\ L_1, & k = 1 \end{cases}$$

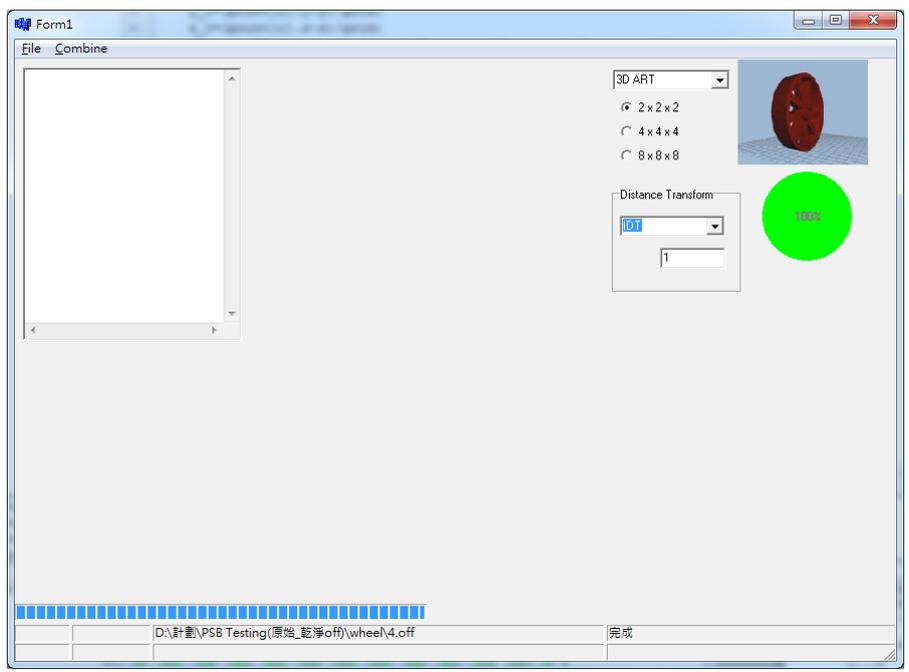
其中當第 k 個檢索模型與查詢模型來自同一個類別，則 $L_k = 1$ ，反之 $L_k = 0$ 而查詢模型 q 整體的 DCG 定義為 $DCG_{k_{max}}$ ，其中 $k_{max} = N_s$ 是資料庫中模型的總數，從 DCG 的定義來看，當跟模型在相同類別的比對模型排名總是在前頭時，將會獲得一個較大的 DCG 值，如圖十三。



圖十三 DCG5 值計算之範例解說。

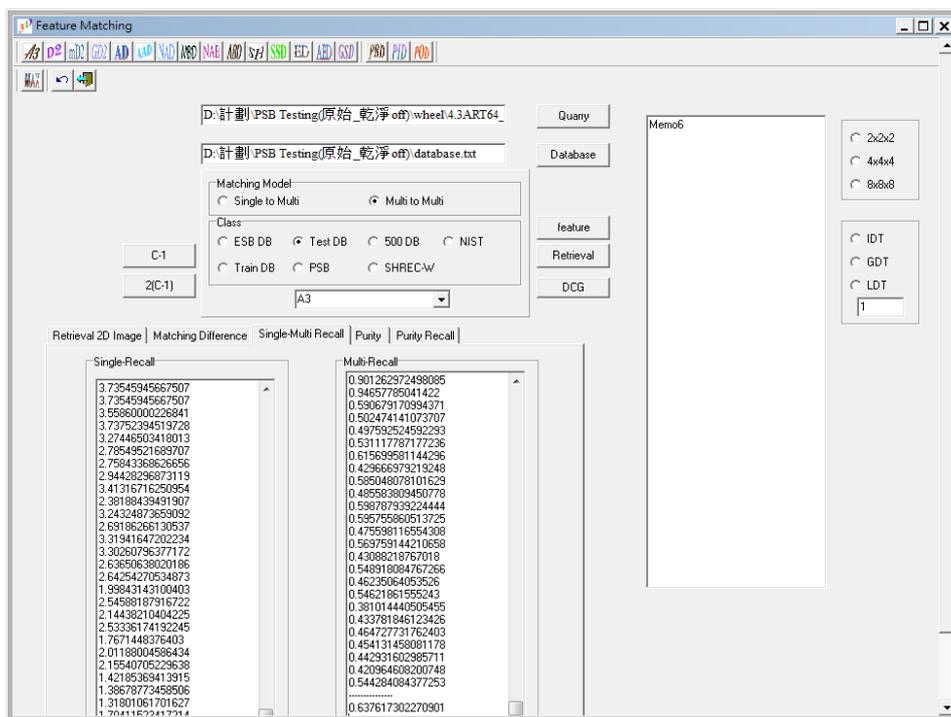
特徵方法一(多重解析度的三維密度徑角轉換)：

以三維密度徑角轉換取得特徵值，依序取得不同密度的特徵值(如圖十四)。



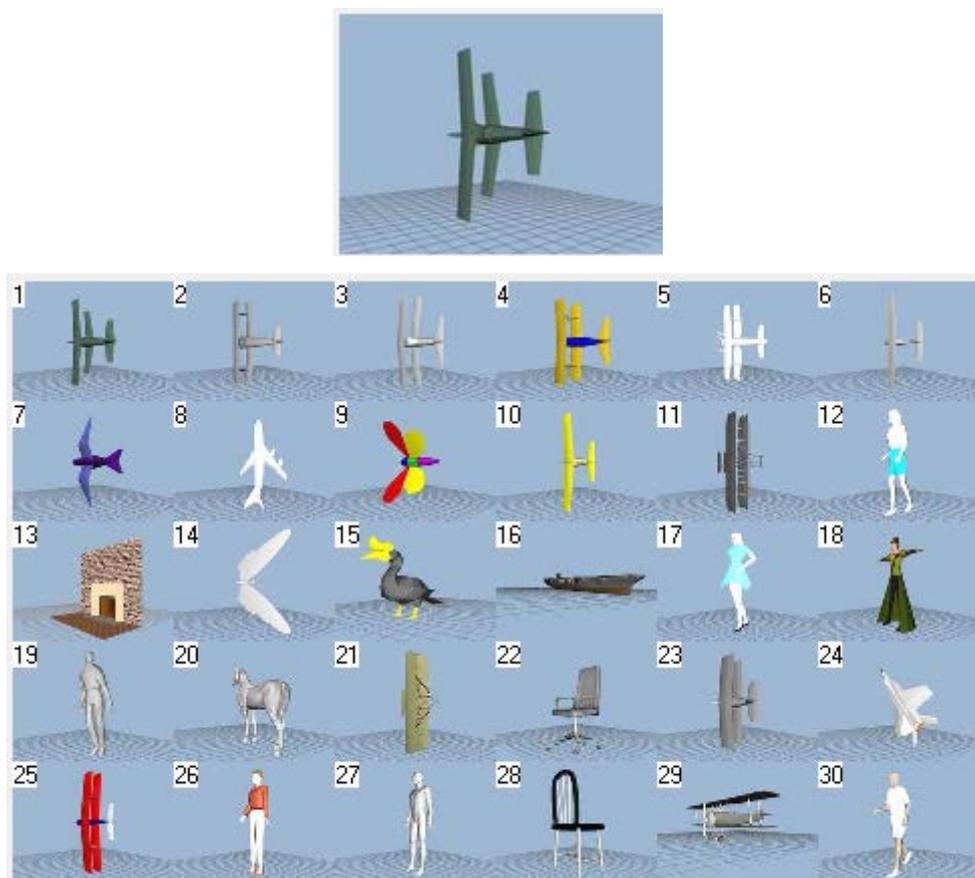
圖十四 取三維密度徑角轉換之特徵值

接下來取得正確率，依序取得不同密度特徵值之正確率(如圖十五)。



圖十五 取得正確率

圖十六為使用特徵方法一對模型做資料庫搜尋的結果。

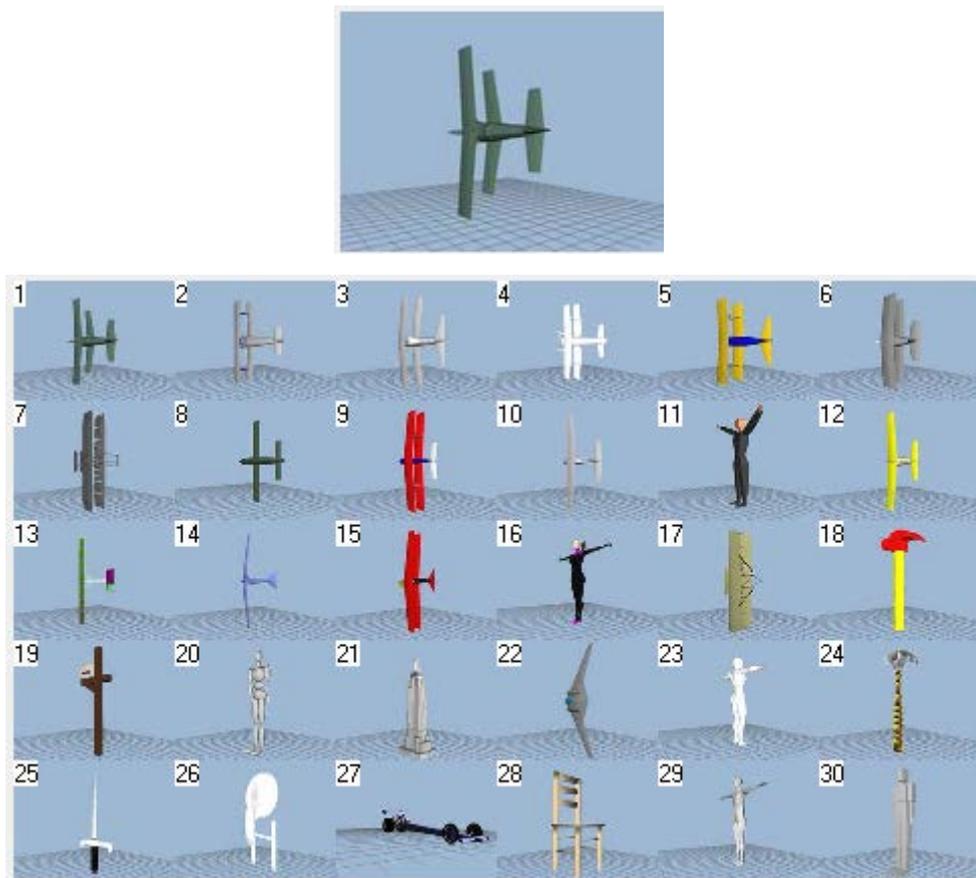


圖十六 使用徑角轉換搜尋結果

特徵方法二(多重解析度的三維密度傅立葉轉換):

以三維密度傅立葉轉換取得特徵值，依序取得不同密度的特徵值，接下來以特徵值來取得正確率。

圖十七為使用特徵方法二對模型做資料庫搜尋的結果。



圖十七 使用傅立葉轉換搜尋結果

表一 使用ART、DFT及兩者特徵合併所取得之正確率。

PSB 正確率					
	1Ti	2Ti	3Ti	4Ti	DCG
ART					
64×64×64	0.3214	0.3957	0.4365	0.4709	0.6376
32×32×32	0.3196	0.3941	0.4377	0.4679	0.6369
16×16×16	0.3176	0.3918	0.4350	0.4697	0.6378
8×8×8	0.3119	0.3801	0.4205	0.4509	0.6248
DFT					
64×64×64	0.3193	0.3907	0.4386	0.4759	0.6366
32×32×32	0.3221	0.3966	0.4425	0.4779	0.6405
16×16×16	0.3320	0.4077	0.4510	0.4855	0.6462
8×8×8	0.3683	0.4443	0.4889	0.5232	0.6291
ART+DFT					
64×64×64	0.3255	0.3992	0.4436	0.4804	0.6413
32×32×32	0.3273	0.4023	0.4497	0.4849	0.6453
16×16×16	0.3421	0.4157	0.4619	0.4941	0.6538
8×8×8	0.3244	0.4021	0.4499	0.4789	0.6402

表一中64x64x64是未使用密度的原始數據，當我們加入密度的作法後，在ART及DFT數據中，以16x16x16(64個網格合併成一個網格)正確率最好，為了進一步的提升正確率，並將ART及DFT兩者特徵值合併，合併後正確率有明顯的提升，以16x16x16之正確率最好。

(六) 結論

本計畫之工作項目為針對模型利用網格主軸分析演算法(Grid-based PCA, GPCA)，將模型擺正。再對模型做正規化。將模型切割成64×64×64的網格，針對頻率特徵，將加入多重解析度與密度的概念，對三維模型做多重解析度的三維密度徑角轉換與傅立葉轉換。最後，將擷取出來的特徵與三維模型資料庫內的資料特徵做比對查詢，然後輸出結果。

為了更容易搜尋到正確之模型，這次計畫以密度的概念為基礎，對網格做合併的動作，當我們加入密度的作法後，在ART、DFT及合併後的數據中，以16x16x16(64個網格合併成一個網格)正確率最好，所以使用密度的概念，會使正確率有明顯的提升。

(七) 參考文獻

- [1] R. Osada, T. Funkhouser, B. Chazelle, D. Dobkin, "Shape distributions", *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, Vol. 21, Issue 4, pp. 807-832, 2002.
- [2] R. Osada, T. Funkhouser, B. Chazelle, and D. Dobkin, "Matching 3D models with shape distributions", *Shape Modeling International*, pp. 154-166, May. 2001.
- [3] Xiang Pan, Qian You, Zhi Liu and Qi Hua Chen, "3D shape retrieval by Poisson histogram", *Pattern Recognition Letters*, Vol. 32, Issue 6, pp. 787-794, 2011.
- [4] D. V. Vranic, D. Saupe, J. RICHTER, "Tools for 3D-object retrieval : Karhunen-Loeve transform and spherical harmonics", *Proceedings of the IEEE Workshop on Multimedia Signal Processing*, pp. 293-298, 2001.
- [5] T. Funkhouser, P. Min, M. Kazhdan, J. Chan, A. Halderman, D. Dobkin, D. Jacobs, "A search engine for 3D models", *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, Vol. 22, Issue 1, pp. 83-105, 2003.
- [6] M. Kazhdan, T. Funkhouser, S. Rusinkiewicz, "Rotation invariant spherical harmonic representation of 3D shape descriptors", *Symposium on Geometry Processing*, 2003.
- [7] P. Papadakis, I. Pratikakis, S. Perantonis and T. Theoharis, "Efficient 3D shape matching and retrieval using a concrete radialized spherical projection representation", *Pattern Recognition*, Vol. 40, pp. 2437-2452, 2007.
- [8] C. B. Akgul, B. Sankur, Y. Yemez and F. Schmitt, "3D Model Retrieval Using Probability Density-Based Shape Descriptors", *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol. 31, Issue 6, pp. 1117-1133, 2009.
- [9] Ceyhun Burak Akgül, Bülent Sankur, Yücel Yemez, and Francis Schmitt, "Density-based 3d shape descriptors", *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, Vol. 2007, pp. 1-16, 2007.
- [10] Helin Dutagac, Bulent Sankur and Yucel Yemez, "Subspace methods for retrieval of general 3D models", *Computer Vision and Image Understanding*, Vol. 114, Issue 8, pp. 865-886, 2010.
- [11] Jau-Ling Shih, Chang-Hsing Lee and Jian TangWang, "A New 3D Model Retrieval Approach Based on the Elevation Descriptor", *Pattern Recognition*, Vol. 40, Issue 1, pp. 283-295, 2007.
- [12] Jau-Ling Shih, Chang-Hsing Lee and Chao-Hung Chuang "A 3D Model Retrieval Approach Based on the Combination of PCA Plane Projections", *Journal of Information Technology and Applications*, Vol. 5, Issue 2, pp. 46-102, 2011.
- [13] J. Ricard, D. Coeurjolly and A. Baskurt "ART Extension for Description, Indexing and Retrieval of 3D Objects". *Pattern Recognition*, Vol. 3, pp.79-82, 2004.
- [14] D. V. Vranic and D. Saupe. "3D Shape Descriptor Based on 3D Fourier Transform", In: *Proceedings of the EURASIP Conference on Digital Signal Processing for Multimedia Communications and Services (ECMCS 2001)* (editor K. Fazekas), Budapest, Hungary, pp. 271-274, Sep 2001.
- [15] Philip Shilane, Patrick Min, Michael Kazhdan, and Thomas Funkhouser, "The Princeton shape benchmark", In *Proceeding of Shape Modeling Application*, pp. 167-178, 2004.
- [16] C. B. Akgul, B. Sankur, Y. Yemez, and F. Schmitt, "3D model retrieval using probabilitydensity-based shape descriptors," *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 31, no. 6, pp. 1117-1133, June 2009.